

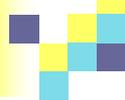
# ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПЕТРИ- ОБЪЕКТНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ СИСТЕМ

*Стеценко Инна Вячеславовна*

к.т.н., доцент кафедры системного анализа и  
методов принятия решений

Черкасского государственного  
технологического университета,  
соискатель доктора технических наук  
Института проблем математических машин и  
систем

Научный консультант  
д.т.н., проф. Литвинов В.В.



“...И пока у нас нет ни математических инструментов, ни интеллектуальных возможностей для полного моделирования поведения больших дискретных систем...”

Гради Буч

## Актуальность разработки

Обусловлена:

- возрастающей сложностью задач, которые ставятся перед разработчиками информационных технологий,
- повышением требований к скорости построения модели и скорости получения результатов моделирования,
- стремительным развитием электронных средств сбора и хранения данных
- необходимостью интеграции с другими технологиями,
- недостатками существующих технологий моделирования:
  - ограниченность используемых средств формализации,
  - необходимость использования различных средств формализации для моделирования объекта управления и подсистемы управления,
  - недостаточный уровень детализации процессов управления,
  - большая трудоемкость построения моделей сложных систем.

# Технологии моделирования систем

Аналитические:

- Теория динамических систем (Mathcad, Matlab)
- Теория автоматического управления (Simulink)
- Системная динамика (Vensim, Powersim)
- Теория случайных процессов
- Логико-динамические системы
- Теория цифровых автоматов
- Теория базовых сетей Петри

Непрерывные модели

Имитационные:

- Имитационное моделирование (Simula, GPSS, Arena)
- Агентное моделирование (AnyLogic)
- Петри-имитаторы (CPN, POSES++)

Дискретные модели

## Технологии

## моделирования



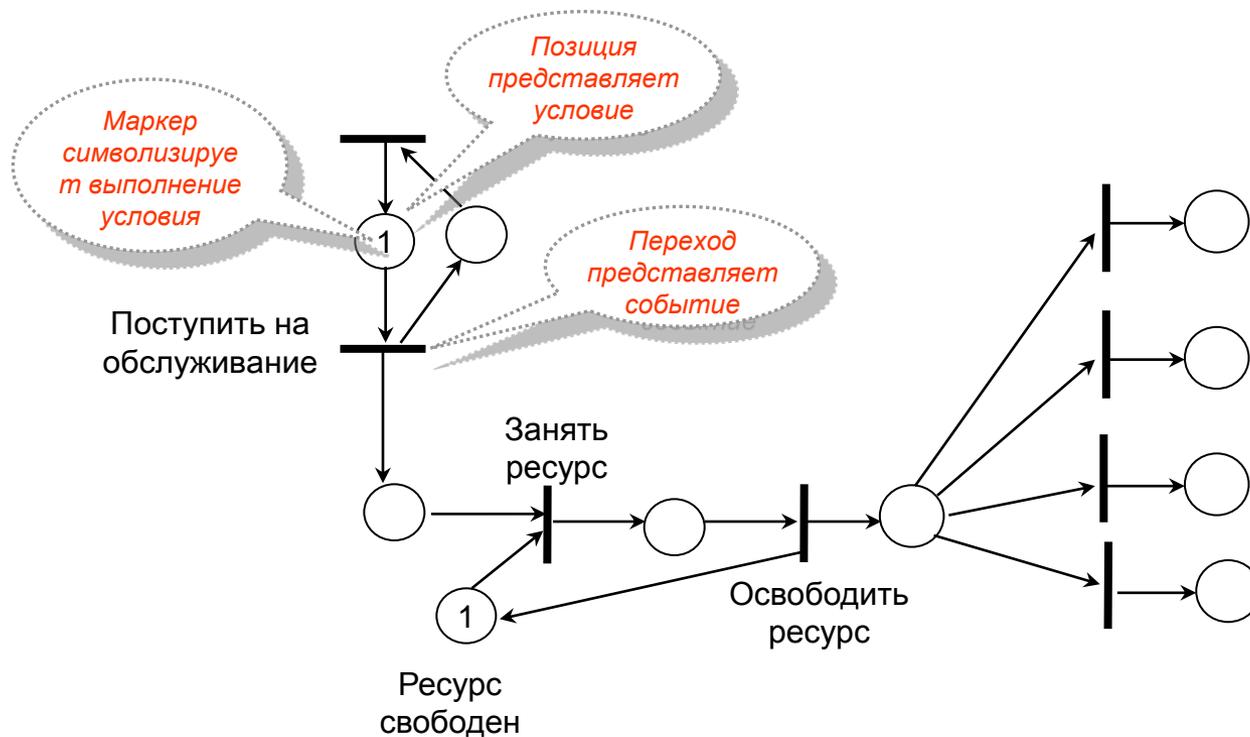
# Сети Петри как средство формализации дискретно-событийных процессов управления

## Преимущества сетей Петри

- Высокий уровень формализации дискретно-событийных систем
- Аналитическое исследование свойств модели
  - Murata T. Petri nets: Properties, Analysis and Applications // Proceedings of the IEEE. - April, 1989. vol.77, No.44. P. 541-580.
  - Питерсон Дж. Теория сетей Петри и моделирование систем. - М.: Мир, 1984. 264 с.
  - Котов В.Е. Сети Петри. М.: Наука, 1984. 158 с.
  - Зайцев Д.А. Инварианты временных сетей Петри // Кибернетика и системный анализ. – 2004. №2. С.92-106.
- Возможность применения к немарковским процессам функционирования
  - Haas P. J. Stochastic Petri nets : modelling, stability, simulation / Peter J. Haas — Springer series in operations research. 2002. 529p.
- Возможность быстрого конструирования алгоритма имитации системы с большим количеством событий
- Вычислимость алгоритма имитации сети Петри гарантируется эквивалентностью приоритетной сети Петри машине Тьюринга
  - Котов В.Е. Сети Петри. М.: Наука, 1984. 158 с.

