

НГТУ



НЭТИ

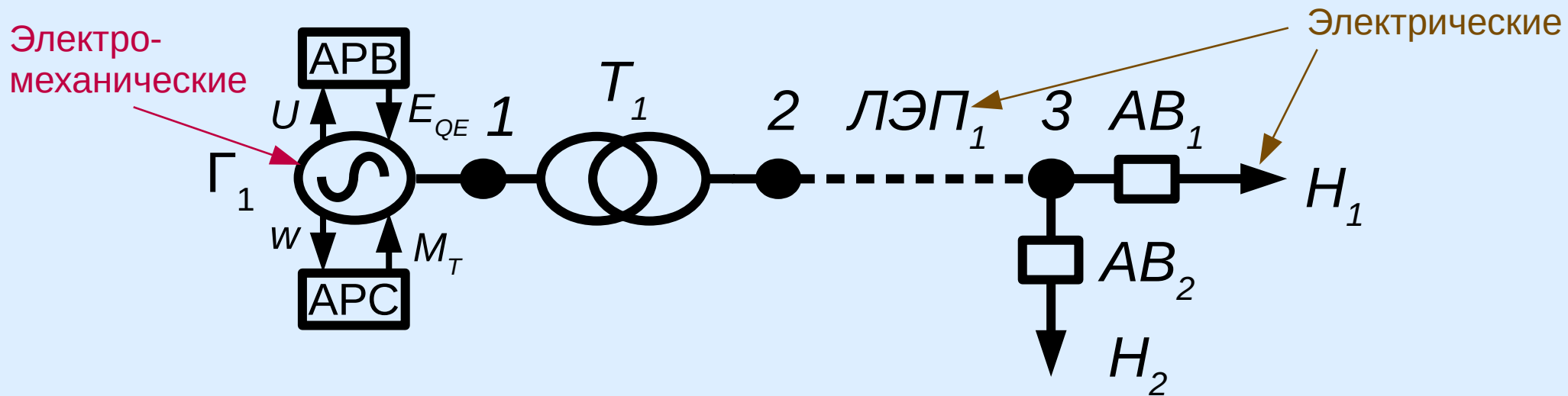
*Семинар Национального общества  
имитационного моделирования*

# **Моделирование гетерогенных динамических систем в ИСМА 2021**

ассистент каф. АСУ Попов Е. А.  
д.т.н., проф., проф. каф. АСУ Шорников Ю.В.