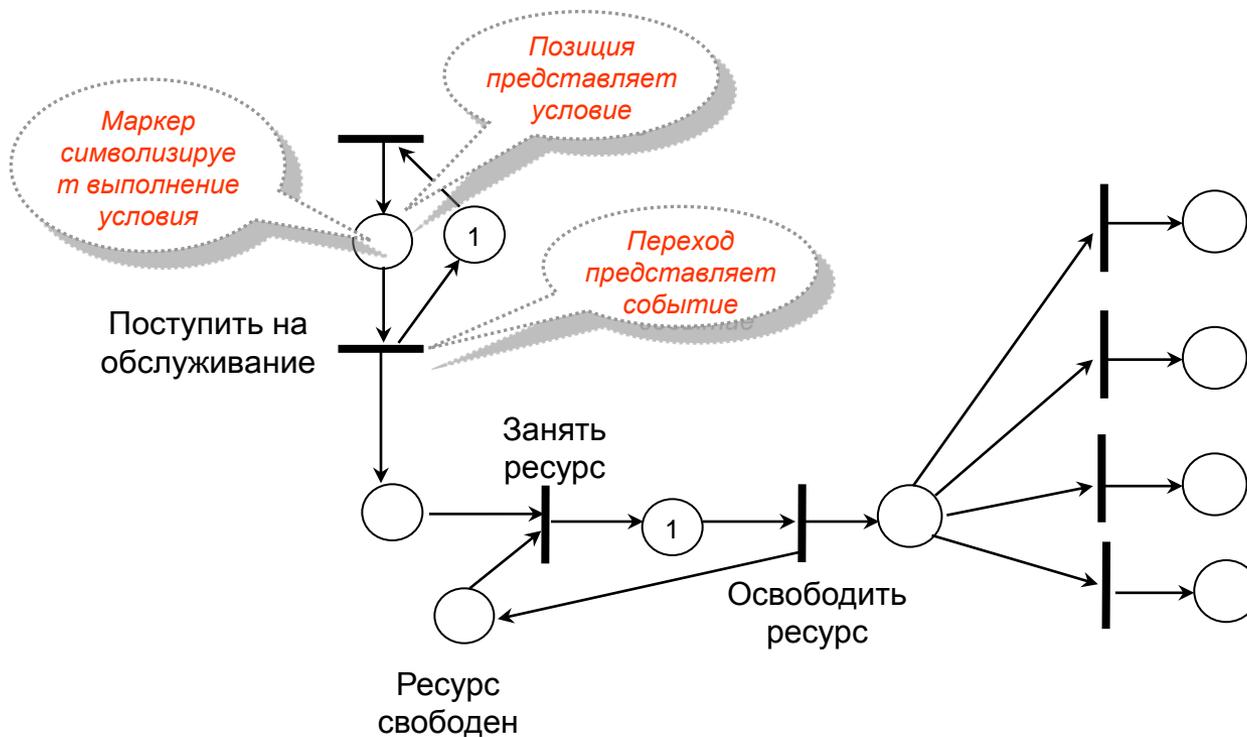
# Базовые сети Петри

## Правило запуска переходов. Конфликтные переходы



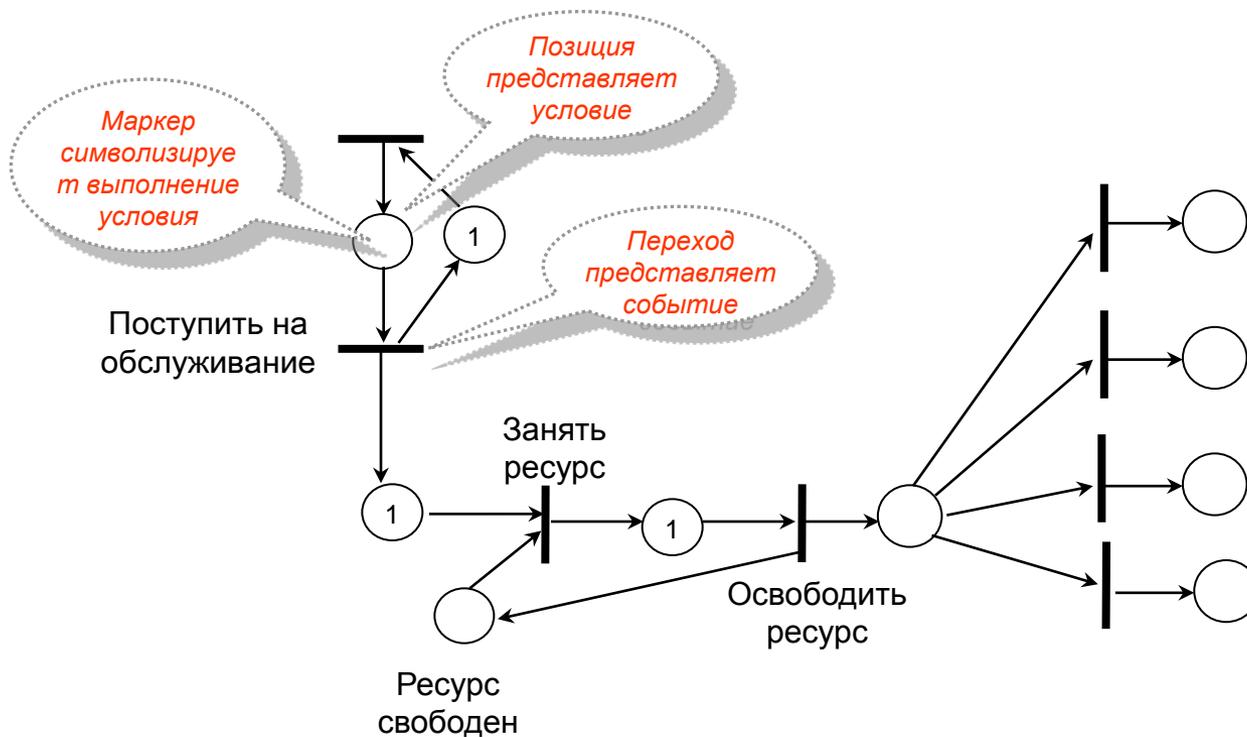


# Базовые сети Петри



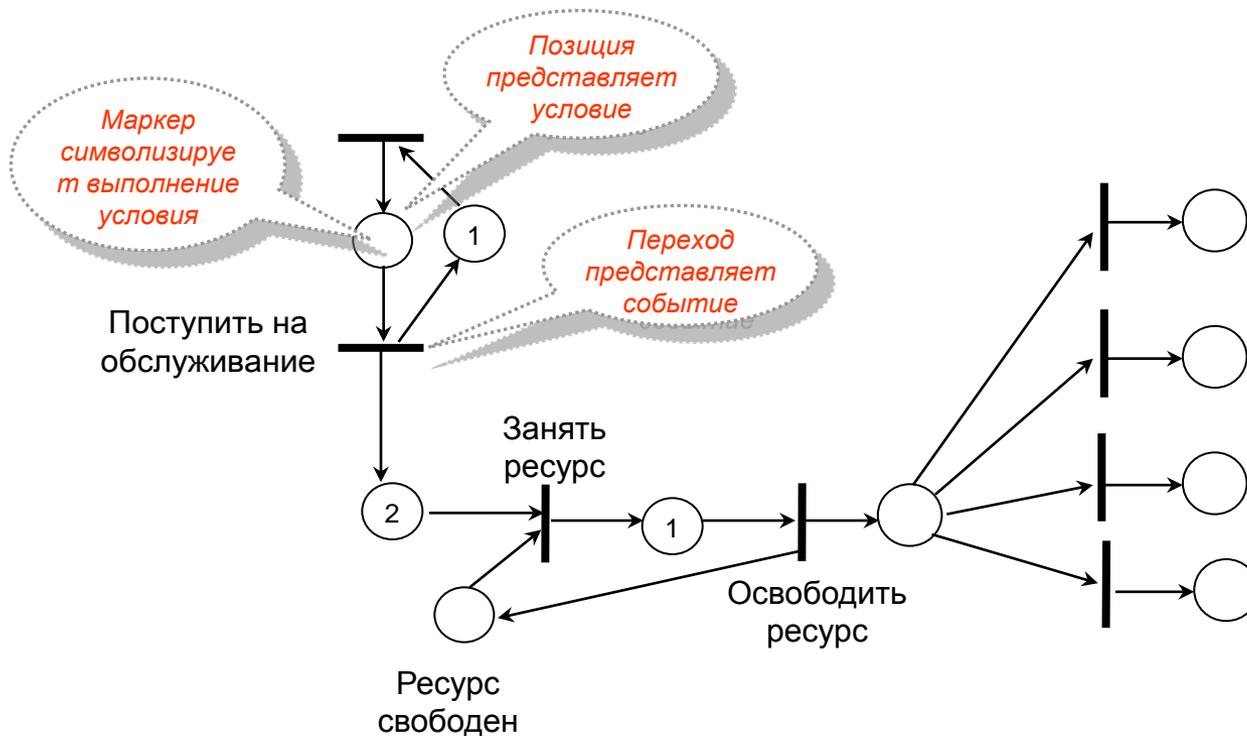


# Базовые сети Петри

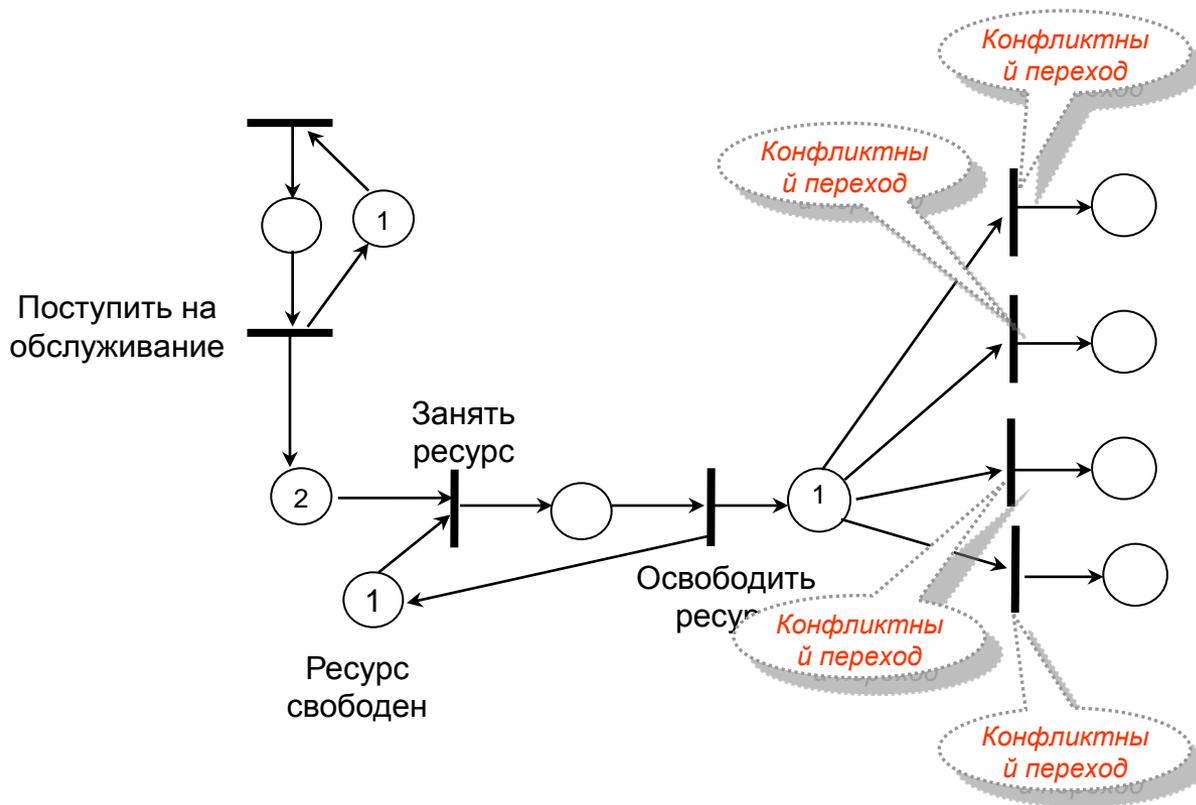




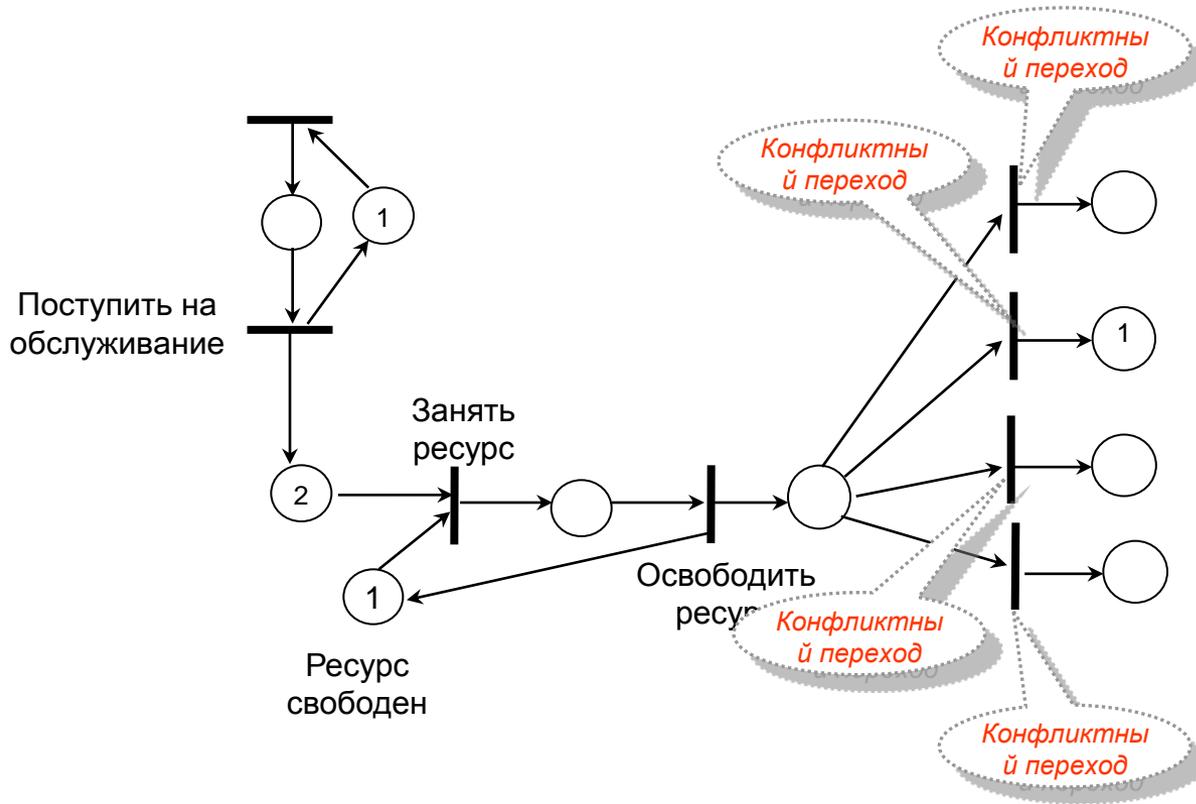
# Базовые сети Петри



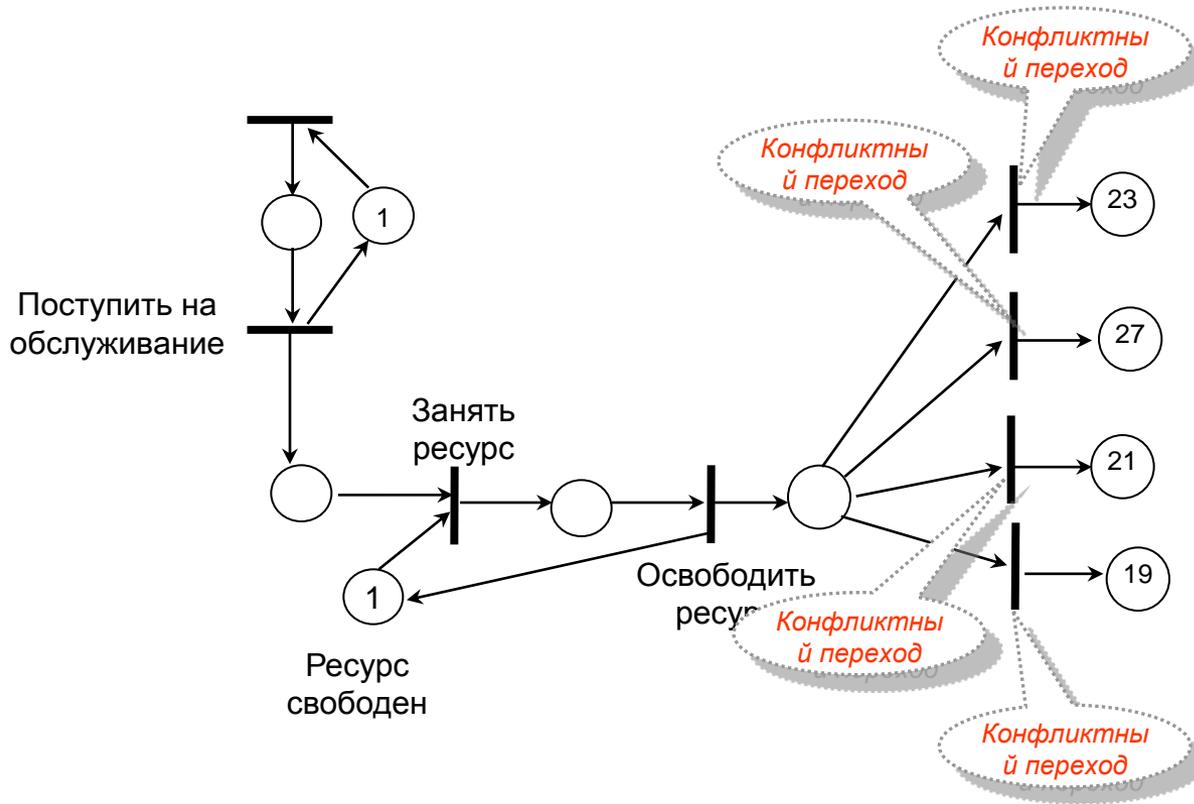
# Базовые сети Петри



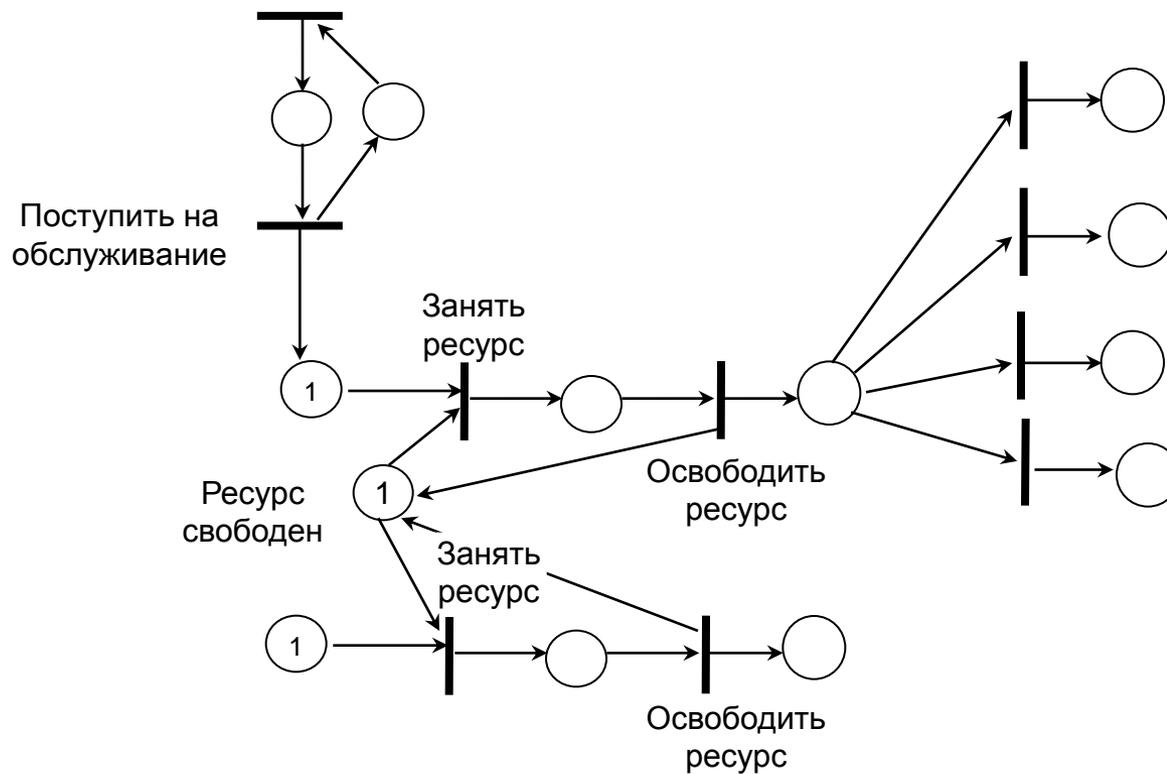
# Базовые сети Петри



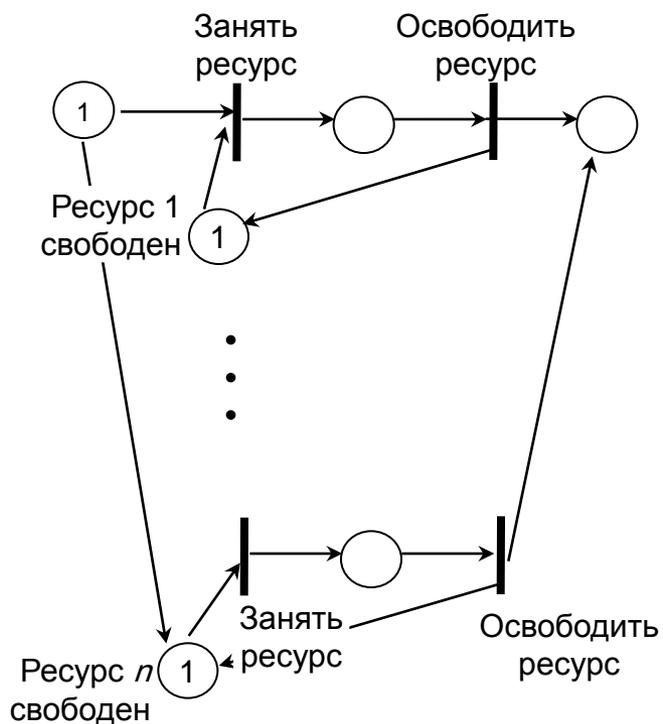
# Базовые сети Петри



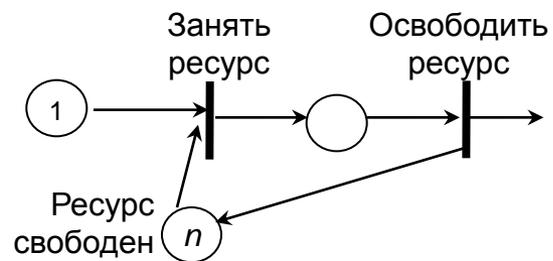
# Совместное использование ресурсов



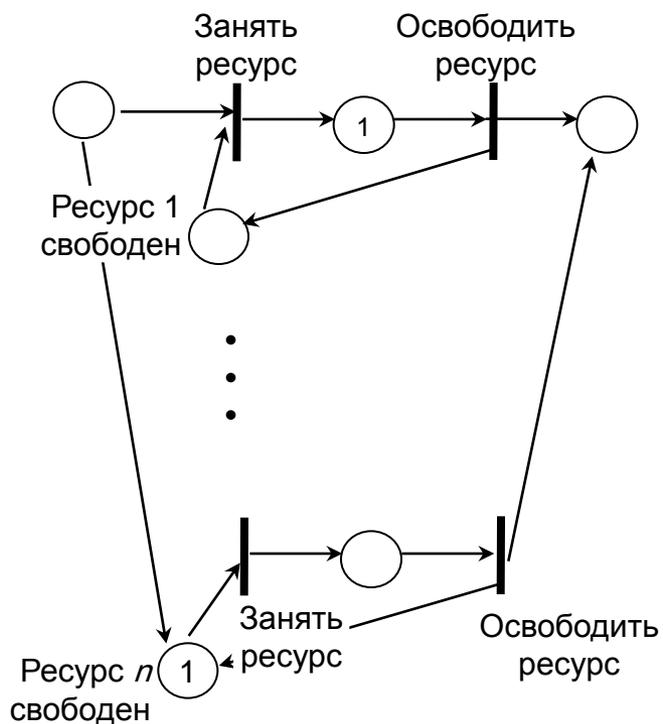
# Базовые сети Петри с многоканальными переходами



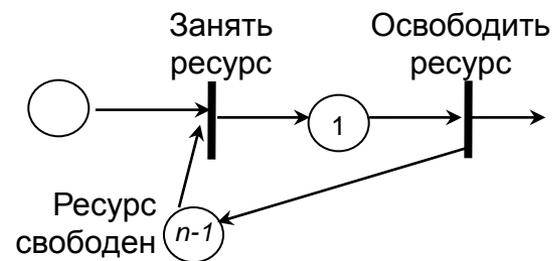
=



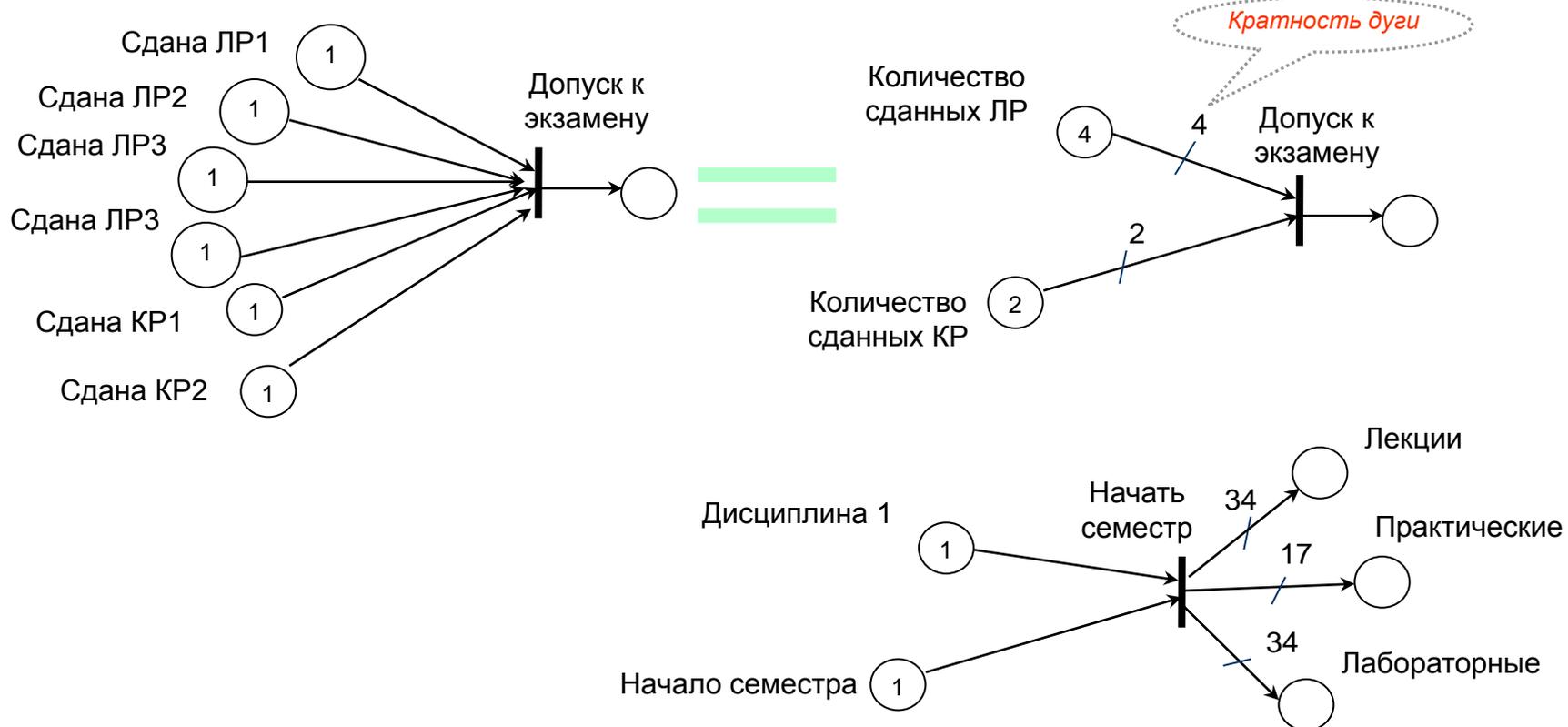
# Базовые сети Петри с многоканальными переходами



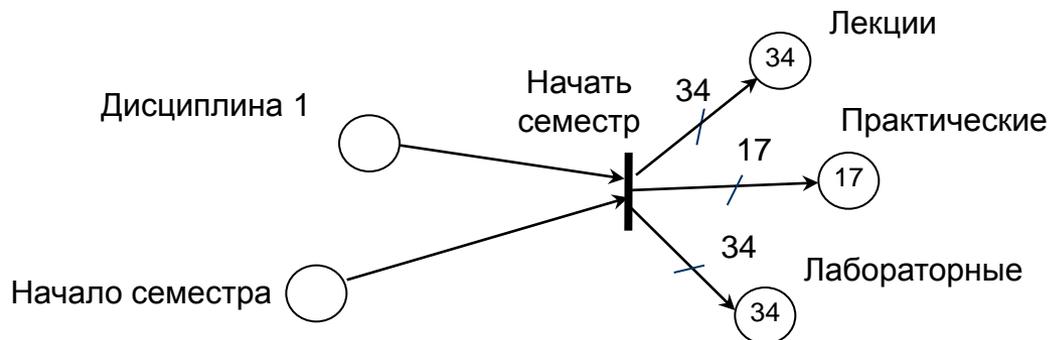
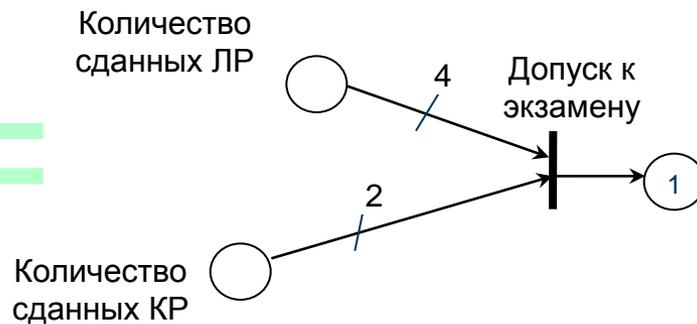
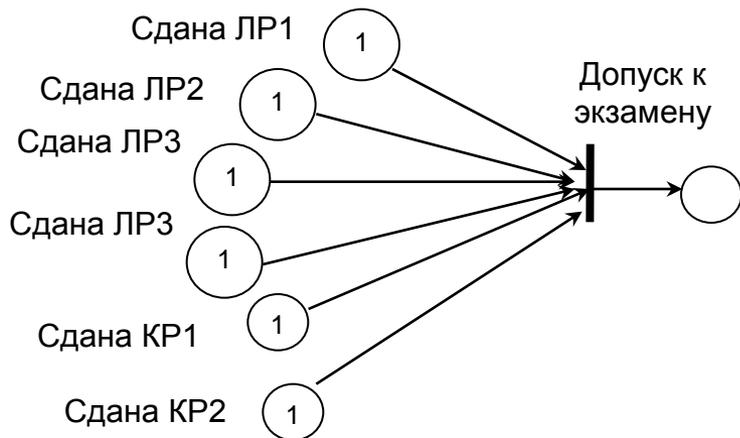
=



# Базовые сети Петри с кратными связями



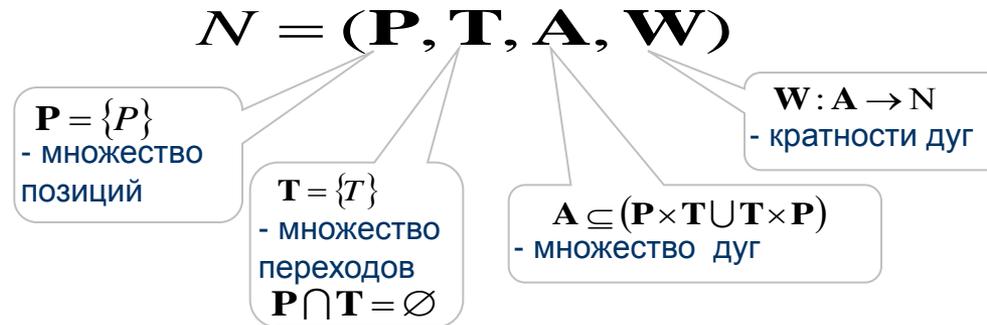
# Базовые сети Петри с кратными связями



# Математическое описание базовой сети Петри

[Murata T. Petri Nets: Properties, Analysis and Applications. // Proceedings of IEEE. 1989. Vol.77, No.4. P.541-580 ]

Базовая сеть Петри



Состояние сети Петри:

$$\mathbf{M} = \{M_P \mid M_P \in \mathbf{Z}_+, P \in \mathbf{P}\} \quad \text{- состояние позиций}$$

$\bullet T, T^\bullet$  - множество входных и множество выходных позиций перехода  $T$

$\bullet P, P^\bullet$  - множество входных и множество выходных переходов позиции  $P$

Условие запуска перехода  $T$  сети Петри:  $\forall P \in \bullet T \quad M_P \geq W_{P,T}$