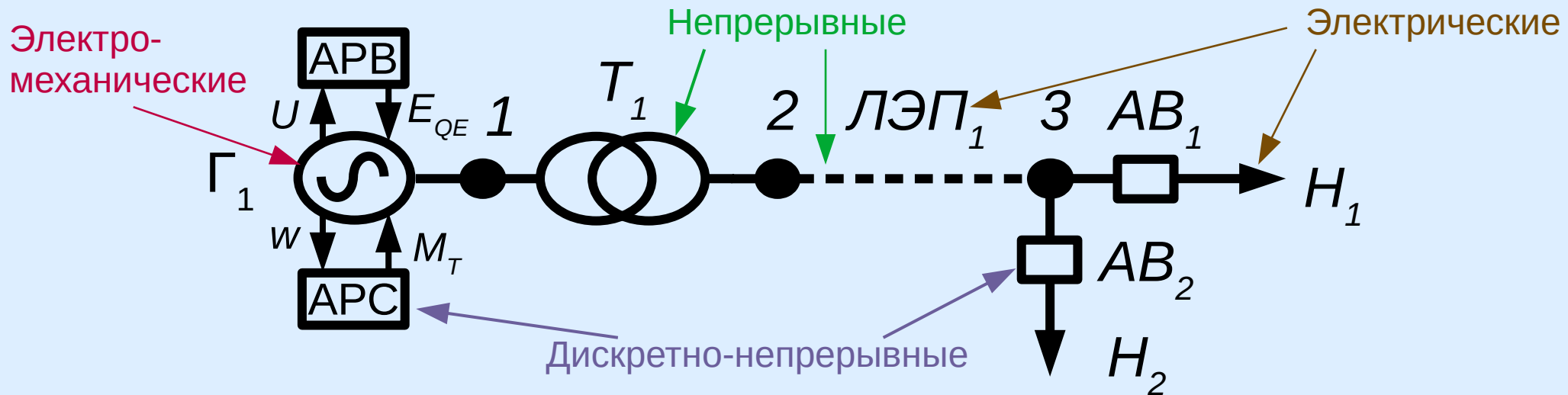
26 июня 2021

# Гетерогенные динамические системы



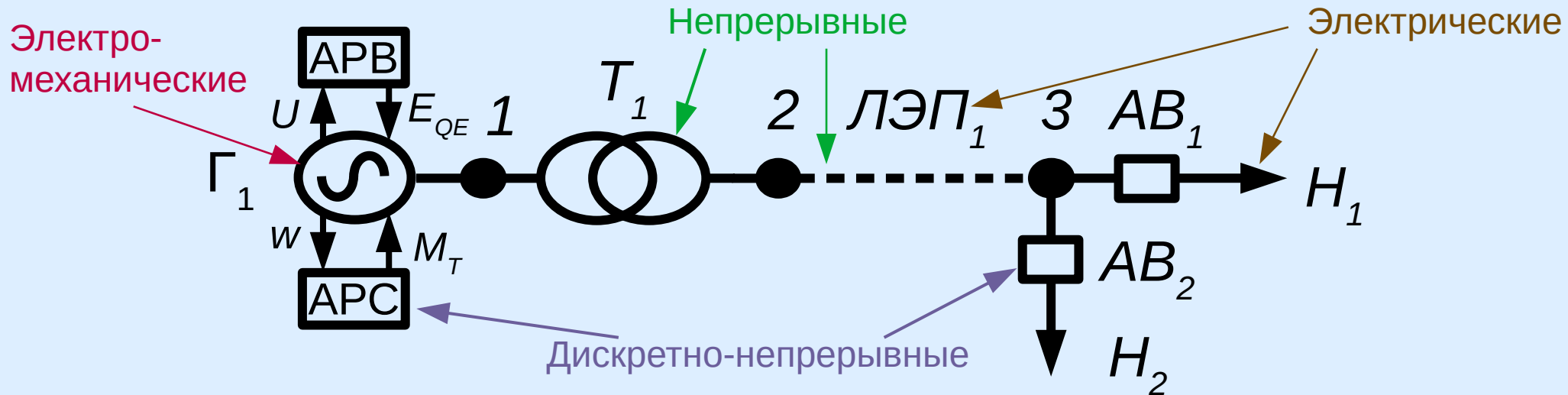
# Гетерогенные динамические системы

- гибридные (дискретно-непрерывные);



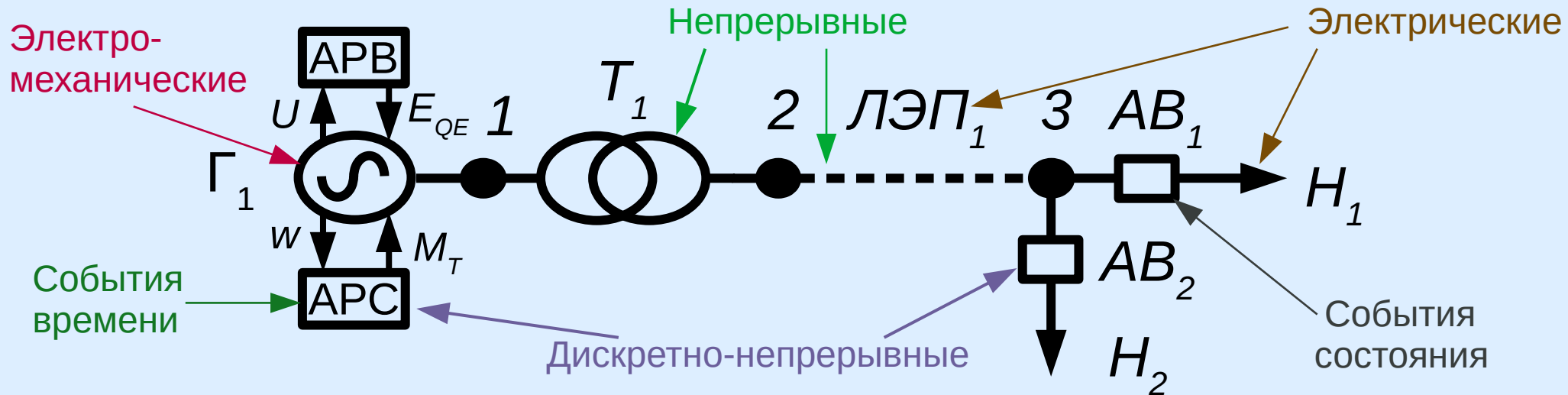
# Гетерогенные динамические системы

- гибридные (дискретно-непрерывные);
- описываются жёсткими неявными системами ОДУ и ДАУ большой размерности;



# Гетерогенные динамические системы

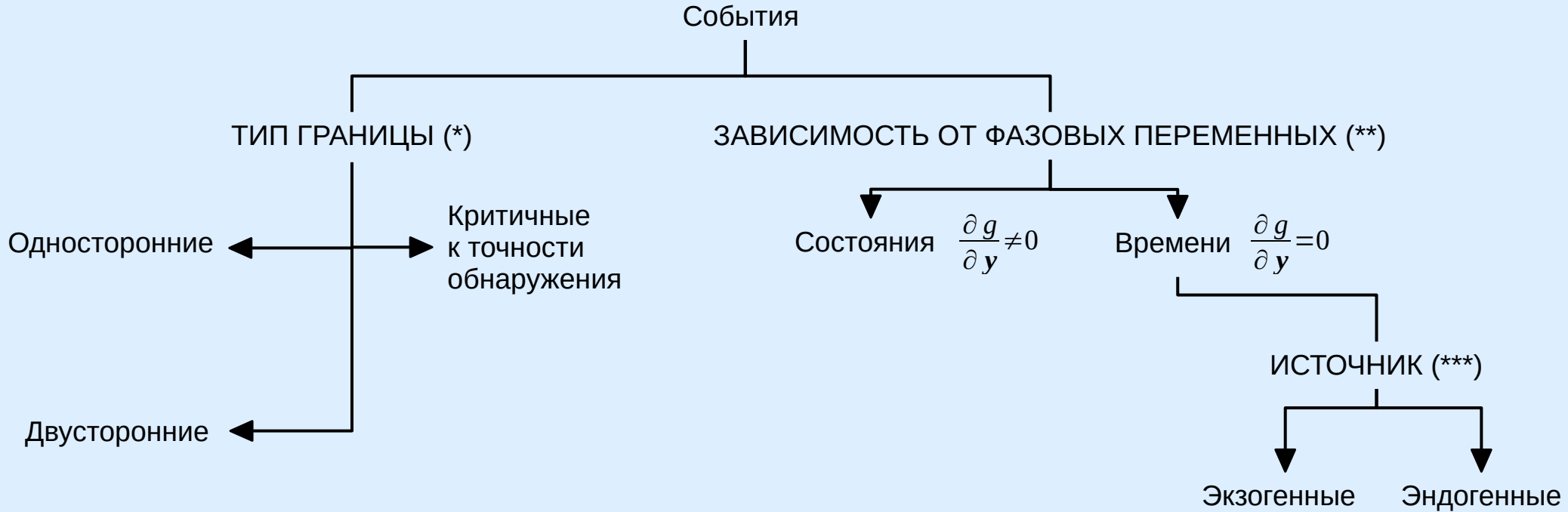
- гибридные (дискретно-непрерывные);
- описываются жёсткими неявными системами ОДУ и ДАУ большой размерности;
- характеризуются событиями разных типов.



# Требования к средам моделирования ГДС

- наличие эффективных **алгоритмов решения жёстких систем** ОДУ большой размерности;
- возможность задания режимов ГС в виде **неявных систем ДАУ высших индексов**;
- поддержка парадигмы **ГС**;
- возможность **типизации событий**;
- наличие алгоритмов, позволяющих эффективное и корректное **обнаружение событий различных типов**.