Запуск перехода  $T$  сети Петри:

$$\forall P \in \bullet T \quad M_P = M_P - W_{P,T}$$

$$\forall P \in T^\bullet \quad M_P = M_P + W_{T,P}$$

# Матричные уравнения состояний базовой сети Петри

$$a_{P,T}^+ = \begin{cases} W_{T,P}, T \in \bullet P \\ 0, T \notin \bullet P \end{cases} \quad \mathbf{a}^+ = \|\| a_{T,P}^+ \|\| \quad - \text{ матрица выходов}$$

$$a_{P,T}^- = \begin{cases} W_{P,T}, T \in P^\bullet \\ 0, T \notin P^\bullet \end{cases} \quad \mathbf{a}^- = \|\| a_{T,P}^- \|\| \quad - \text{ матрица входов}$$

$$\mathbf{M} = \| M_P \| \quad - \text{ вектор маркировки} \quad \mathbf{a} = \mathbf{a}^+ - \mathbf{a}^- \quad - \text{ матрица изменений}$$

**Фундаментальное уравнение состояний базовой сети Петри:**

$$\mathbf{M}_n = \mathbf{M}_0 + \mathbf{a} \cdot \mathbf{x}$$

$\mathbf{x}$  - вектор количества запусков переходов

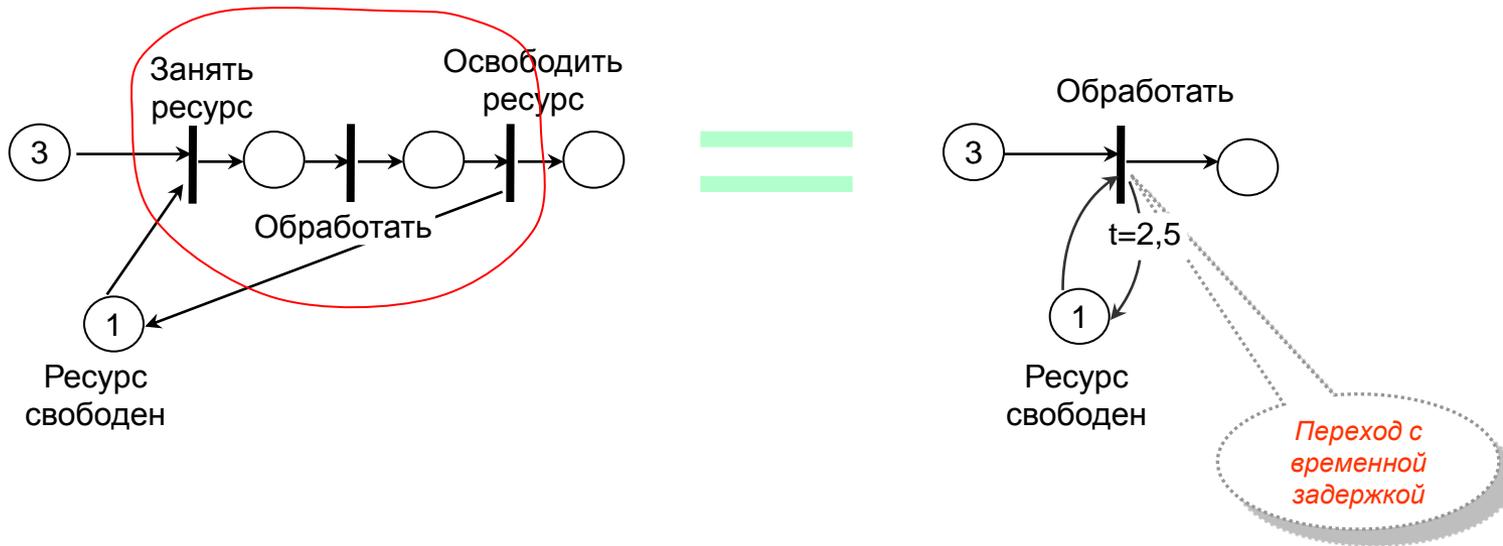
$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{x} = 0 \quad - \text{ T-инвариант (цикличность функционирования)}$$

$$\mathbf{a}^T \cdot \mathbf{y} = 0 \quad - \text{ S-инвариант (консервативность системы)}$$

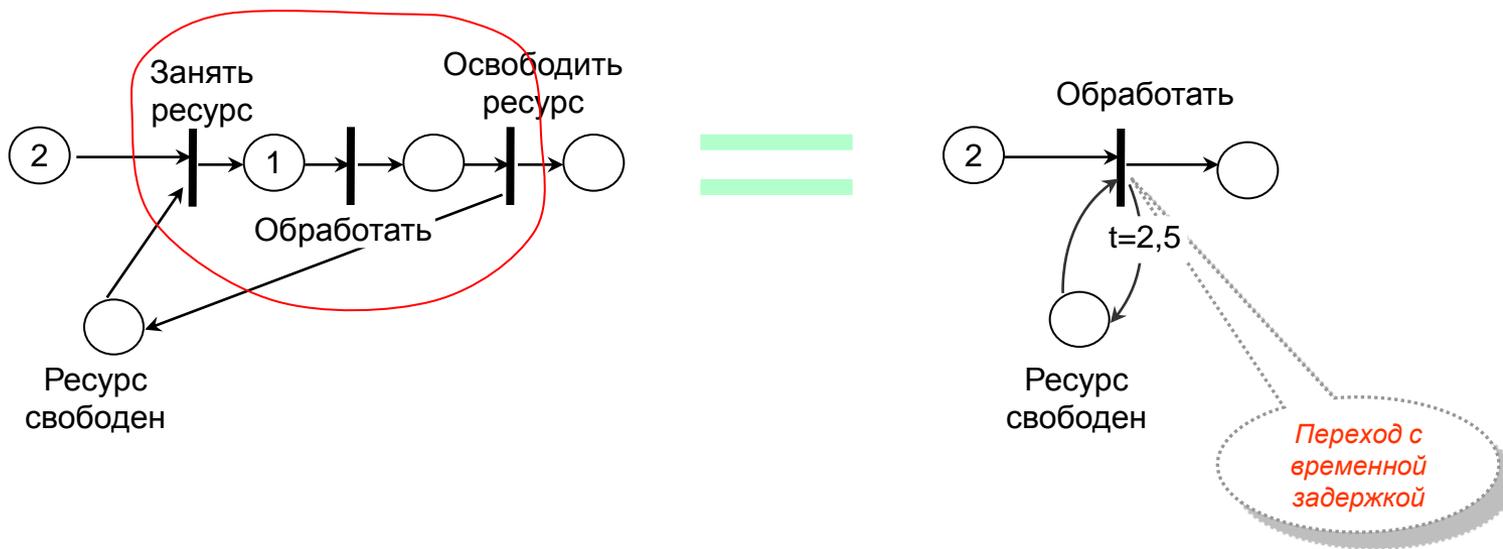
# Теория базовых сетей Петри

- Классификация сетей Петри: безопасные, ординарные, автоматные и др.
- Аналитическое исследование свойств модели
  - Murata T. Petri nets: Properties, Analysis and Applications // Proceedings of the IEEE. April, 1989. vol.77, No.44. P. 541-580.
  - Питерсон Дж. Теория сетей Петри и моделирование систем. - М.: Мир, 1984. 264 с.
- Матричные уравнения состояний, исследование свойств через исследование инвариантов поведения и инвариантов состояний
- Расширения сетей Петри: ингибиторные, приоритетные, синхронные, самомодифицирующиеся, раскрашенные сети Петри
- Вычислимость сети Петри гарантируется эквивалентностью приоритетной сети Петри и ингибиторной сети Петри машине Тьюринга
  - Котов В.Е. Сети Петри. М.: Наука, 1984. 158 с.

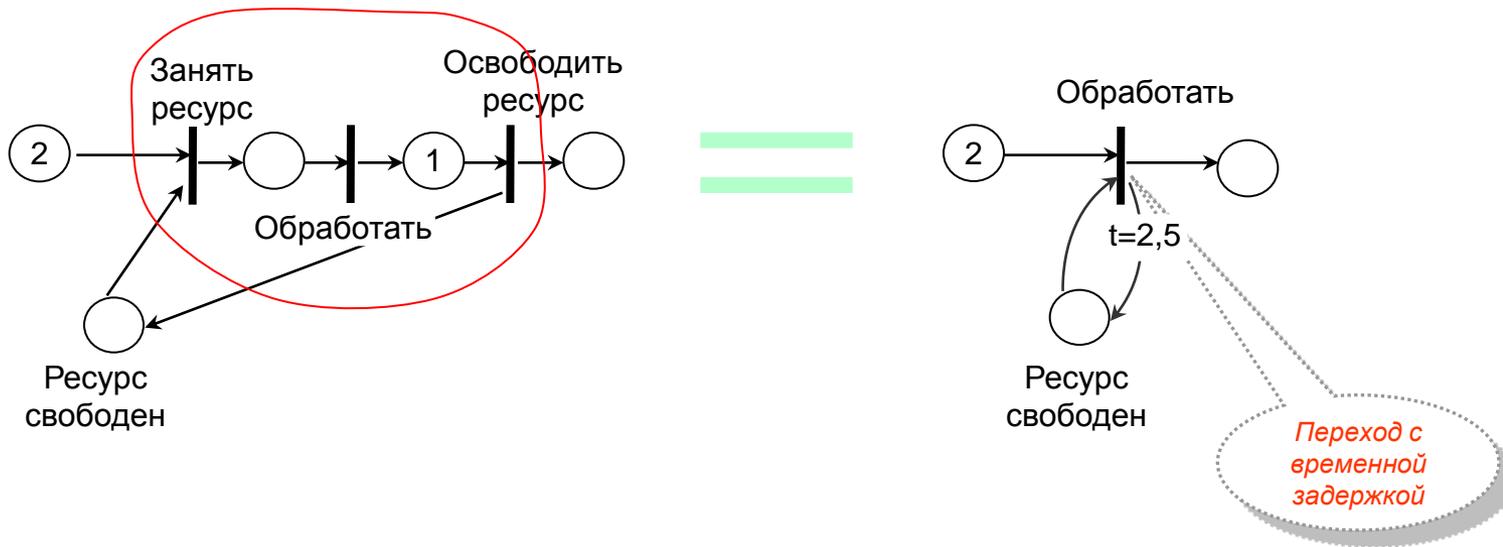
# Временные сети Петри



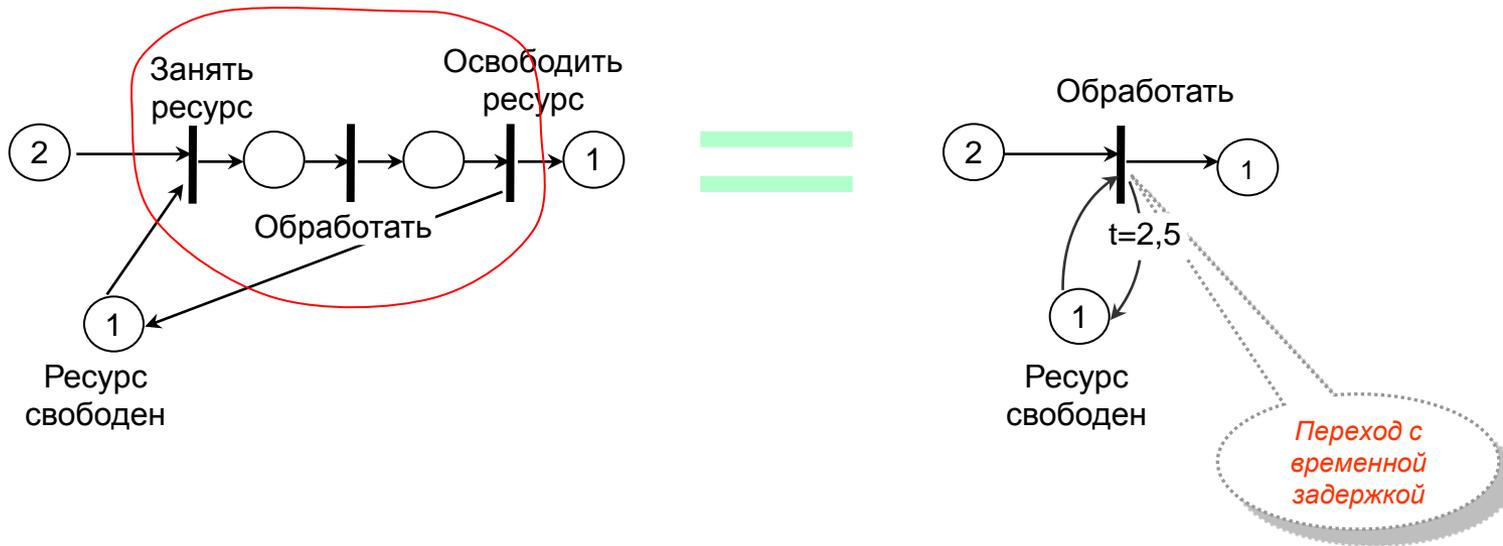
# Временные сети Петри



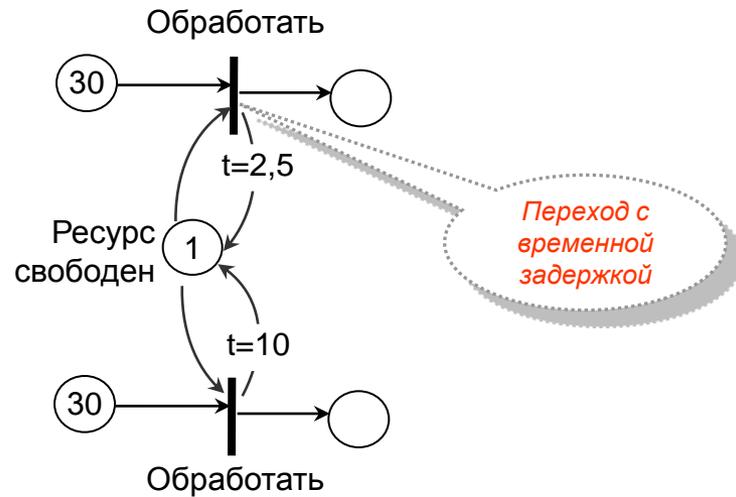
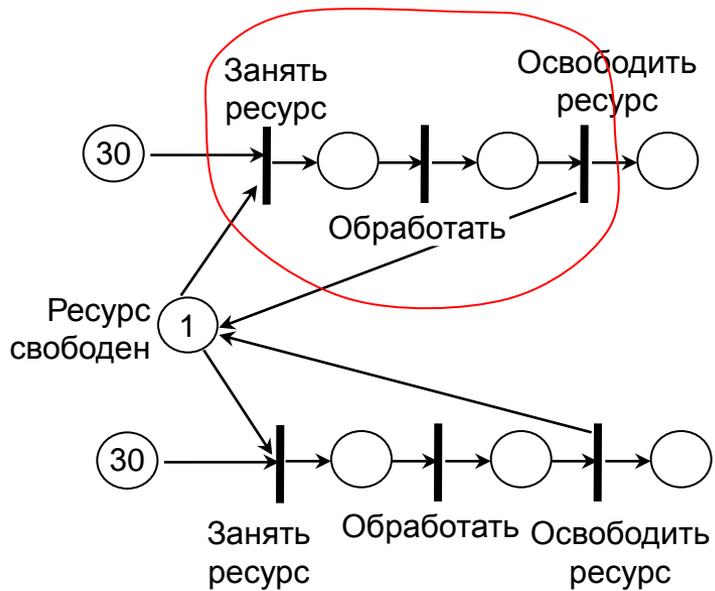
# Временные сети Петри



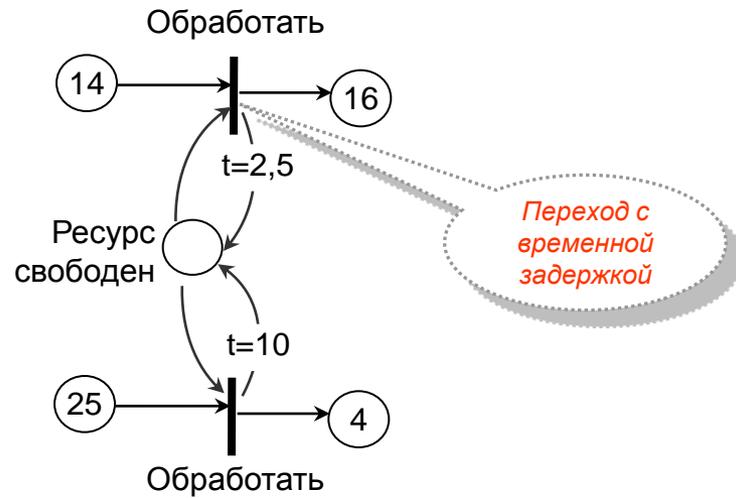
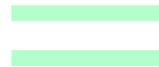
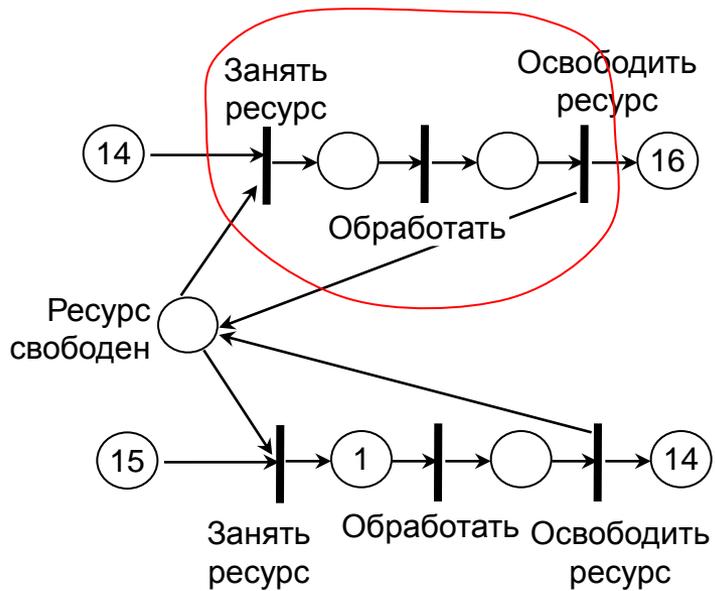
# Временные сети Петри



# Временные сети Петри



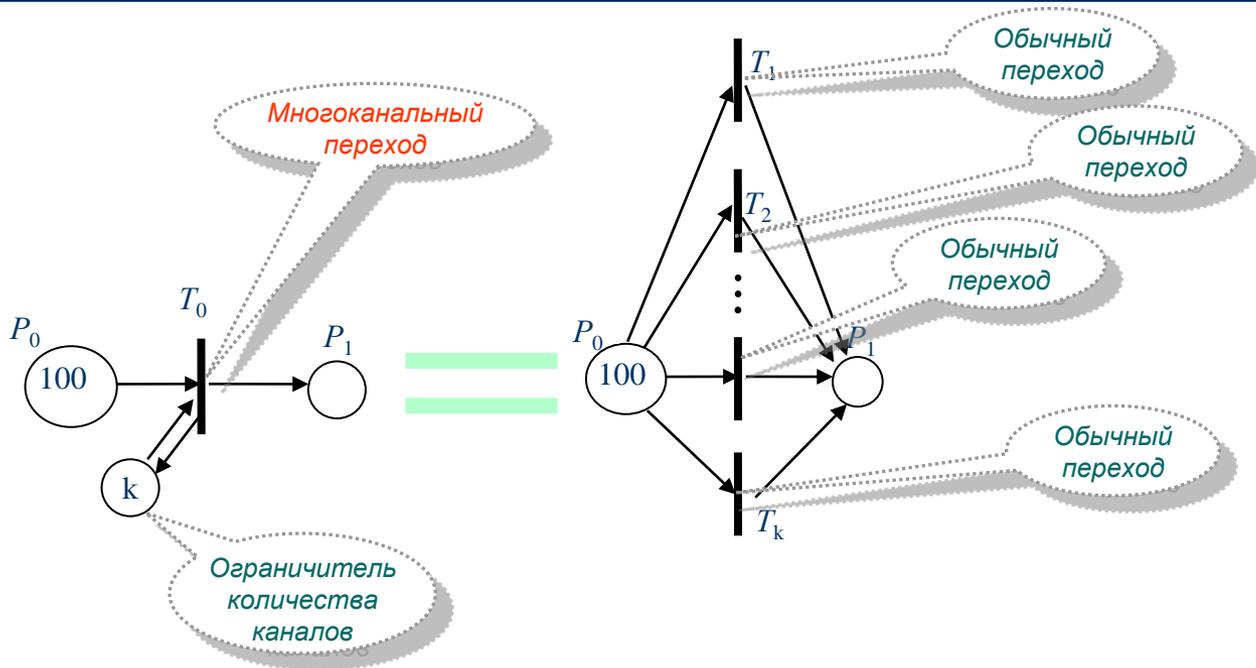
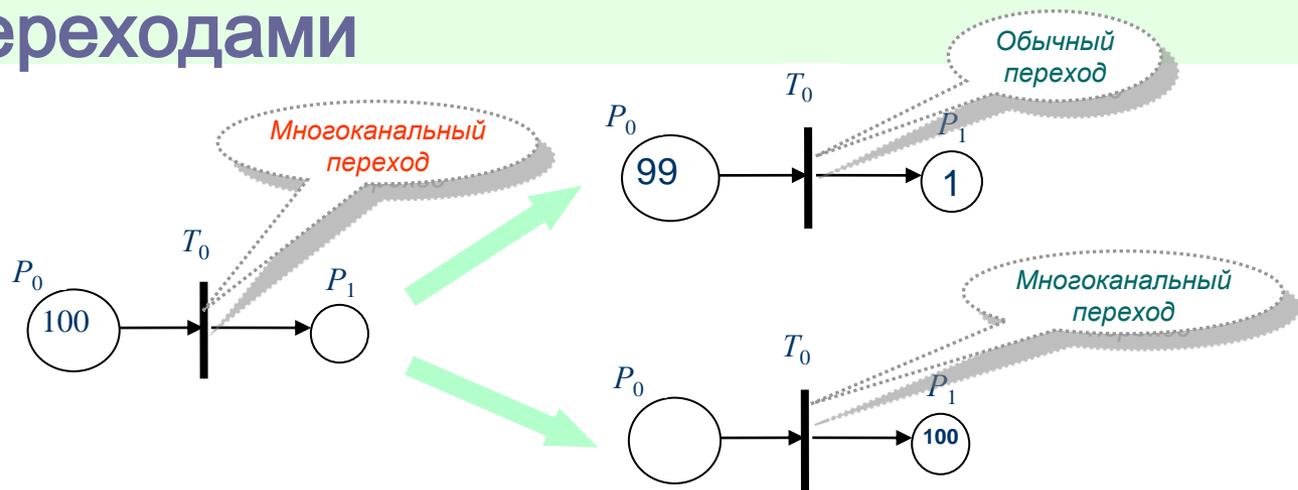
# Временные сети Петри



# Теория временных сетей Петри

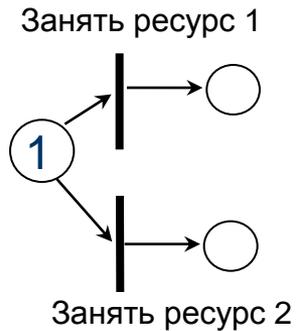
- Классификация, исследование свойств
  - Wang J. Timed Petri Nets: Theory and Application / J. Wang. - Kluwer Academic Publishers, USA October, 1998. 290p.
- Фундаментальные уравнения состояний детерминированной временной сети Петри, матричные уравнения состояний, исследование свойств через исследование инвариантов поведения и инвариантов состояний
  - Зайцев Д.А. Инварианты временных сетей Петри // Кибернетика и системный анализ. 2004. №2. С.92-106.
- Применения стохастической сети Петри к немарковским процессам функционирования
  - Haas P. J. Stochastic Petri nets : modelling, stability, simulation / Peter J. Haas — Springer series in operations research. 2002. 529p.

# Временные сети Петри с многоканальными переходами

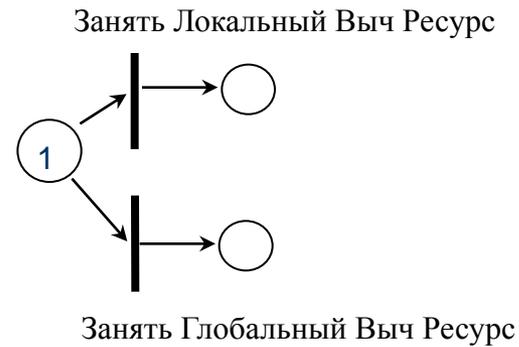


# Временные сети Петри с конфликтными переходами

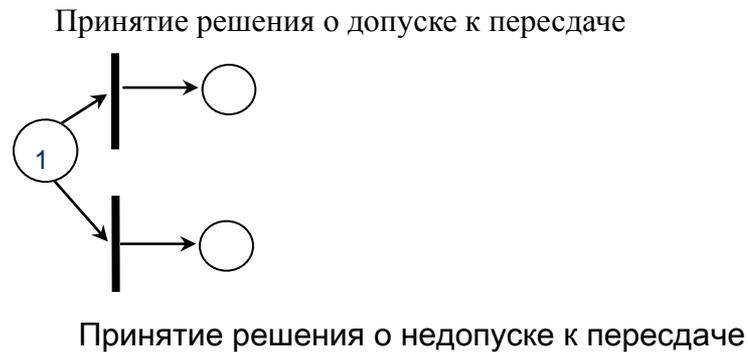
С равной вероятностью



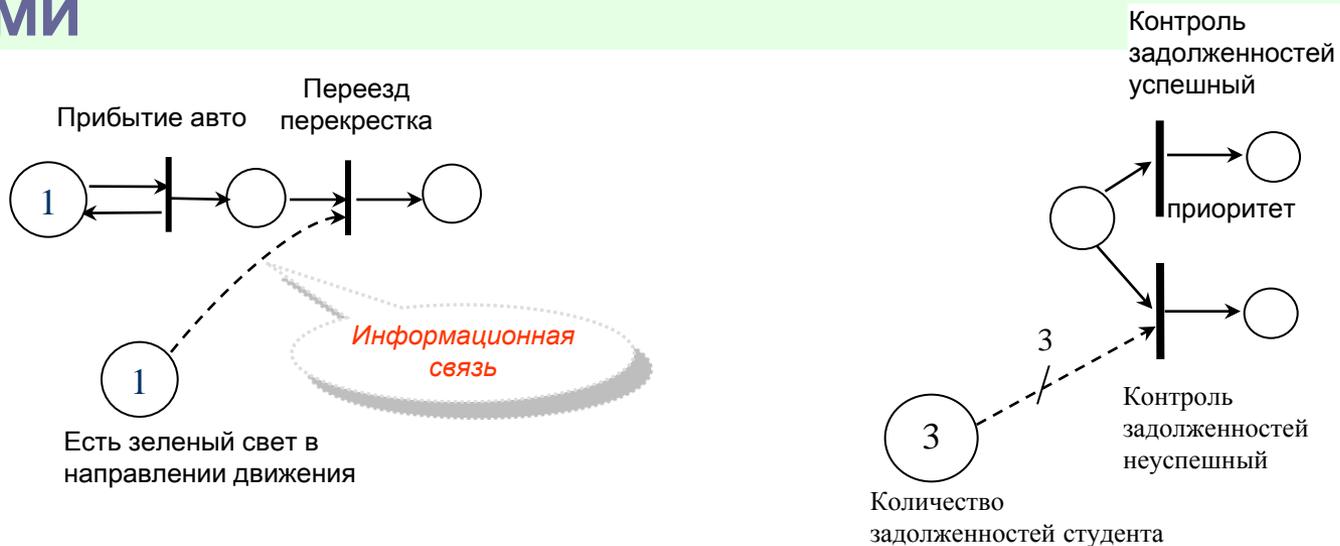
По значению приоритета



С заданной вероятностью



# Временные сети Петри с информационными СВЯЗЯМИ

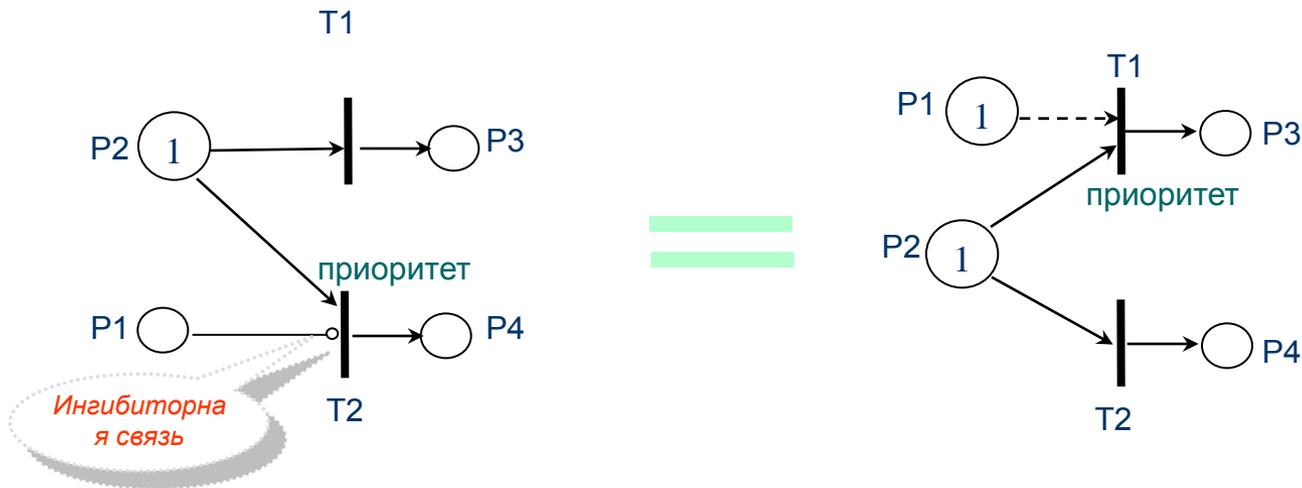


Формализация процессов управления

Формализация процессов принятия решений

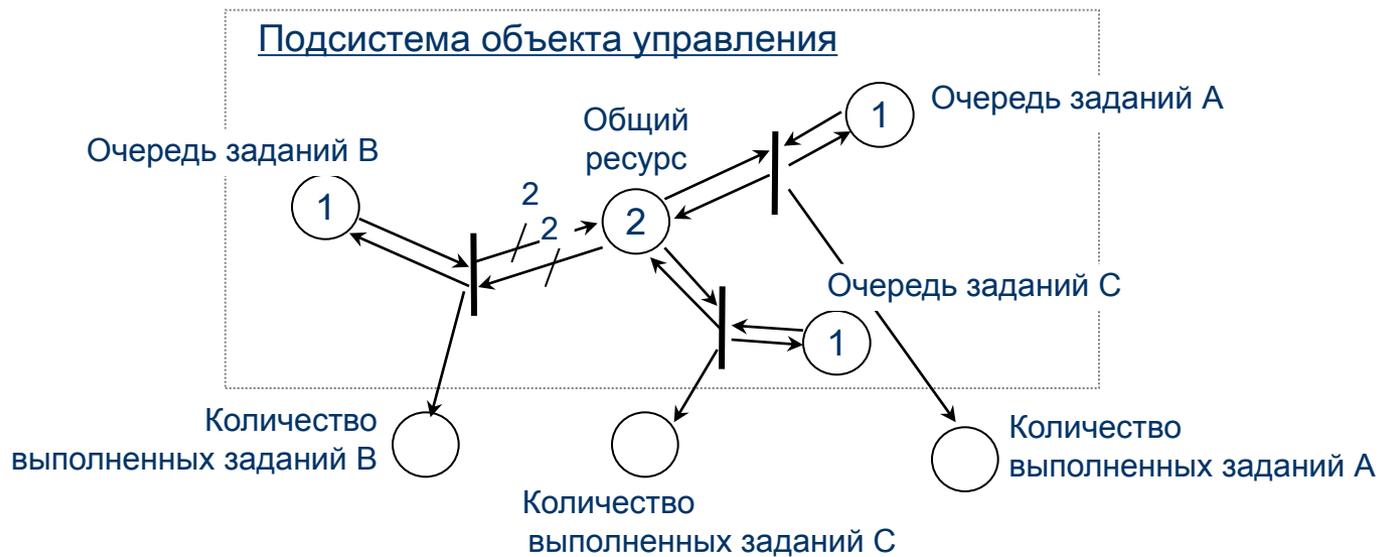


# Сравнение с ингибиторной сетью Петри

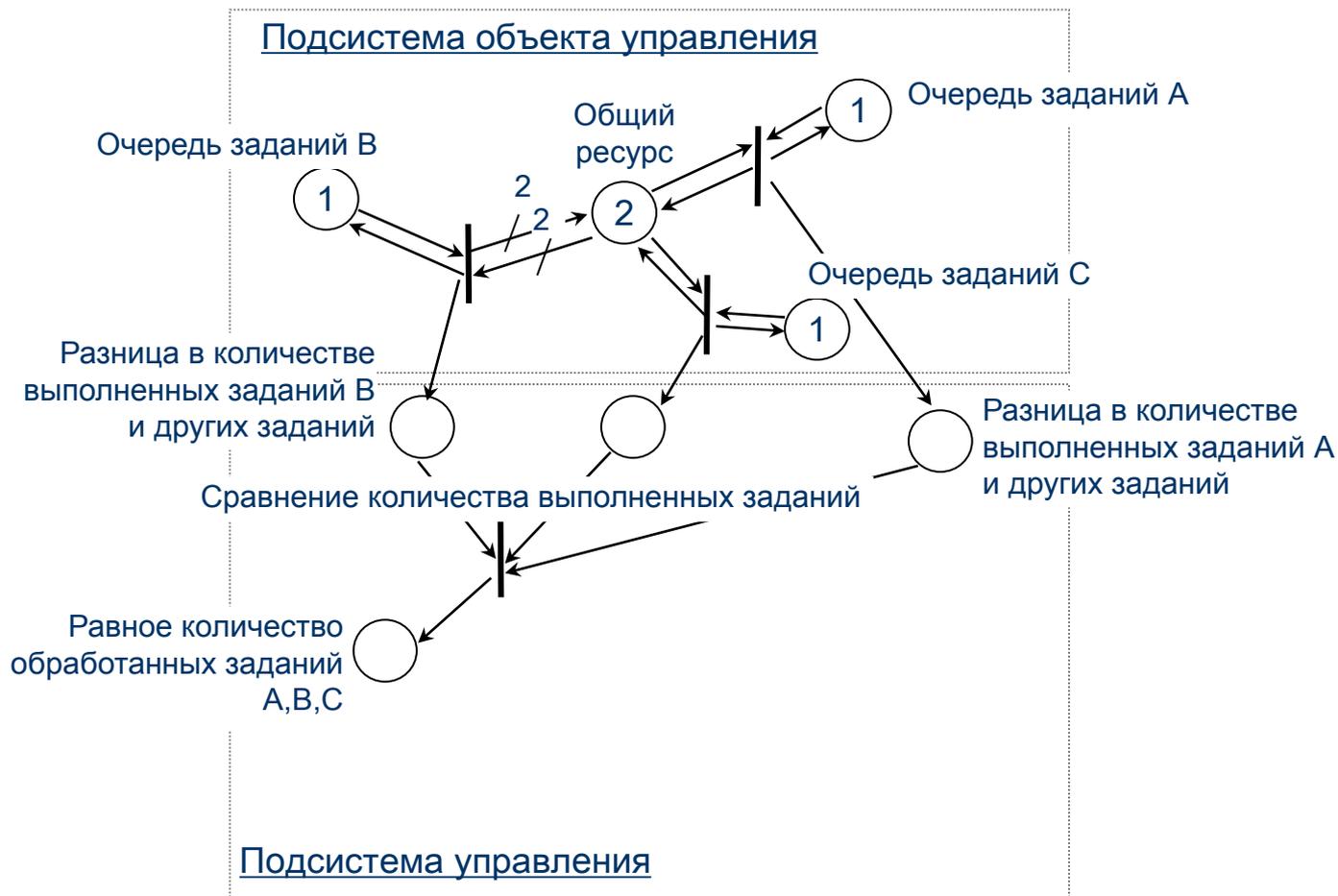


Информационные сети не мощнее ингибиторных сетей или сетей с приоритетами, но удобнее в использовании и алгоритмической реализации. Также, как, например, сети Петри с многоканальными переходами не мощнее обычных сетей Петри, но удобнее.

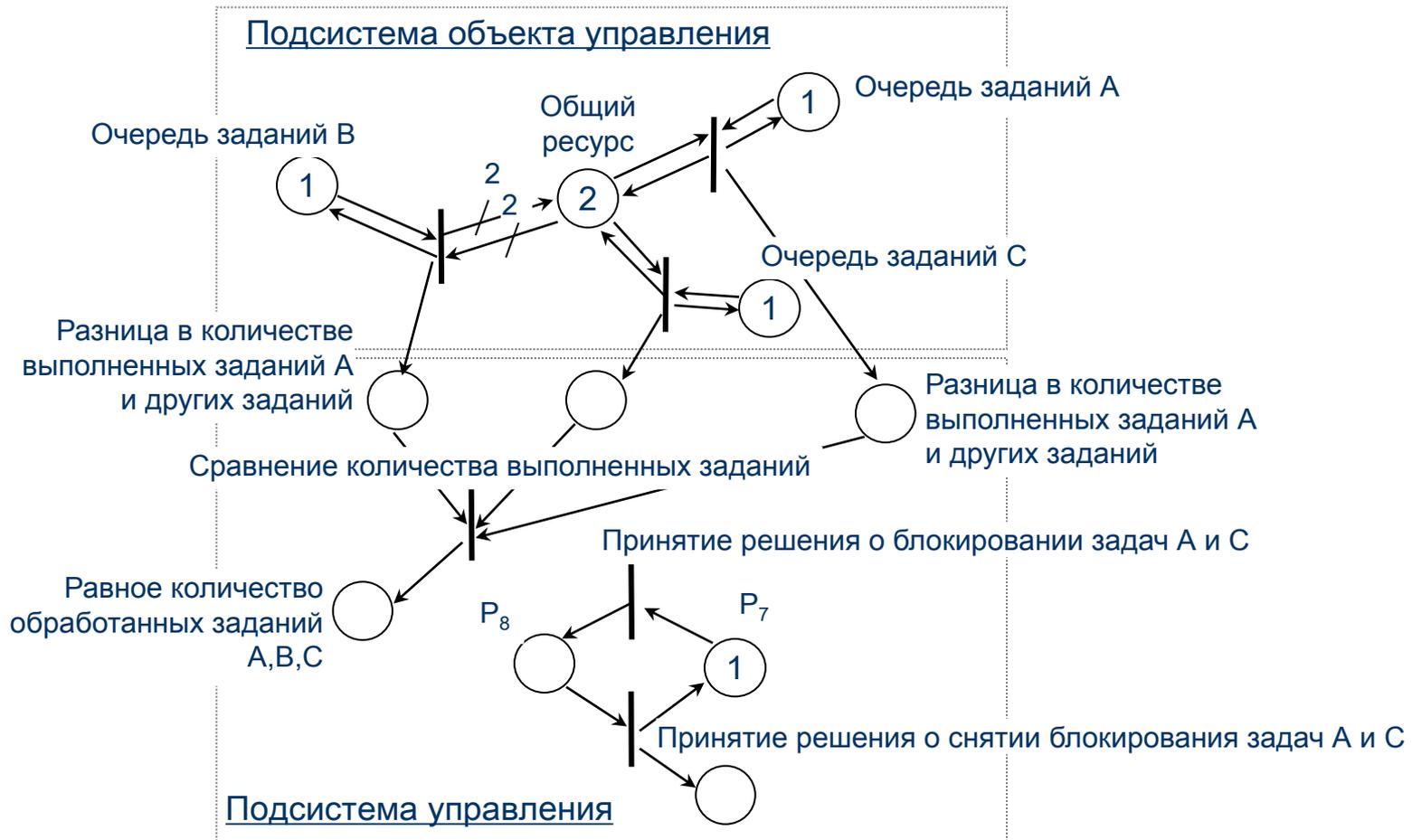
# Пример моделирования стохастической сетью Петри динамического управления распределением ресурсов



# Пример моделирования стохастической сетью Петри динамического управления распределением ресурсов



# Пример моделирования стохастической сетью Петри динамического управления распределением ресурсов



# Пример моделирования стохастической сетью Петри динамического управления распределением ресурсов



# Уравнения состояний детерминированной временной сети Петри с конфликтными и многоканальными переходами

[Зайцев Д.А. Инварианты временных сетей Петри // Кибернетика и системный анализ. – 2004. №2. С.92-106.]