# Классификация событий в ГС

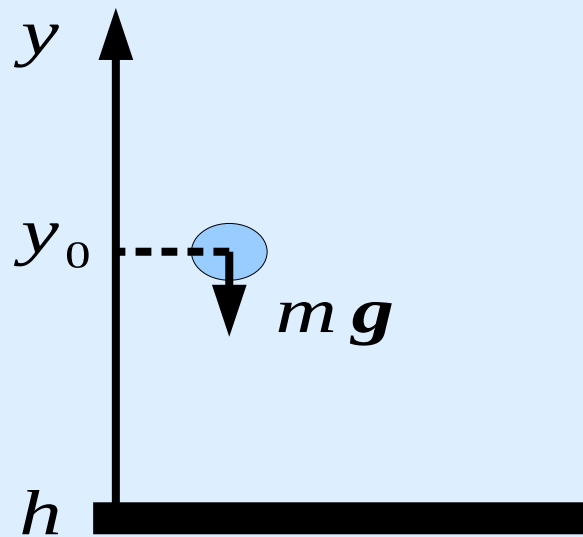


\*[Esposito, J. M. Accurate Event Detection for Simulating Hybrid Systems / J. M. Esposito, V. Kumar, G. J. Pappas // Proceedings of the 4th International Workshop on Hybrid Systems: Computation and Control. — Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2001. — P. 204—217. — (HSCC '01)]

\*\* [Cellier, F. E. Continuous System Simulation / F. E. Cellier, E. Kofman. — Springer US, 2006.]

\*\*\* [Urquía Moreleda, A. Modeling and simulation in Engineering using Modelica / A. Urquía Moreleda, C. Martín Villalba. — Madrid, Spain : UNED Editorial, 2018.]