Временная сеть Петри

$$N = (\mathbf{P}, \mathbf{T}, \mathbf{A}, \mathbf{W}, \mathbf{R})$$

- временные задержки  
 $\mathbf{R} : \mathbf{T} \rightarrow \mathbf{N}$

$$\mathbf{S}(n) = (\mathbf{M}(n), \mathbf{E}(n))$$

- состояние сети Петри

$$\left\{ \begin{array}{l} M_p^+(n) = M_p(n-1) + \sum_{T \in \bullet P} W_{T,P} u_T(n - R_T) \\ M_p(n) = M_p^+(n) - \sum_{T \in P^\bullet} W_{P,T} u_T(n) \\ M_p(n) \geq 0, P \in \mathbf{P} \\ v_T(n) = \&M_p^+(n) / W_{P,T}, P \in \bullet T \\ 0 \leq u_T(n) \leq v_T(n), T \in \mathbf{T} \\ S(0) = S_0, n = 1, 2, \dots \end{array} \right.$$

$n$  – номер такта модельного времени

$M_p^+(n)$  - промежуточная маркировка, являющаяся результатом выхода маркеров из переходов

$u_T(n)$  - количество каналов перехода  $T$ , запущенных в такте  $n$

$v_T(n)$  - количество каналов, для которых выполнено условие запуска в такте  $n$

# Уравнения состояний стохастической временной сети Петри с конфликтными и многоканальными переходами, с информационными связями

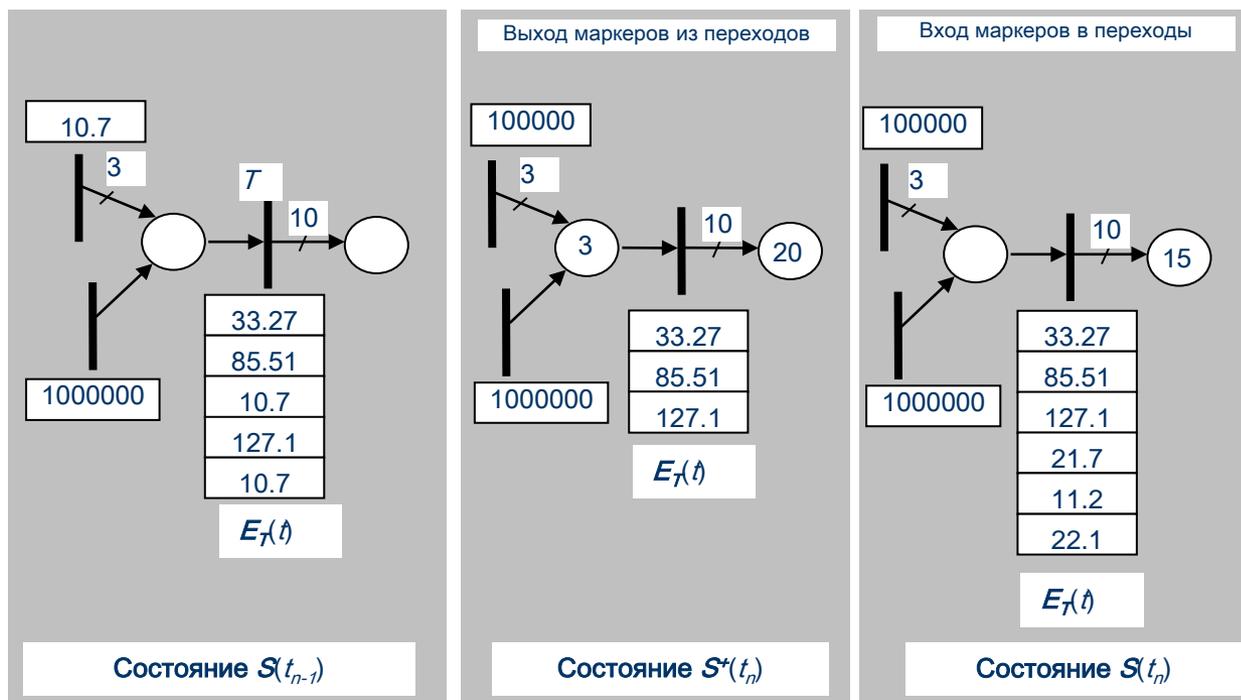
- информационные связи  $I \subseteq P \times T$

Стохастическая сеть Петри  $N = (P, T, A, W, K, I, R)$  - временные задержки  $R: T \rightarrow \mathbb{R}_+$

$S(t) = (M(t), E(t))$  - состояние сети Петри - статус конфликтных переходов  $K: T \rightarrow Z_+ \times Z_+$

Определение момента ближайшего события:  $t_n = \min_T \left( \min_q [E_T(t_{n-1})]_q \right), t_n \geq t_{n-1}$

Изменение состояния, соответствующее моменту времени  $t_n = 10.7$



$$S(t_{n-1}) \rightarrow S^+(t_n) \rightarrow S(t_n)$$

# Преобразование сети Петри, соответствующее выходу маркеров из переходов $D^+ : \mathbf{S}(t_{n-1}) \rightarrow \mathbf{S}(t_n)$

$$\forall T \in \mathbf{T} \mid Y(T, t_n) = 1$$

$$E_T^+(t_n) = \begin{cases} \{\infty\} & \text{if } |s_T(t_{n-1})| = |E_T(t_{n-1})|, \\ E_T(t_{n-1}) \setminus \{[E_T(t_{n-1})]_q \mid q \in s_T(t_{n-1})\} & \text{else} \end{cases}$$

$$\forall P \in \mathbf{P}$$

$$M_P^+(t_n) = M_P(t_{n-1}) + \sum_{T \in \bullet P} Y(T, t_n) \cdot W_{T,P} \mid s_T(t_{n-1}) \mid$$

$Y(T, t_n)$  - предикат, определяющий множество переходов, для которых осуществляется выход маркеров в момент времени

$$\left( \min_q [E_T(t_{n-1})]_q = t_n \right) \Rightarrow Y(T, t_n) = 1$$

$$\left( \min_q [E_T(t_{n-1})]_q \neq t_n \right) \Rightarrow Y(T, t_n) = 0$$

$s_T(t)$  - множество каналов перехода, которым соответствует наименьший из всех моментов выхода маркеров из перехода

$$s_T(t) = \left\{ q \in \mathbf{N} \mid [E_T(t)]_q = \min_q [E_T(t)]_q \right\}$$

# Преобразование сети Петри, соответствующее входу маркеров в переходы $D^- : \mathbf{S}(t_n) \rightarrow \mathbf{S}(t_n)$

$\forall P \in \mathbf{P}$

$$M_P(t_n) = M_P^+(t_n) - \sum_{T \in P^\bullet \setminus P^\circ} W_{P,T} \cdot X(T, t_n)$$

$\forall T \in \mathbf{T} \mid X(T, t_n) = 1$

$$E_T(t_n) = \begin{cases} \{t_n + R_T\} & \text{if } \min_q [E_T(t_{n-1})]_q = \infty, \\ E_T^+(t_n) \cup \{t_n + R_T\} & \text{else} \end{cases}$$

$X(T, t_n)$  - предикат, определяющий множество переходов, для которых осуществляется вход маркеров в момент времени  $t_n$

$T \in \Psi'(t_n) \Rightarrow X(T, t_n) = 1,$

$T \notin \Psi'(t_n) \Rightarrow X(T, t_n) = 0.$

$\Psi'(t_n)$  - подмножество множества переходов с выполненным условием запуска, которое формируется в результате выбора из конфликтных переходов, основывающегося на значениях приоритетов и вероятностей запуска переходов

# Преобразование сети Петри, соответствующее $m$ -кратному входу маркеров в переходы

$$(D^-)^m : \mathbf{S}(t_n) \rightarrow \mathbf{S}(t_n) \quad m : (D^-)^m (\mathbf{S}(t_n)) : \bigvee_{\mathbf{T}} Z(\mathbf{T}, t_n) = 0$$

$$\forall P \in \mathbf{P} \quad M_P(t_n) = M_P^+(t_n) - \sum_{T \in \bullet P \setminus \circ P} W_{P,T} \cdot u_T(t_n)$$

$$\forall T \in \mathbf{T} \mid X(T, t_n) = 1$$

$$E_T(t_n) = \begin{cases} \underbrace{\{t_n + R_T\} \cup \dots \cup \{t_n + R_T\}}_{u_T(t_n)} & \text{if } \min_q [E_T(t_{n-1})]_q = \infty, \\ E_T^+(t_n) \cup \underbrace{\{t_n + R_T\} \cup \dots \cup \{t_n + R_T\}}_{u_T(t_n)} & \text{else} \end{cases}$$

где  $u_T(t_n) = \sum_{i=1}^m X(T, t_n)_i$  - представляет количество входов маркеров в переход  $T$  в серии входов маркеров в переходы, соответствующей моменту времени  $t_n$

# Уравнения состояний стохастической временной сети Петри с конфликтными и многоканальными переходами, с информационными связями

$$\begin{cases} t_n = \min_T \tau_T(t_{n-1}), t_n \geq t_{n-1}, \\ \mathbf{S}(t_1) = (D^-)^m(\mathbf{S}(t_0)), \\ \mathbf{S}(t_n) = (D^-)^m(D^+(\mathbf{S}(t_{n-1}))), \\ n = 2, 3, \dots \end{cases}$$

где  $\tau_T(t) = \min_q [E_T(t)]_q$  - ближайший момент выхода маркеров из перехода

$m : (D^-)^m(\mathbf{S}(t_n)) : \bigvee_T Z(T, t_n) = 0$  - достигается состояние, при котором ни один из переходов сети Петри не запускается

$Z(T, t_n)$  - предикат, определяющий множество переходов с выполненным условием запуска в момент времени  $t_n$

$$\left( \forall P \in \bullet T \quad M_P^+(t_n) \geq W_{P,T} \right) \Rightarrow Z(T, t_n) = 1$$

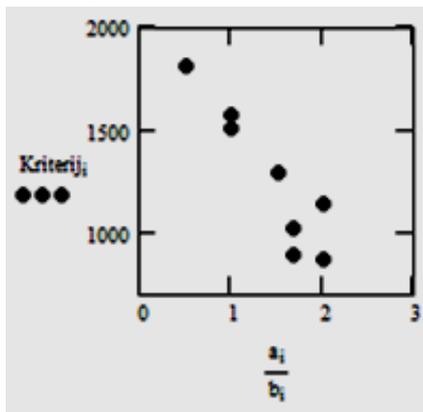
$$\left( \exists P \in \bullet T \quad M_P^+(t_n) < W_{P,T} \right) \Rightarrow Z(T, t_n) = 0$$

# Пример. Исследование параметров динамического управления распределением ресурсов

Время выполнения задачи C = 1, задачи A = 0,157, задачи B = 0,333.

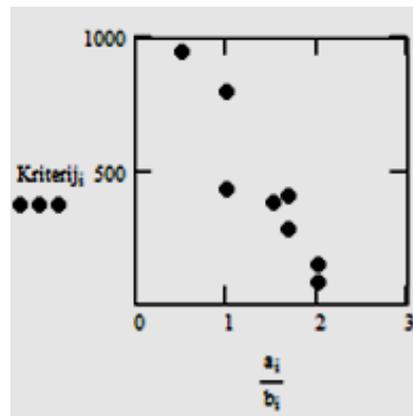
Параметр «a» = кратность дуги, соединяющих позицию «Разница в количестве выполненных заданий A и других заданий» и переход «Сравнение количества выполненных заданий» = кратность дуги, соединяющих позицию «Разница в количестве выполненных заданий A и других заданий» и переход «Принятие решения о блокировании задач A и C»

Параметр «b» = кратность дуги, соединяющих позицию «Разница в количестве выполненных заданий C и других заданий» и переход «Сравнение количества выполненных заданий» = кратность дуги, соединяющих позицию «Разница в количестве выполненных заданий C и других заданий» и переход «Принятие решения о блокировании задач A и C»



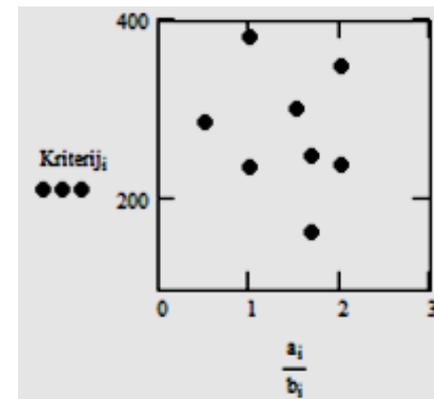
Критерий =  
сумма значений  
«количество  
выполненных заданий»  
всех классов

$$a = 1, b = 2$$



Критерий =  
сумма значений «разница в  
количестве выполненных  
заданий» всех классов

$$a = 2, b = 1$$



Критерий =  
количество выполненных  
заданий класса C

$$a = 2, b = 2$$

# Матричные уравнения состояний стохастической временной сети Петри с конфликтными и многоканальными переходами, с информационными связями

$$a_{P,T}^+ = \begin{cases} W_{T,P}, T \in \bullet P \\ 0, T \notin \bullet P \end{cases} \quad v_T(t) = \begin{cases} |E_T(t)|, \tau_T < \infty, \\ 0, \tau_T = \infty. \end{cases} \quad \begin{array}{l} - \text{количество активных каналов} \\ \text{перехода} \end{array}$$

$$a_{P,T}^- = \begin{cases} W_{P,T}, T \in P^\bullet \setminus P^\circ \\ 0, T \notin P^\bullet \setminus P^\circ \end{cases} \quad \gamma_T(t_n) = \sum_{j=1}^n Z(T, t_j) \cdot u_T(t_j) \quad \begin{array}{l} - \text{общее количество входов в переход} \\ \text{в течение всего интервала времени } [t_0, t_n] \end{array}$$

$$\eta_T(t_n) = \sum_{j=1}^n Y(T, t_j) \cdot |s_T(t_{j-1})| \quad \begin{array}{l} - \text{общее количество выходов из перехода в течение всего} \\ \text{интервала времени } [t_0, t_n] \end{array}$$

$$\mathbf{M}(t) = M_P(t) \quad \mathbf{v}(t) = \|v_T(t)\|$$

$$\mathbf{a}^+ = \|a_{T,P}^+\| \quad \boldsymbol{\gamma}(t) = \|\gamma_T(t)\|$$

$$\mathbf{a}^- = \|a_{T,P}^-\| \quad \boldsymbol{\eta}(t) = \|\eta_T(t)\|$$

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}^+ - \mathbf{a}^-$$

Введем матричную переменную  $\boldsymbol{\mu}(t) = \mathbf{M}(t) + \mathbf{a}^+ \cdot \mathbf{v}(t)$  - вектор расширенной маркировки

$$\boldsymbol{\mu}(t_n) = \boldsymbol{\mu}(t_0) + \mathbf{a} \cdot \boldsymbol{\gamma}(t_n)$$

$$\boldsymbol{\eta}(t_n) = -\mathbf{v}(t_n) + \mathbf{v}(t_0) + \boldsymbol{\gamma}(t_n)$$

# Сравнение матричных уравнений состояний стохастической временной сети Петри с известными уравнениями состояний сети Петри

$I = \emptyset \Rightarrow P^\circ = \emptyset \Rightarrow$  Матричные уравнения состояний стохастической временной сети Петри без информационных связей

$\chi_T(t_n) = \min\{\gamma_T(t_n), \eta_T(t_n)\}$  - количество завершённых запусков перехода

$\eta(t_n) = \gamma(t_n) = \chi(t_n) \Rightarrow \mathbf{v}(t_n) = \mathbf{v}(t_0), \Delta\mu = \Delta\mathbf{M} \Rightarrow \Delta\mathbf{M} = \mathbf{a} \cdot \chi(t_n)$

$R_T = 0 \Rightarrow v_T(t) = 0 \Rightarrow \mu(t) = \mathbf{M}(t), \eta(t_n) = \gamma(t_n) \Rightarrow \mathbf{M}(t_n) = \mathbf{M}(t_0) + (\mathbf{a}^+ - \mathbf{a}^-) \cdot \chi(t_n) \Rightarrow$

$\Rightarrow \mathbf{M}_n = \mathbf{M}_0 + \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{x} \Rightarrow$  Фундаментальное уравнение состояний базовой сети Петри

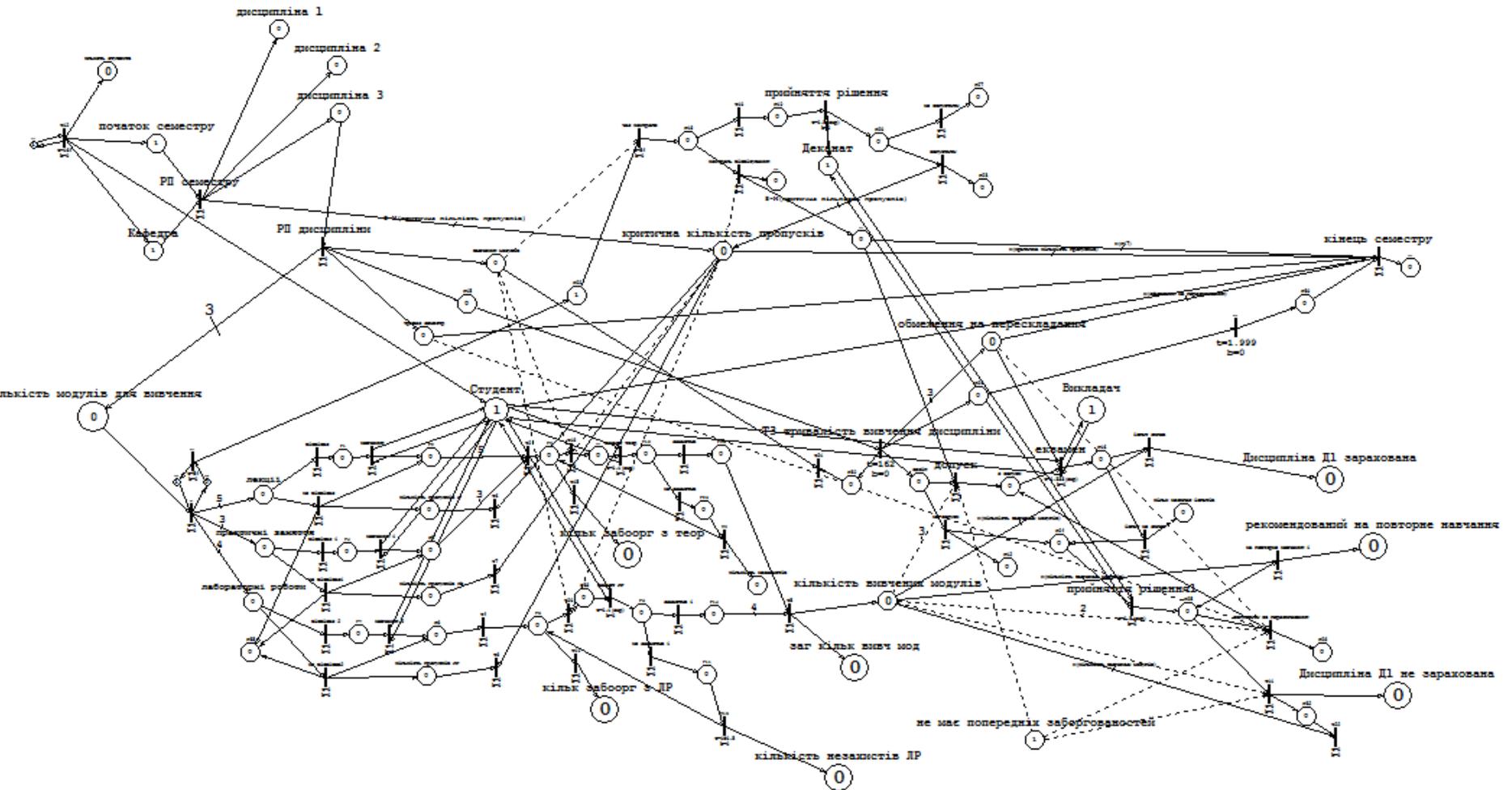
$R_T = const \Rightarrow t_n = t_0 + n \cdot \Delta t$

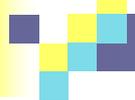
$\Delta t = 1, t_0 = 0 \Rightarrow t_n = n$

$\mathbf{M}(n) - \mathbf{M}(0) = (\mathbf{a}^+ - \mathbf{a}^-) \cdot \gamma(n) - \mathbf{a}^+ \cdot (\mathbf{v}(n) - \mathbf{v}(0)) \Rightarrow \mathbf{M}(n) - \mathbf{M}(0) = \mathbf{a}^+ \cdot (\gamma(n) - \mathbf{v}(n) + \mathbf{v}(0)) - \mathbf{a}^- \cdot \gamma(n) \Rightarrow$

$\Rightarrow \mathbf{M}(n) - \mathbf{M}(0) = \mathbf{a}^+ \cdot \eta(n) - \mathbf{a}^- \cdot \gamma(n) \Rightarrow$  Фундаментальное уравнение состояний детерминированной временной сети Петри

# Недостаток сети Петри





При проектировании сложной программной системы необходимо составлять ее из небольших подсистем, каждую из которых можно отладить независимо от других.