# Прыгающий мяч



$$y(t_0) = y_0;$$

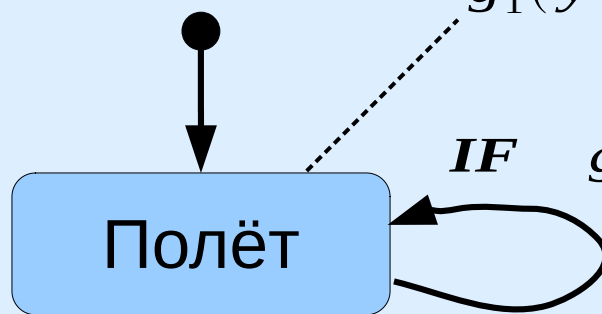
$$v(t_0) = v_0;$$

*Полёт:*

$$y'(t) = v(t),$$

$$v'(t) = -|g|,$$

$$g_1(y(t)) < 0 \vee g_2(v(t)) \leq 0.$$



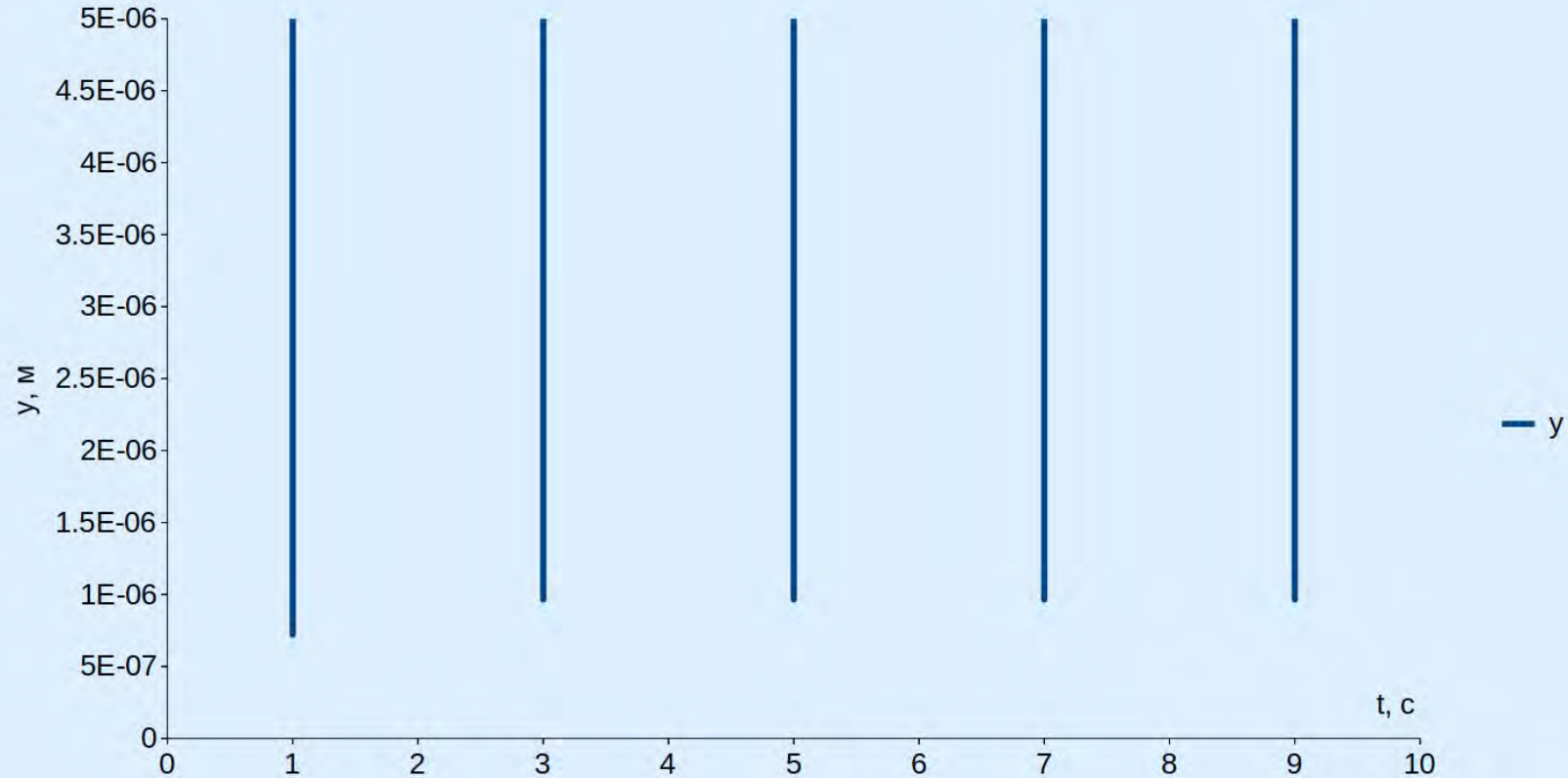
$$IF \quad g_1(y(t)) \geq 0 \wedge g_2(v(t)) > 0$$

$$DO \quad v(t^c) := -v(t^c - 0)$$

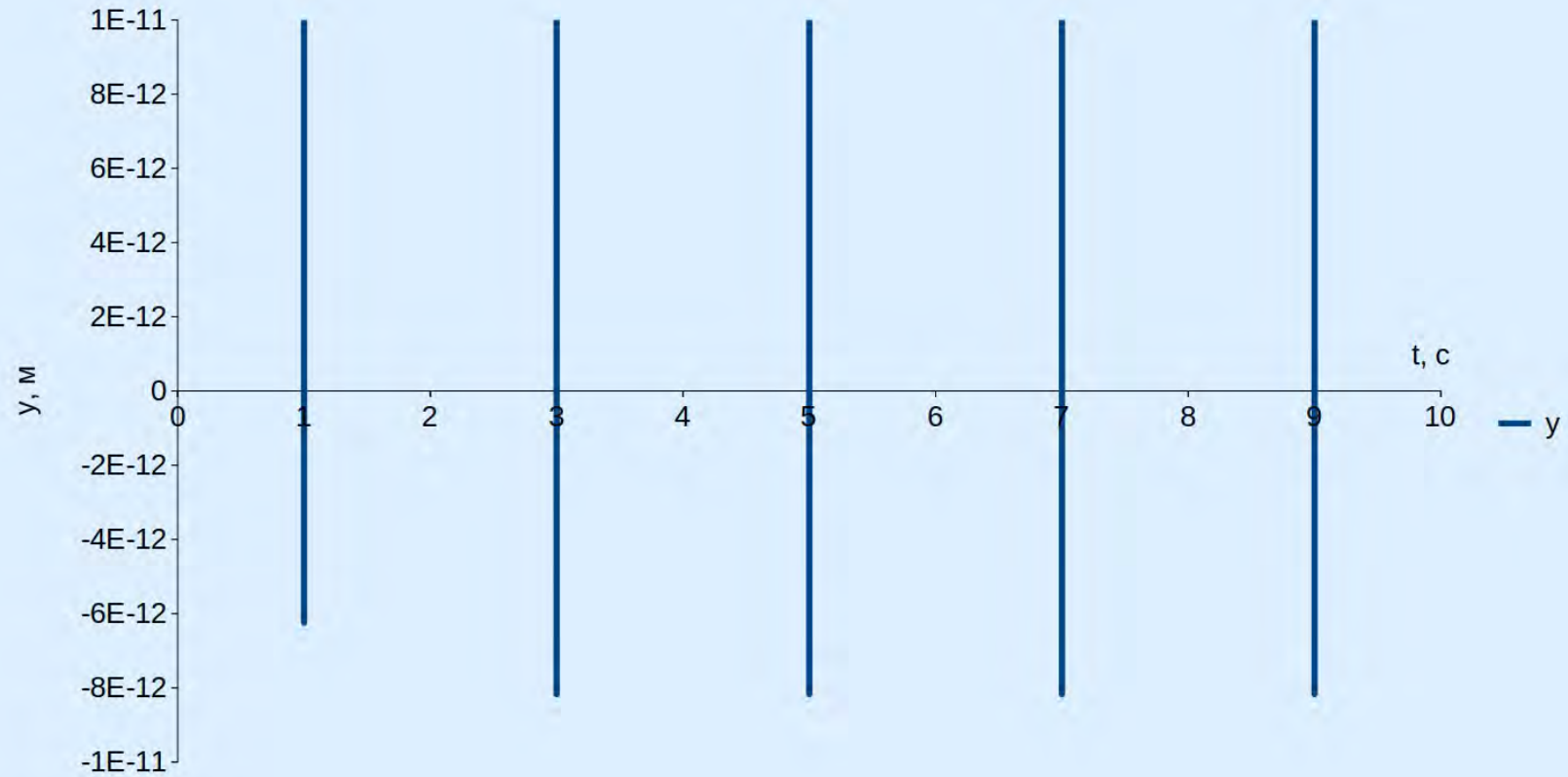
$$g_1(y(t)) = -y(t) + h, g_2(v(t)) = -v(t)$$