Гради Буч

## ООП и сети Петри

### Блочная структура сети Петри

[Ямпольський Л.С., Лавров О.А. Штучний інтелект у плануванні та управлінні виробництвом. – К.:Вища шк., 1995. 255с. ]

[Стеценко І.В., Бойко О.В. Система імітаційного моделювання засобами сіток Петри // Математичні машини і системи. Київ, 2009. №1. С.117-124. ]

### Функциональные подсети

[Dmitriy A. Zaitsev Functional Petri net // Universite Paris Paris-Dauphine. Cahier N 224. – mars 2005. P.1-62.]

### Объектно-ориентированные сети Петри

[Lakos C. Object Oriented Modeling with Object Petri Nets // Concurrent Object-Oriented Programming and Petri Nets. 2001. P. 1-37. ]

[Lakos C., Keen C. LOOPN++: a new language for object-oriented Petri nets, Technical Report R94-4, Networking Research Group, Univesity of Tasmania,Australia, April 1994.]

### Иерархическая объектно-ориентированная сеть Петри

[Hue Xu Timed Hierarchical object-oriented Petri net // Petri Net, Theory and Applications, Book edited by: Vedran Kordic. - I-Tech Education and Publishing, Vienna, Austria. 2008. P.253-280. ]

### Высокоуровневые сети Петри для описания ООП

[Hong,J.E., Bae D.H. High-level Petri net for incremental specification of object-oriented system requirements // Institution of Engineering and Technology, IEEE Proceedings – Software. - 2001. Vol. 148, No.1. P.11-18. ]

# Понятие Петри-объекта

Класс Петри-имитатор

| PetriSim                            |
|-------------------------------------|
| — name: String                      |
| — Net: PetriNet                     |
| — priority: int                     |
| — timeMod: double                   |
| — eventMin: PetriT                  |
| — timeMin: double                   |
| — STOP: boolean                     |
| — timeCurr: double                  |
| + setPriority(int a)                |
| + EventMin()                        |
| + findActiveT()                     |
| + DoConflikt(ArrayList<Petri T> TT) |
| + Start()                           |
| + NextEvent()                       |
| + DoStatistica()                    |
| + DoT()                             |
| + Go(double time)                   |

Поле Сеть Петри

Поле Время моделирования

Поле Момент времени ближайшего события

Поле Текущий момент времени

Метод Вход маркеров в переходы

Метод Выполнить событие: выход маркеров и вход маркеров в переходы, соответствующие текущему моменту времени

Метод Выполнить статистические вычисления

Метод Выполнить специфические действия, соответствующие переходу

Метод Выполнить имитацию до момента времени time

Определение. **Петри-объектом** (PetriObj) называется объект, являющийся наследником объекта Петри-имитатор (PetriSim):

PetriObj  $\xrightarrow{\textit{inherit}}$  PetriSim

Петри-объект

PetriObj

PetriSim

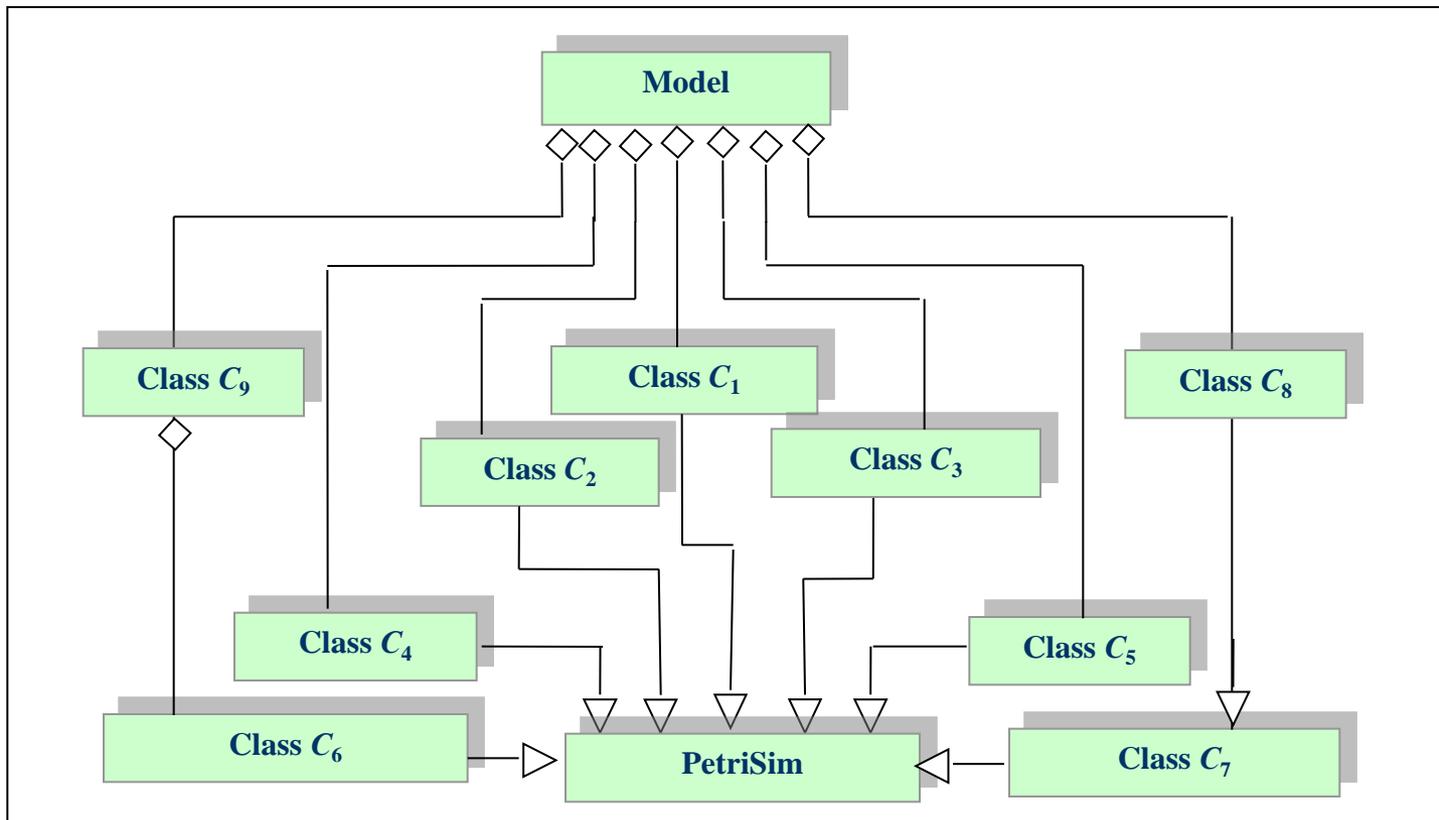


# Понятие Петри-объектной модели

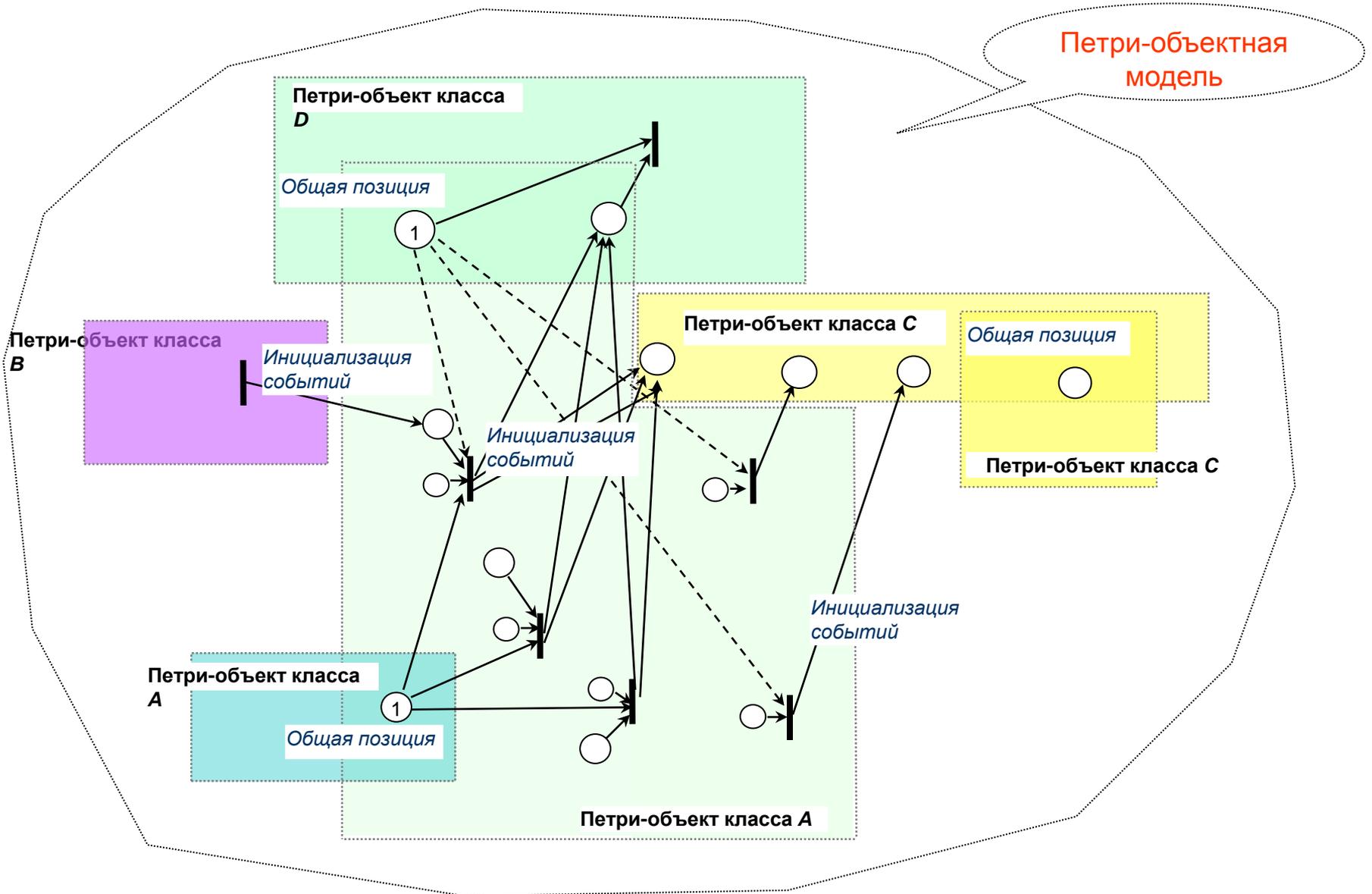
Определение. Петри-объектной моделью называется модель, являющаяся результатом агрегирования Петри-объектов:

$$Model = \bigcup_N O_N$$

где  $O_N \xrightarrow{inherit} PetriSim$



# Связи между Петри-объектами



# Утверждение 1

Петри-объектная модель описывается стохастической временной сетью Петри, являющейся объединением сетей Петри-объектов, из которых она состоит:

$$ModelNet = \bigcup_{\tilde{N}} \tilde{N}$$

где  $\tilde{N} = (\mathbf{T}_N^\bullet, \mathbf{T}_N, \tilde{\mathbf{A}}_N, \tilde{\mathbf{W}}_N, \mathbf{K}_N, \mathbf{I}_N, \mathbf{R}_N)$

$$\bigcup_{\tilde{N}} \tilde{N} : \mathbf{P} = \bigcup_N \mathbf{T}_N^\bullet \quad \mathbf{T} = \bigcup_N \mathbf{T}_N \quad \tilde{\mathbf{A}} = \bigcup_N \tilde{\mathbf{A}}_N \quad \tilde{\mathbf{W}} = \bigcup_N \tilde{\mathbf{W}}_N \quad \mathbf{K} = \bigcup_N \mathbf{K}_N \quad \mathbf{I} = \bigcup_N \mathbf{I}_N \quad \mathbf{R} = \bigcup_N \mathbf{R}_N$$

$$\mathbf{T}_N^\bullet = \bigcup_{T \in \mathbf{T}_N} T^\bullet = \{P \in \mathbf{P} \mid \exists T \in \mathbf{T} : \exists (T, P) \in \tilde{\mathbf{A}}_N\}$$

$$\tilde{\mathbf{A}}_N = \mathbf{A}_N \cup \mathbf{U}_N \quad \tilde{\mathbf{W}}_N = \mathbf{W}_N \cup \mathbf{w}_N$$

$U_N = \{(T, P) \mid T \in \mathbf{T}_k, P \in \mathbf{P}_l, w_{k,l} > 0\}$  - множество дуг Петри-объекта, соединяющих его с другими объектами посредством инициализации событий

**Следствие.** Петри-объектная модель является вычислимой.

## Утверждение 2

Преобразование  $D^+$  сети Петри-объектной модели  $\bigcup_{\tilde{N}} \tilde{N}$   
эквивалентно преобразованию  $D^+$  сетей Петри-объектов

$$\tilde{N} = (\mathbf{T}_N^\bullet, \mathbf{T}_N, \tilde{\mathbf{A}}_N, \tilde{\mathbf{W}}_N, \mathbf{K}_N, \mathbf{I}_N, \mathbf{R}_N)$$

**Следствие.** Состояние Петри-объектной модели, являющееся результатом выхода маркеров из переходов сети Петри-объектной модели, описывается состоянием ее Петри-объектов:

$$\mathbf{S}^+(t_n) = D^+(\mathbf{S}(t_{n-1})) = \begin{pmatrix} D^+(\tilde{\mathbf{S}}_1(t_{n-1})) \\ \dots \\ D^+(\tilde{\mathbf{S}}_N(t_{n-1})) \\ \dots \\ D^+(\tilde{\mathbf{S}}_L(t_{n-1})) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{S}}_1^+(t_n) \\ \dots \\ \tilde{\mathbf{S}}_N^+(t_n) \\ \dots \\ \tilde{\mathbf{S}}_L^+(t_n) \end{pmatrix}$$

## Утверждение 3

Преобразование  $D^-$  сети Петри-объектной модели  $\bigcup_{\tilde{N}} \tilde{N}$

эквивалентно преобразованию  $D^-$  сетей Петри-объектов

$$\tilde{N} = (\mathbf{T}_N^\bullet, \mathbf{T}_N, \tilde{\mathbf{A}}_N, \tilde{\mathbf{W}}_N, \mathbf{K}_N, \mathbf{I}_N, \mathbf{R}_N),$$

для которых в случае существования общих позиций Петри-объектов решен конфликт

**Следствие.** Состояние Петри-объектной модели, являющееся результатом входа маркеров в переходы сети Петри-объектной модели, описывается состоянием ее Петри-объектов.

$$\mathbf{S}(t_n) = D^-(\mathbf{S}^+(t_n)) = \begin{pmatrix} D^-(\tilde{\mathbf{S}}_1^+(t_n)) \\ \dots \\ D^-(\tilde{\mathbf{S}}_N^+(t_n)) \\ \dots \\ D^-(\tilde{\mathbf{S}}_L^+(t_n)) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{S}}_1(t_n) \\ \dots \\ \tilde{\mathbf{S}}_N(t_n) \\ \dots \\ \tilde{\mathbf{S}}_L(t_n) \end{pmatrix}$$

# Уравнения состояний Петри-объектной модели

**Следствие.** Состояние Петри-объектной модели в каждый момент времени описывается состоянием ее Петри-объектов.

$$\mathbf{S}(t_n) = (D^-)^m (D^+ (\mathbf{S}(t_{n-1}))) = (D^-)^m \begin{pmatrix} D^+ (\tilde{\mathbf{S}}_1(t_{n-1})) \\ \dots \\ D^+ (\tilde{\mathbf{S}}_N(t_{n-1})) \\ \dots \\ D^+ (\tilde{\mathbf{S}}_L(t_{n-1})) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (D^-)^m (D^+ (\tilde{\mathbf{S}}_1(t_{n-1}))) \\ \dots \\ (D^-)^m (D^+ (\tilde{\mathbf{S}}_N(t_{n-1}))) \\ \dots \\ (D^-)^m (D^+ (\tilde{\mathbf{S}}_L(t_{n-1}))) \end{pmatrix}$$

## Уравнения состояний Петри-объектной модели

$$t_n = \min_N \tau_N, t_n \geq t_{n-1}$$

$$\mathbf{S}(t_n) = \begin{pmatrix} (D^-)^m (D^+ (\tilde{\mathbf{S}}_1(t_{n-1}))) \\ \dots \\ (D^-)^m (D^+ (\tilde{\mathbf{S}}_N(t_{n-1}))) \\ \dots \\ (D^-)^m (D^+ (\tilde{\mathbf{S}}_L(t_{n-1}))) \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{S}(t_1) = \begin{pmatrix} (D^-)^m (\mathbf{S}_1(t_0)) \\ \dots \\ (D^-)^m (\mathbf{S}_N(t_0)) \\ \dots \\ (D^-)^m (\mathbf{S}_L(t_0)) \end{pmatrix}$$

$$\forall \tilde{\mathbf{S}}_N(t_n) : \bigvee_{T \in \mathbf{T}_N} Z(T, t_n) = 0$$

# Алгоритм имитации Петри-объектной модели

- Формировать список Петри-объектов;
- Осуществить преобразование  $(D^-)^m$  (метод Start());
- Пока не достигнут момент окончания моделирования
  - продвинуть время в момент ближайшего события;
  - определить список конфликтных объектов и выбрать объект из списка конфликтных объектов;
  - для выбранного объекта выполнить преобразование  $(D^-)^m \circ D^+$  (методы NextEvent(), DoT() );
  - для всех других объектов осуществить преобразование  $(D^-)^m$  (метод Start());
- Вывести результаты моделирования.