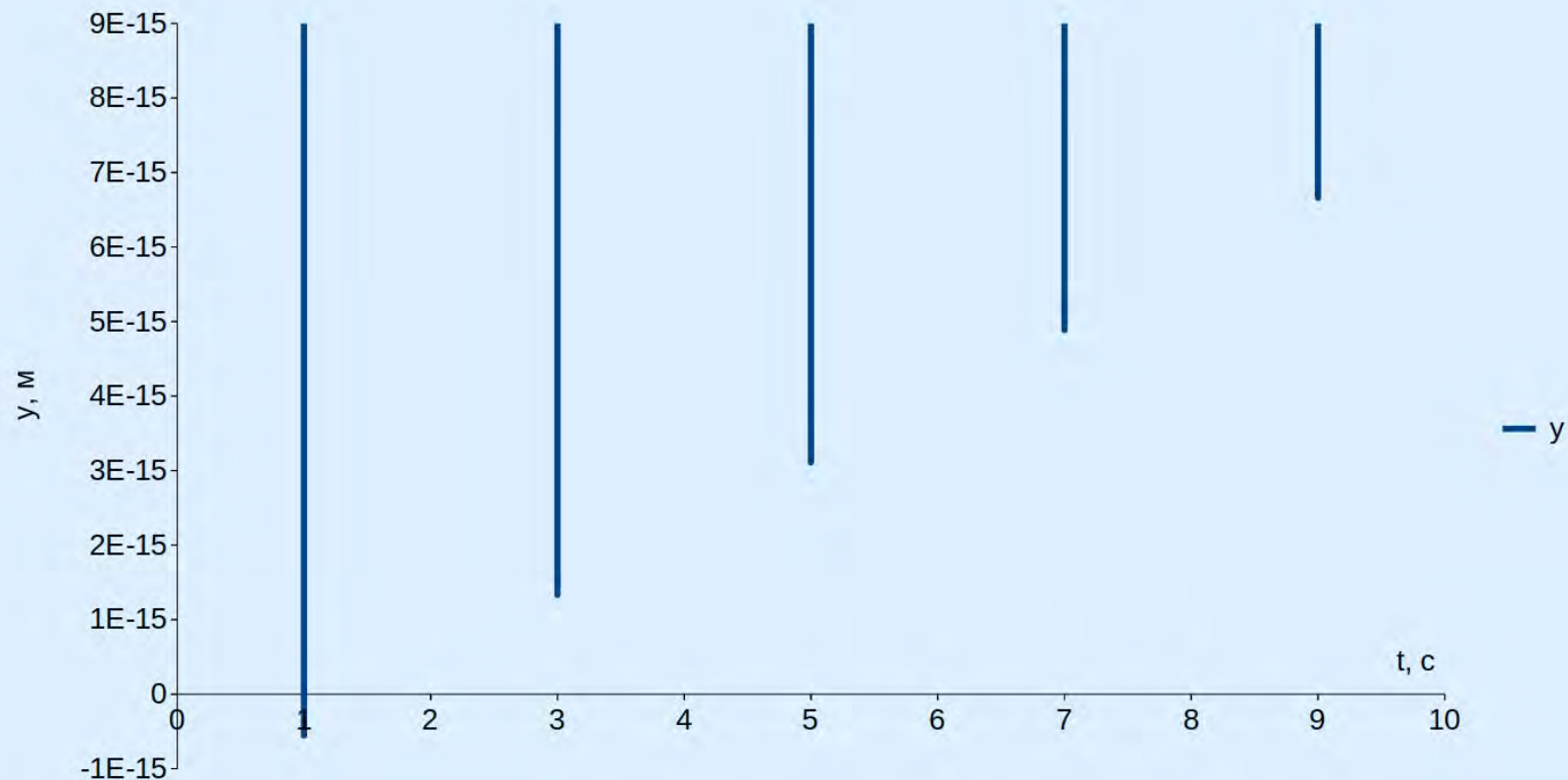
# Односторонние события



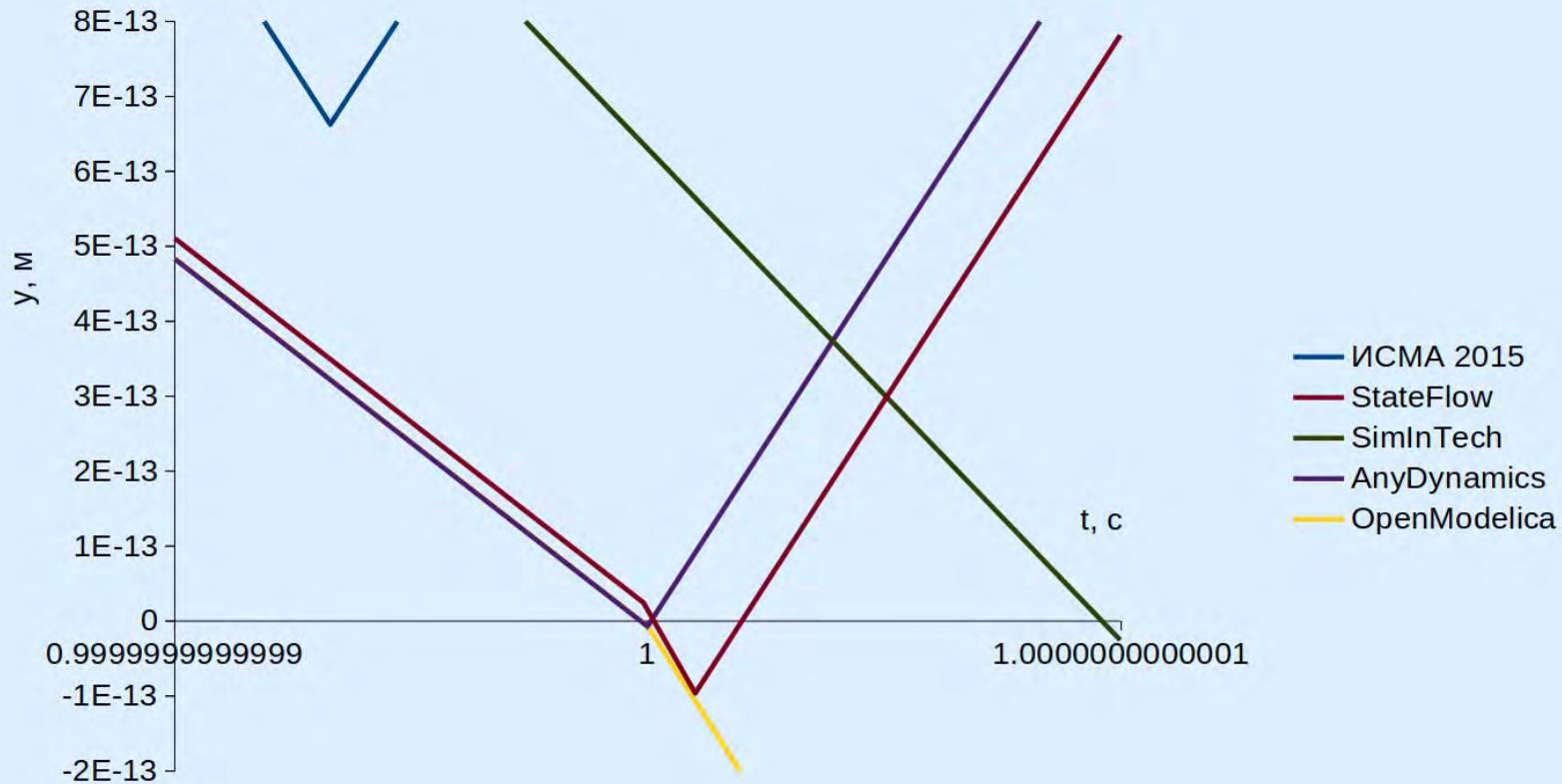