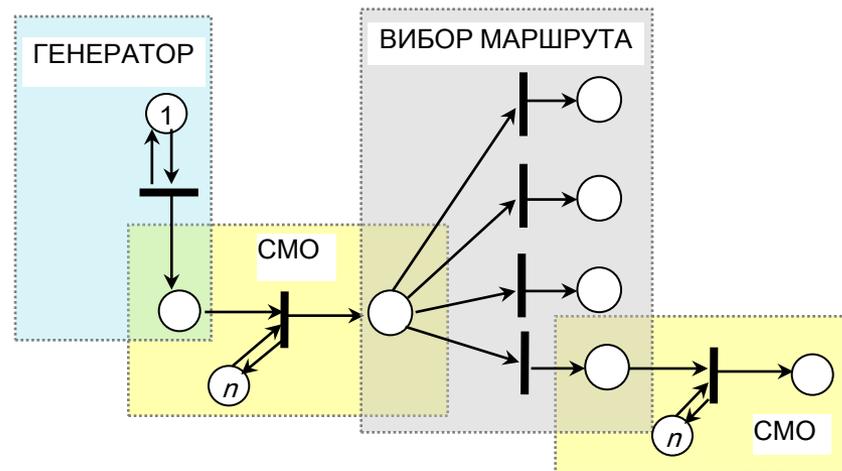
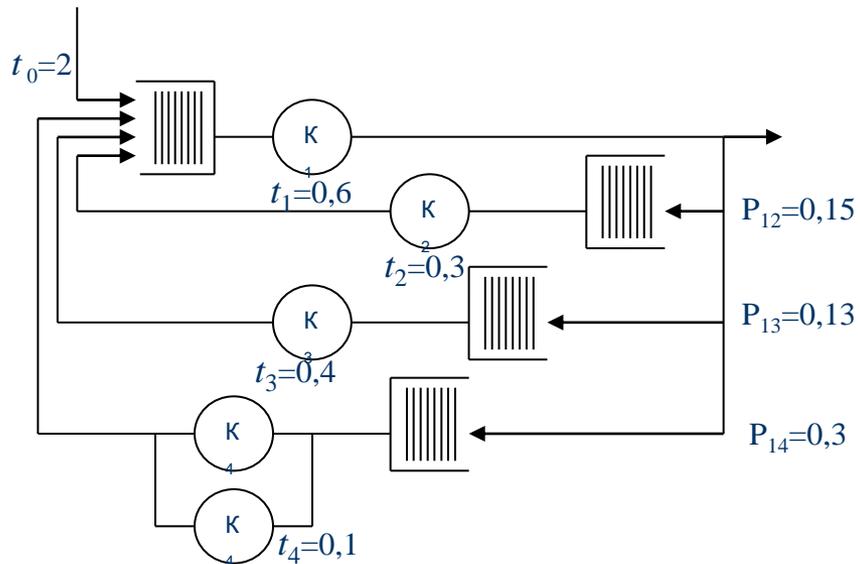
Анализ вычислительной сложности алгоритма:

$$O(|\mathbf{T}|^2 \cdot V \cdot timeMod \cdot \left( \underset{T \in \mathbf{T}}{mean} |T^\bullet| + V + V \cdot |\mathbf{T}| \cdot \underset{T \in \mathbf{T}}{mean} |T| + V^2 \cdot |\mathbf{T}| + V \cdot K^2 \right))$$

Среднее количество  
активных каналов перехода

Среднее количество  
конфликтных переходов

# Точность результатов моделирования



## Результаты аналитического моделирования

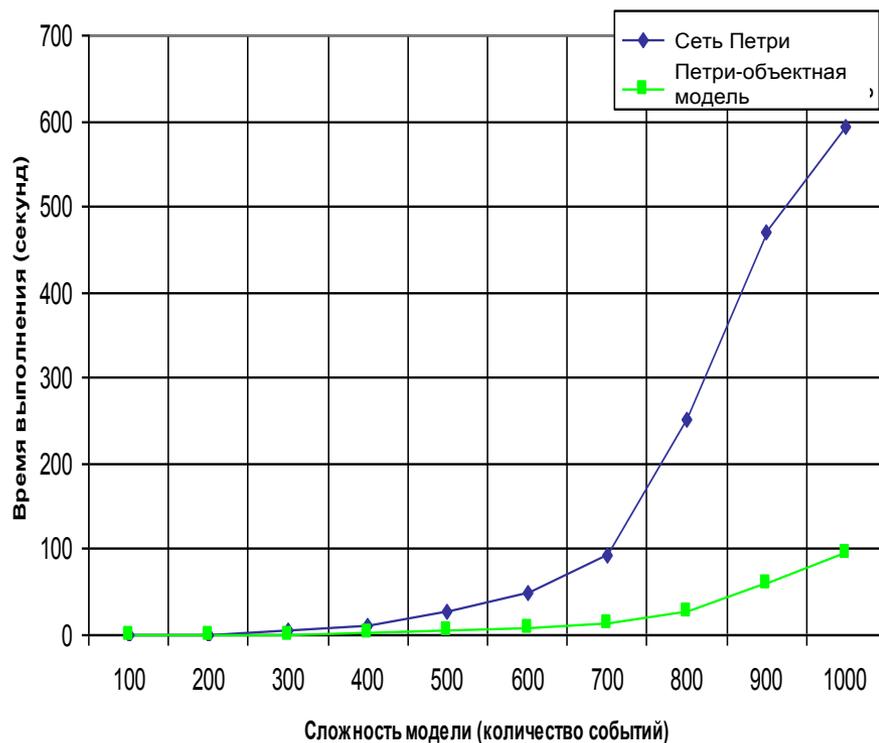
Средняя длина очереди СМО1 = 1,786  
 Средняя длина очереди СМО2 = 0,003  
 Средняя длина очереди СМО3 = 0,004  
 Средняя длина очереди СМО4 = 0,00001  
 Средняя занятость устройств СМО1 = 0,714  
 Средняя занятость устройств СМО2 = 0,054  
 Средняя занятость устройств СМО3 = 0,062  
 Средняя занятость устройств СМО4 = 0,036

## Результаты Петри-объектного моделирования

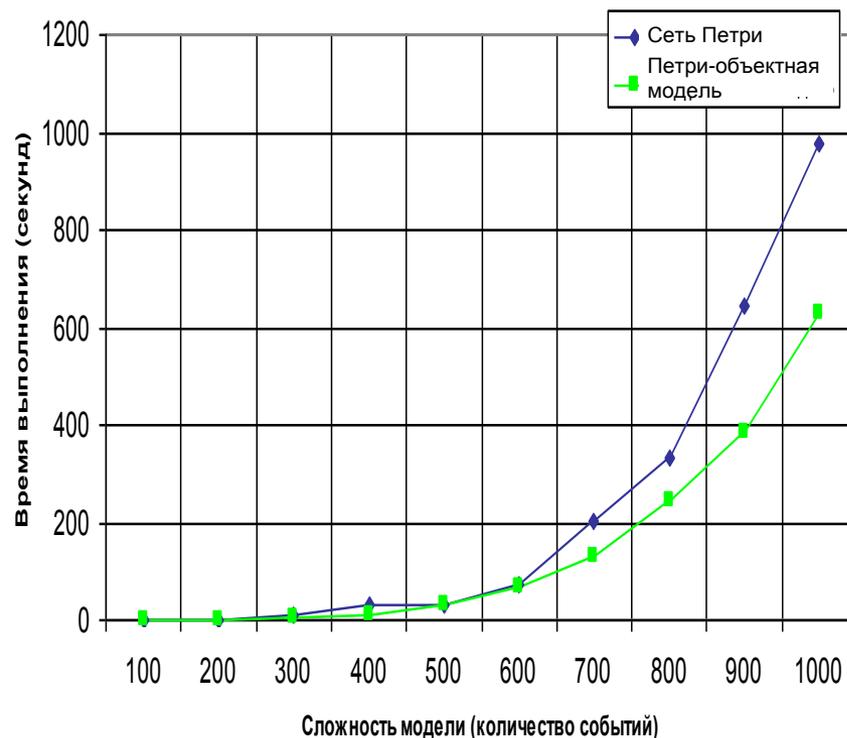
Средняя длина очереди СМО1 = 1,766  
 Средняя длина очереди СМО2 = 0,0041  
 Средняя длина очереди СМО3 = 0,0035  
 Средняя длина очереди СМО4 = 0,00001  
 Средняя занятость устройств СМО1 = 0,714  
 Средняя занятость устройств СМО2 = 0,054  
 Средняя занятость устройств СМО3 = 0,065  
 Средняя занятость устройств СМО4 = 0,035

# Исследование эффективности алгоритма имитации Петри-объектной модели

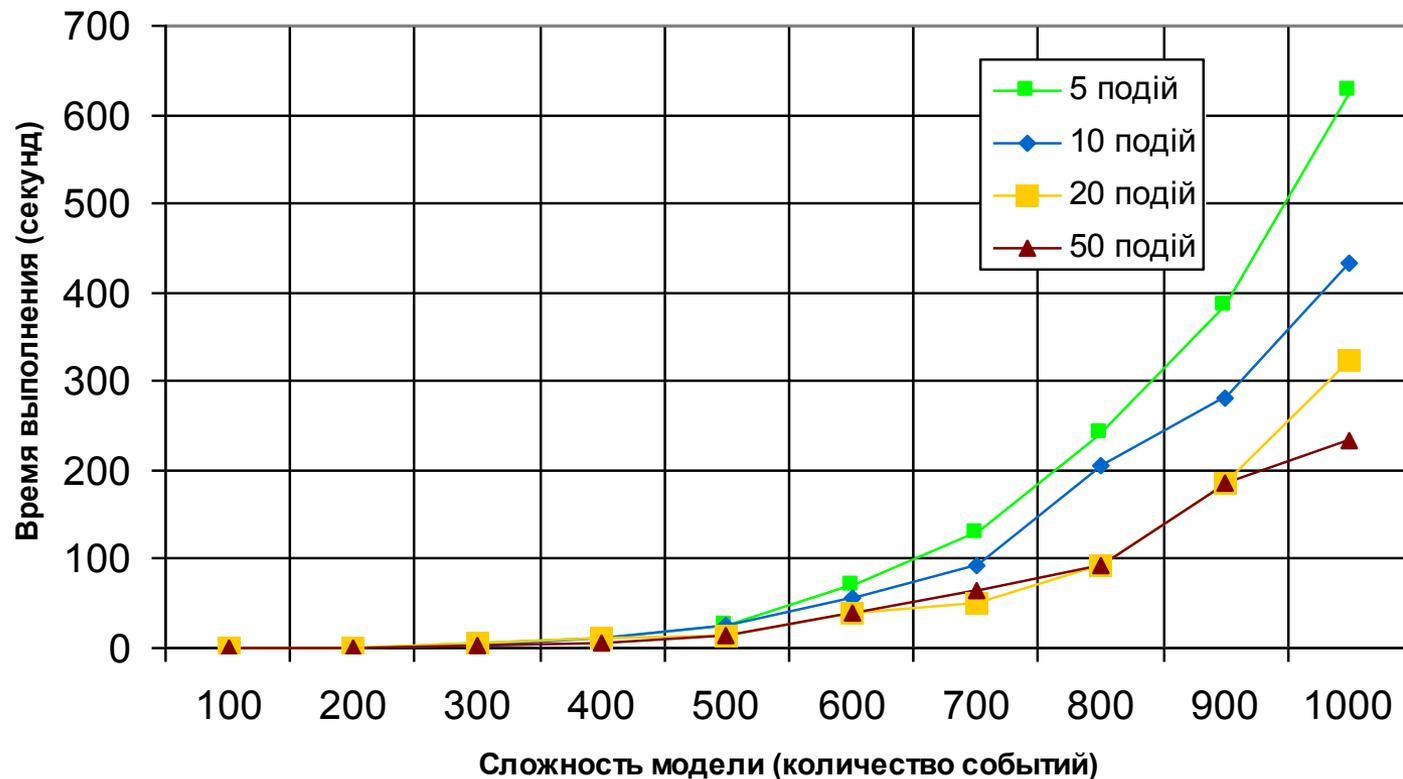
а) переходы с детерминированными задержками



б) переходы со стохастическими задержками



# Исследование эффективности алгоритма имитации Петри-объектной модели при различной сложности объектов



# Петри-объектная модель

- это средство формального описания систем, которое:

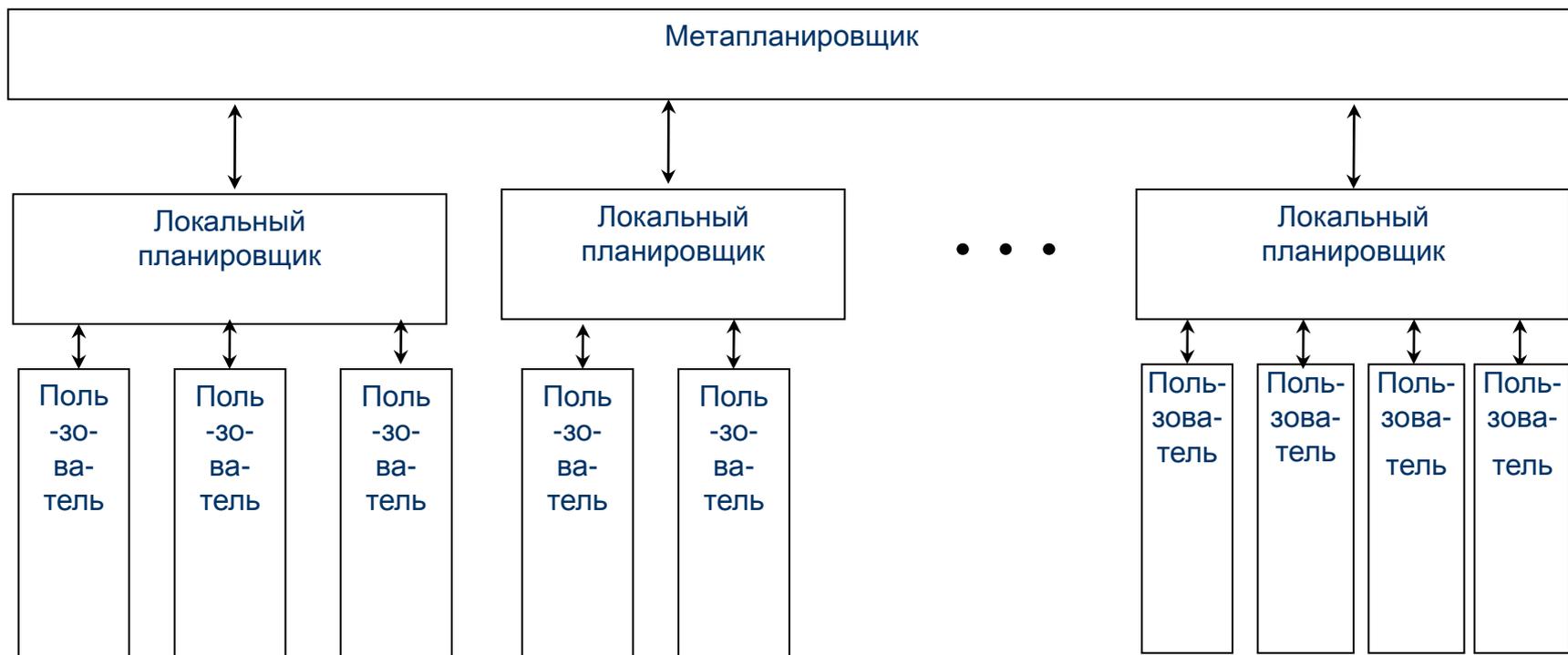
- 1) имеет математическое описание, а следовательно, имеет большую степень абстракции и наиболее формализованное описание алгоритма имитации;
- 2) допускает не только имитационные методы исследования, но и аналитические методы;
- 3) позволяет создавать модели больших и сложных систем с наименьшими затратами времени и труда;
- 4) основывается на временной стохастической сети Петри, а значит, допускает наиболее детализированное описание дискретно-событийных процессов функционирования;
- 5) основывается на объектно-ориентированной технологии, а значит, допускает моделирование структуры больших систем и совместимость с другими информационными технологиями.

# Практическое применение Петри-объектного моделирования

- Моделирование систем управления (учебный процесс, транспортные системы)
- Моделирование параллельных вычислений (грид-системы)
- Моделирование процессов управления организациями и предприятиями (процессно-ориентированный подход к управлению)
- Распределенное моделирование (модель большой системы строится с участием коллектива разработчиков). Это идея и концепция, которой придерживались при разработке ООП
- Петри-процессор (Петри-машина) и «новая парадигма вычислений»

# Петри-объектная модель системы управления распределенными вычислительными ресурсами

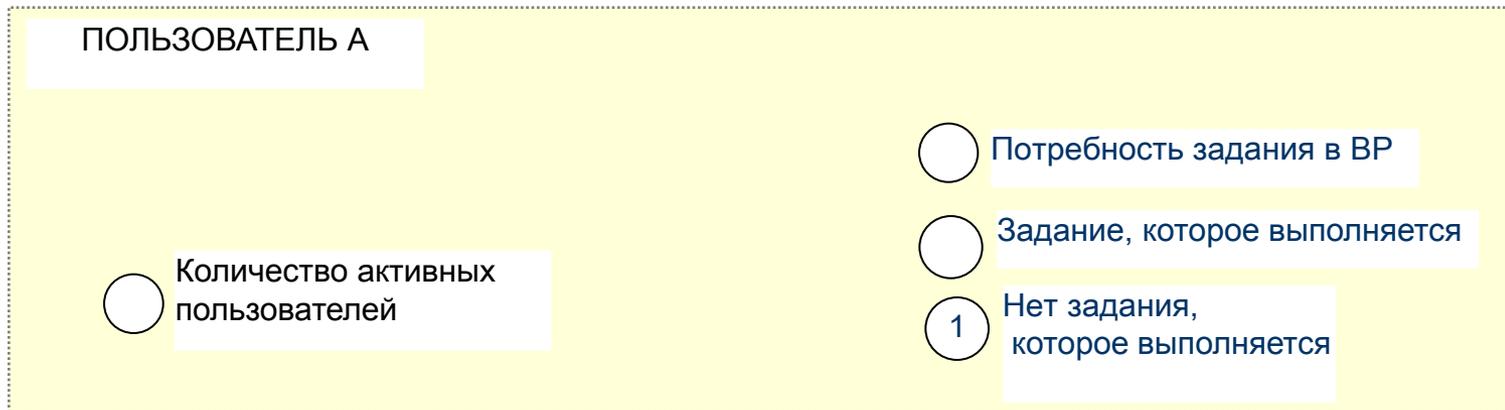
## Архитектура двухуровневой грид-системы



Часть доступного ресурса:

$$x_i = \frac{P_i}{\sum_{i \in A} P_i} \quad \sum_i x_i = 1$$

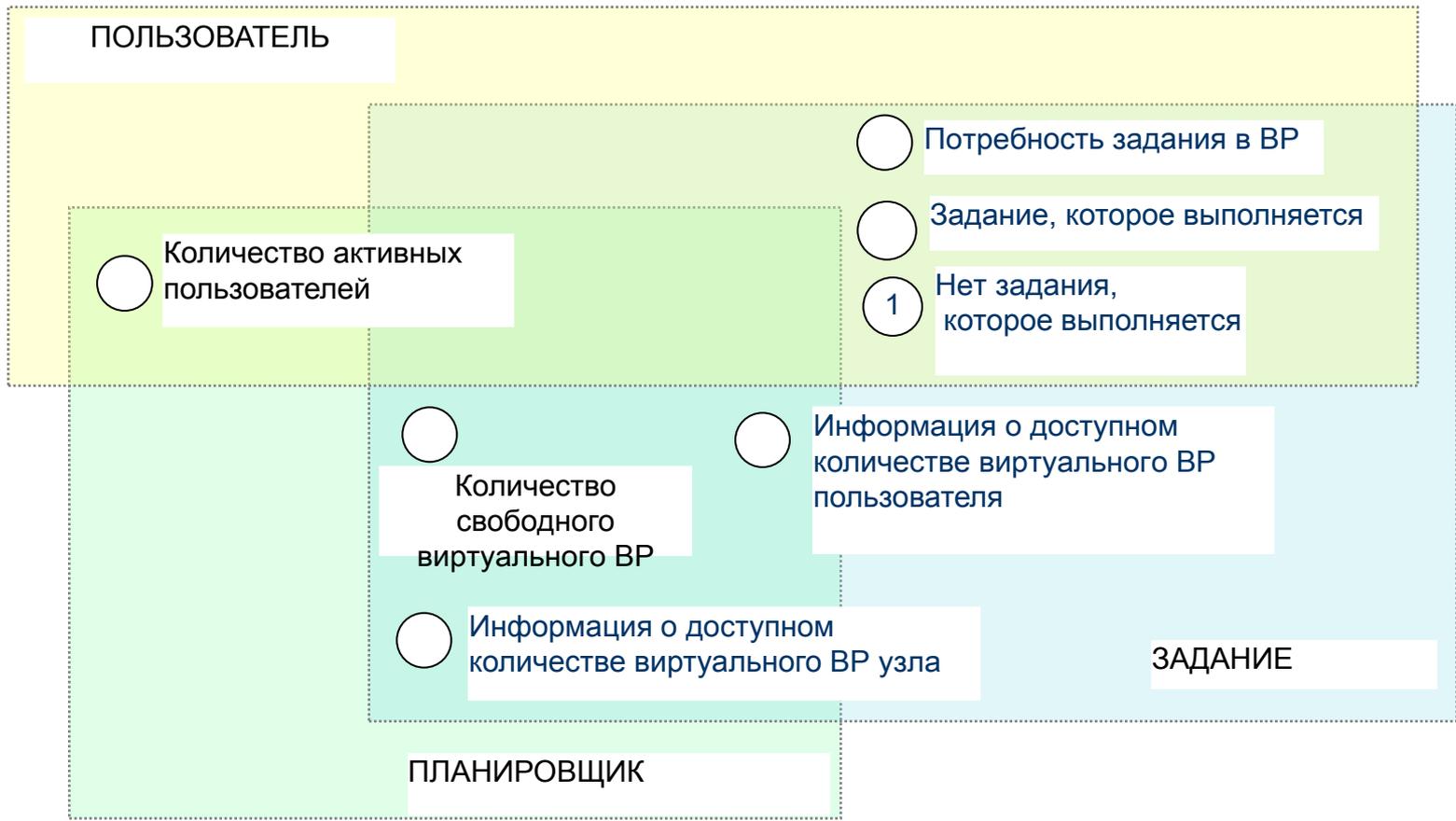
# Петри-объектная модель системы управления распределенными вычислительными ресурсами



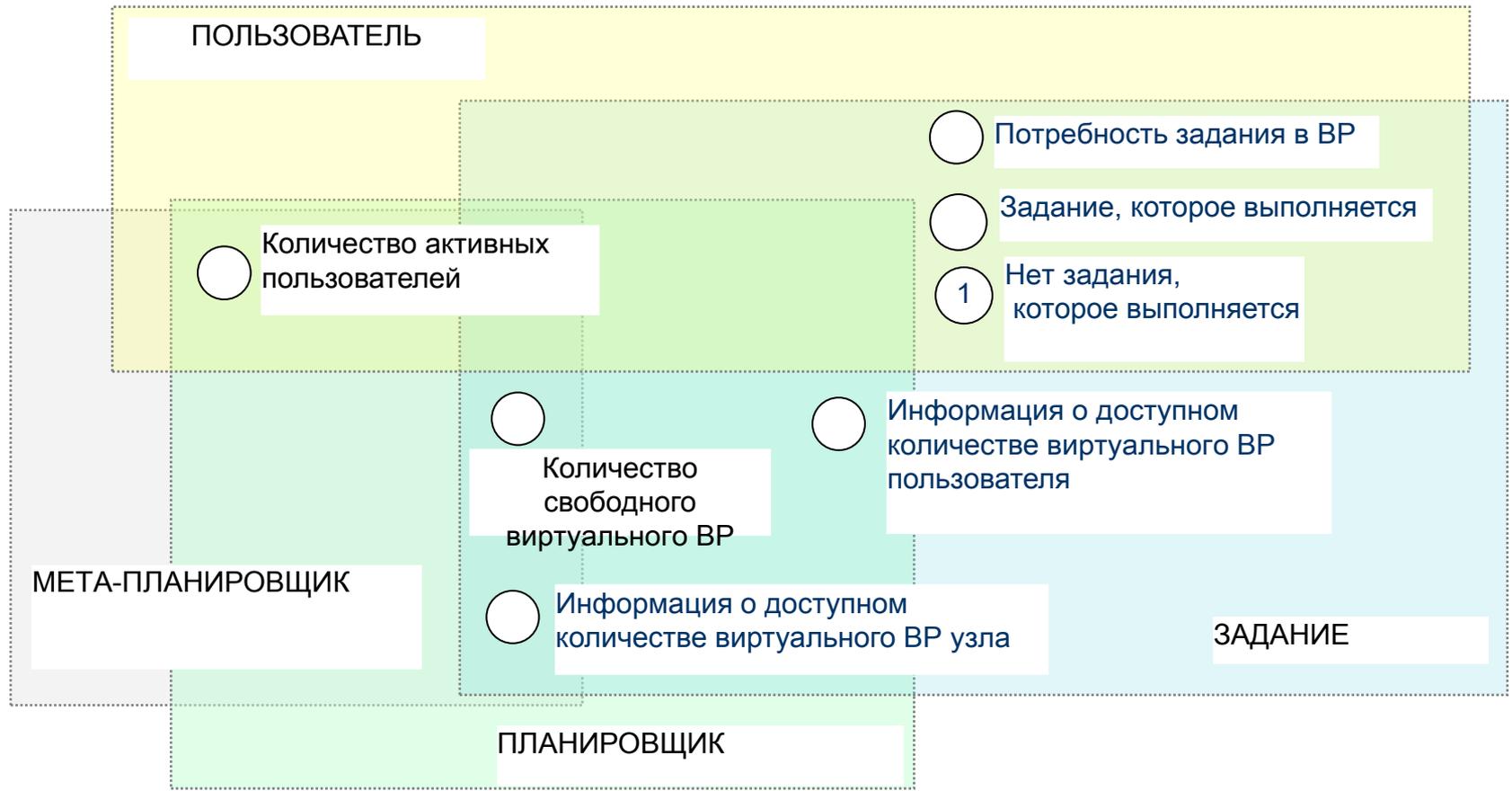
# Петри-объектная модель системы управления распределенными вычислительными ресурсами



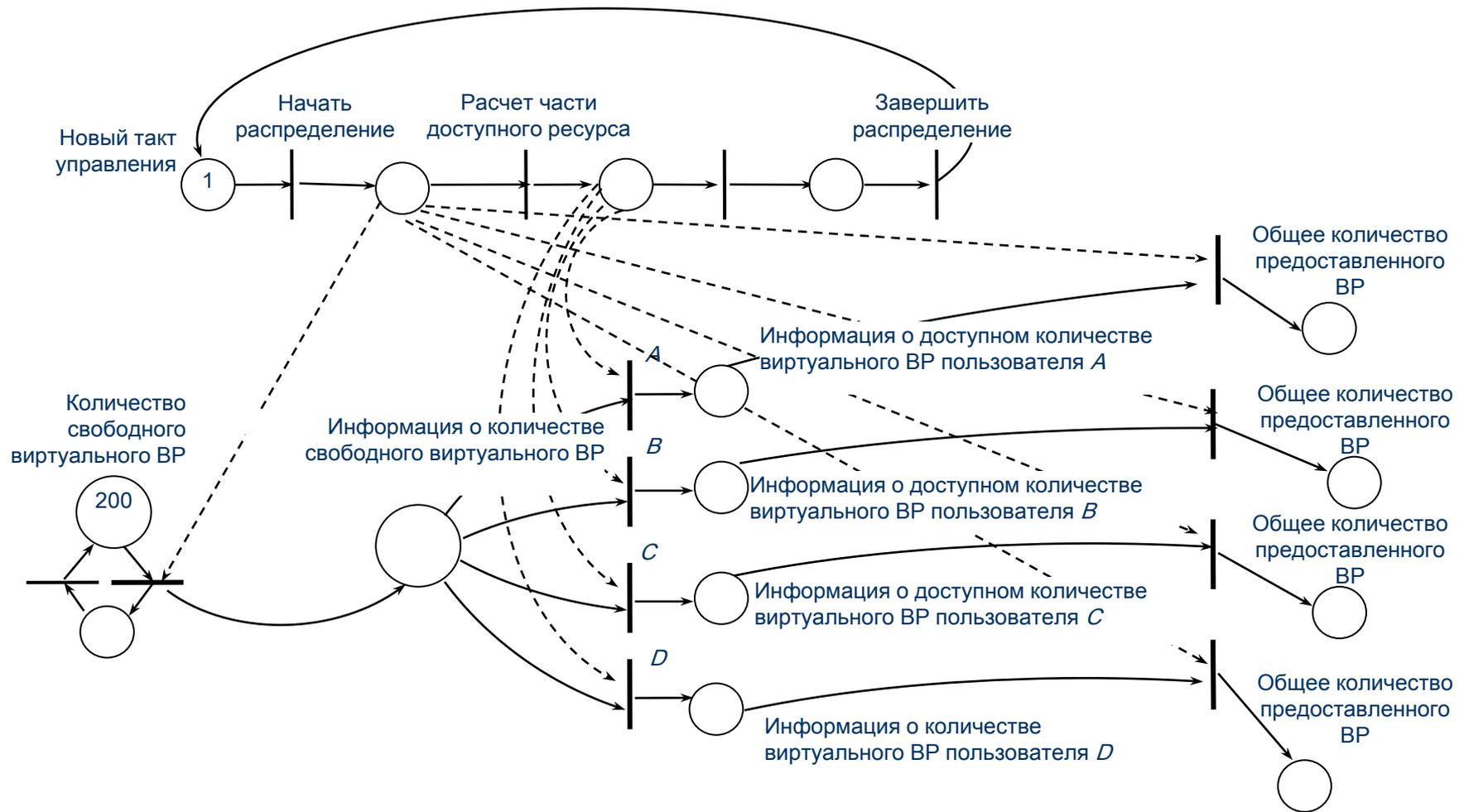
# Петри-объектная модель системы управления распределенными вычислительными ресурсами



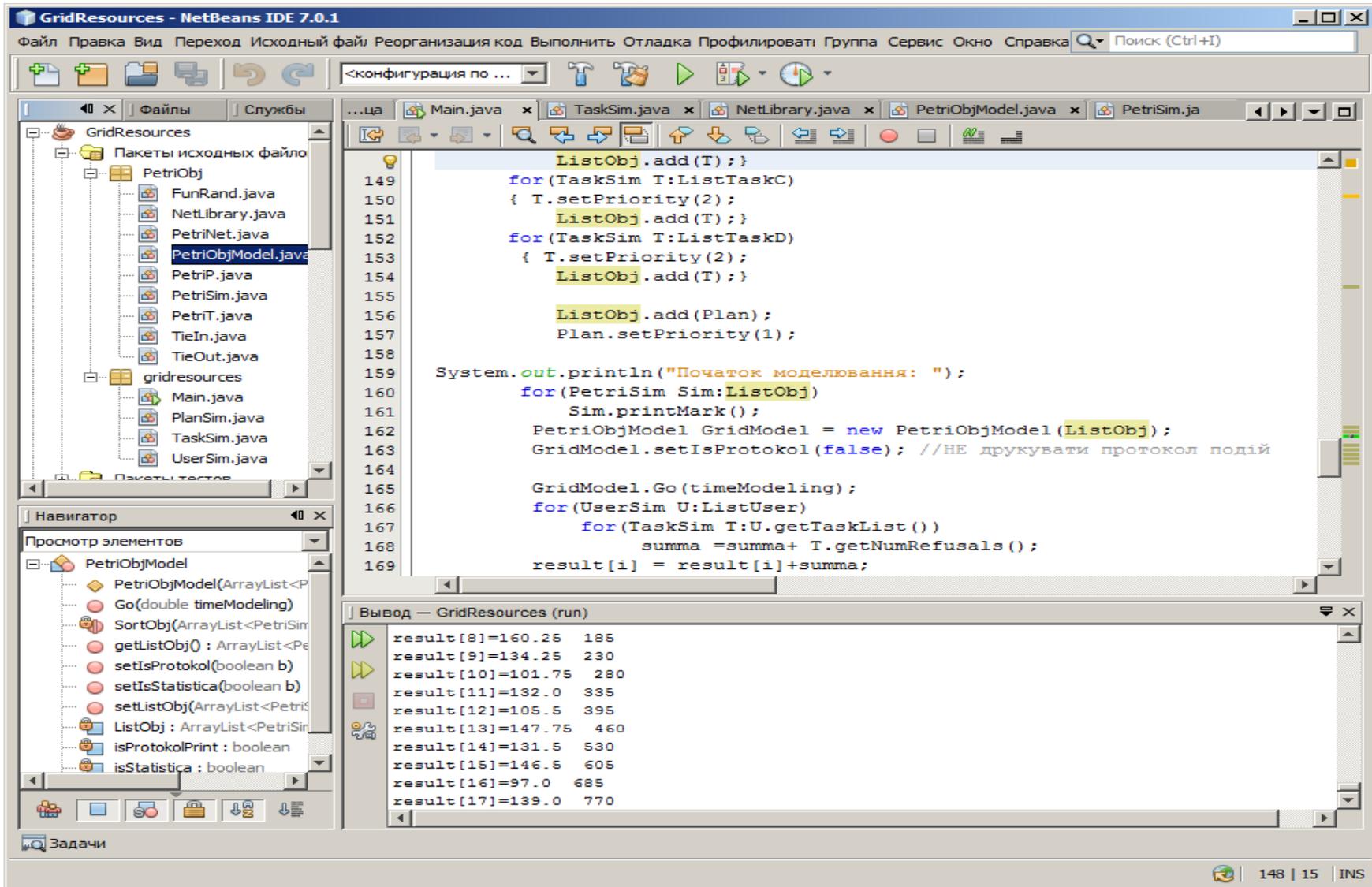
# Петри-объектная модель системы управления распределенными вычислительными ресурсами



# Сеть Петри-объекта «Планировщик»



# Java-реализация модели системы управления распределенными вычислительными ресурсами



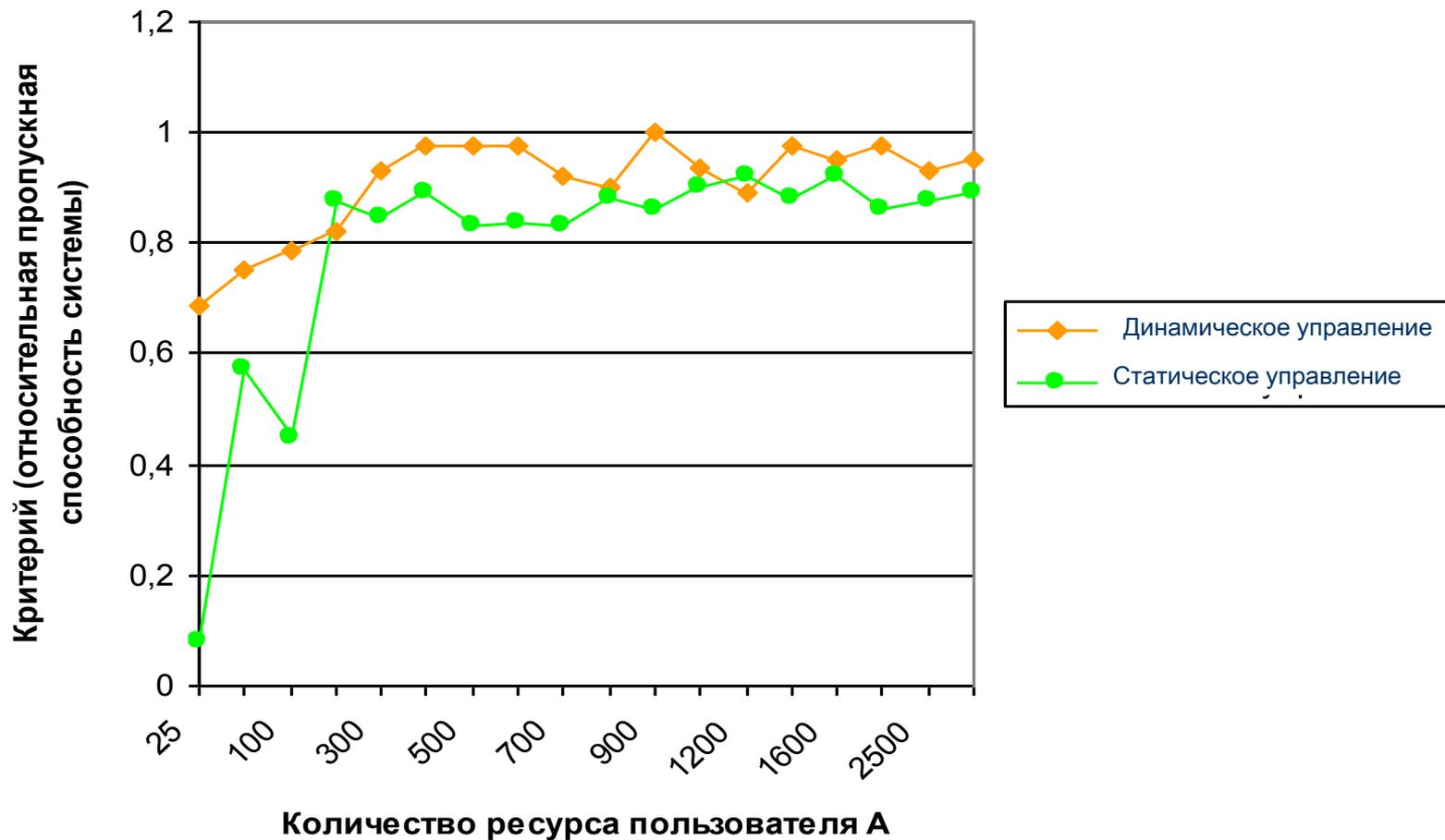
The screenshot shows the NetBeans IDE 7.0.1 interface. The main editor displays the code for `TaskSim.java`. The code includes a `ListObj` class and a `main` method that simulates a system with tasks and users. The output window shows the results of the simulation, displaying a table of results for each iteration from 8 to 17.

```
148     ListObj.add(T);  
149     for(TaskSim T:ListTaskC)  
150     { T.setPriority(2);  
151     ListObj.add(T);  
152     for(TaskSim T:ListTaskD)  
153     { T.setPriority(2);  
154     ListObj.add(T);  
155  
156     ListObj.add(Plan);  
157     Plan.setPriority(1);  
158  
159     System.out.println("Початок моделювання: ");  
160     for(PetriSim Sim:ListObj)  
161     Sim.printMark();  
162     PetriObjModel GridModel = new PetriObjModel(ListObj);  
163     GridModel.setIsProtokol(false); //НЕ друкувати протокол подій  
164  
165     GridModel.Go(timeModeling);  
166     for(UserSim U:ListUser)  
167     for(TaskSim T:U.getTaskList())  
168     summa =summa+ T.getNumRefusals();  
169     result[i] = result[i]+summa;
```

Вывод — GridResources (run)

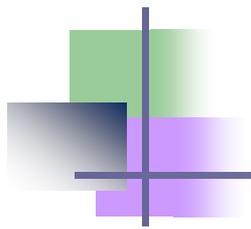
|                   |     |
|-------------------|-----|
| result[8]=160.25  | 185 |
| result[9]=134.25  | 230 |
| result[10]=101.75 | 280 |
| result[11]=132.0  | 335 |
| result[12]=108.5  | 395 |
| result[13]=147.75 | 460 |
| result[14]=131.5  | 530 |
| result[15]=146.5  | 605 |
| result[16]=97.0   | 685 |
| result[17]=139.0  | 770 |

# Результаты исследования влияния типа управления на эффективность функционирования системы



# Заключение

- Разработаны теоретические основы новой технологии моделирования систем, объединяющей в себе объектно-ориентированную технологию и технологию имитационного моделирования стохастической сетью Петри.
- Эффективность Петри-объектной технологии обеспечивается сокращением затрат труда на алгоритмическую реализацию модели системы и значительным повышением скорости вычислений модели.
- Формализация средствами Петри-объектного моделирования является мощным инструментом исследования сложных дискретно-событийных систем
- Дальнейшие исследования связаны с
  - усовершенствованием библиотеки Java-классов Петри-объектного моделирования;
    - разработкой графического интерфейса ввода сетей Петри-объектов;
    - разработкой WEB-версии библиотеки java-классов Петри-объектного моделирования
  - поиском эффективных инструментов исследования аналитических свойств модели на основе матричных уравнений;
  - разработкой библиотеки Петри-объектного моделирования распределенных систем.



Спасибо за внимание!