# Двусторонние события



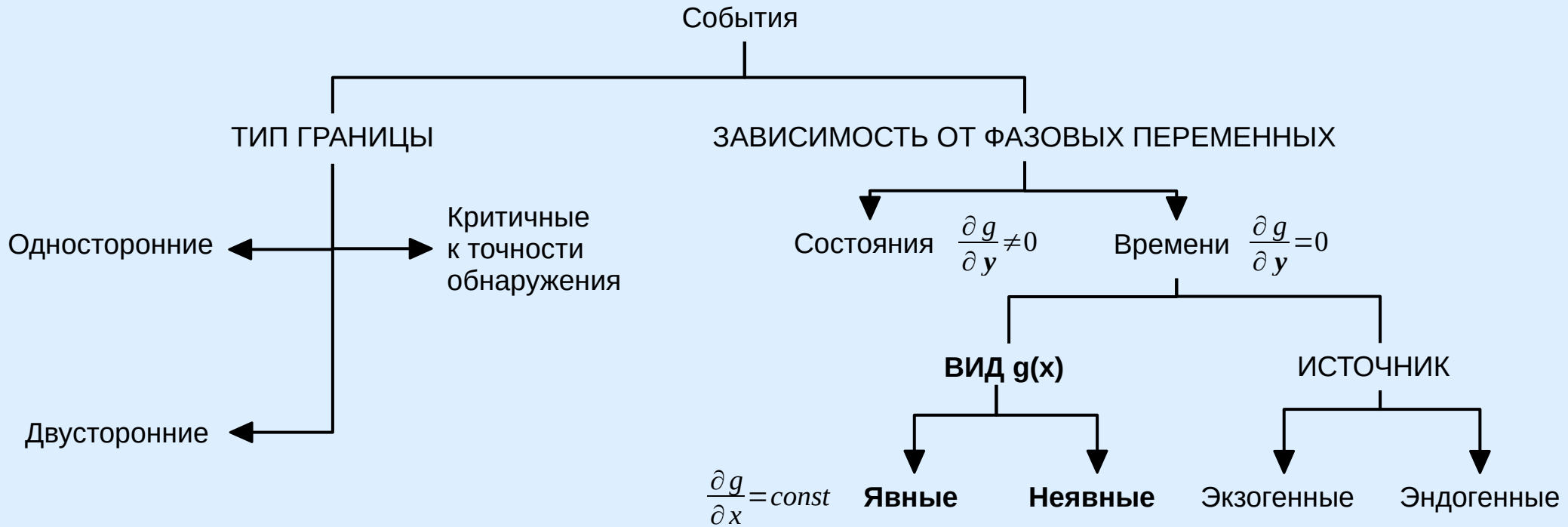
# Критичные к точности обнаружения события



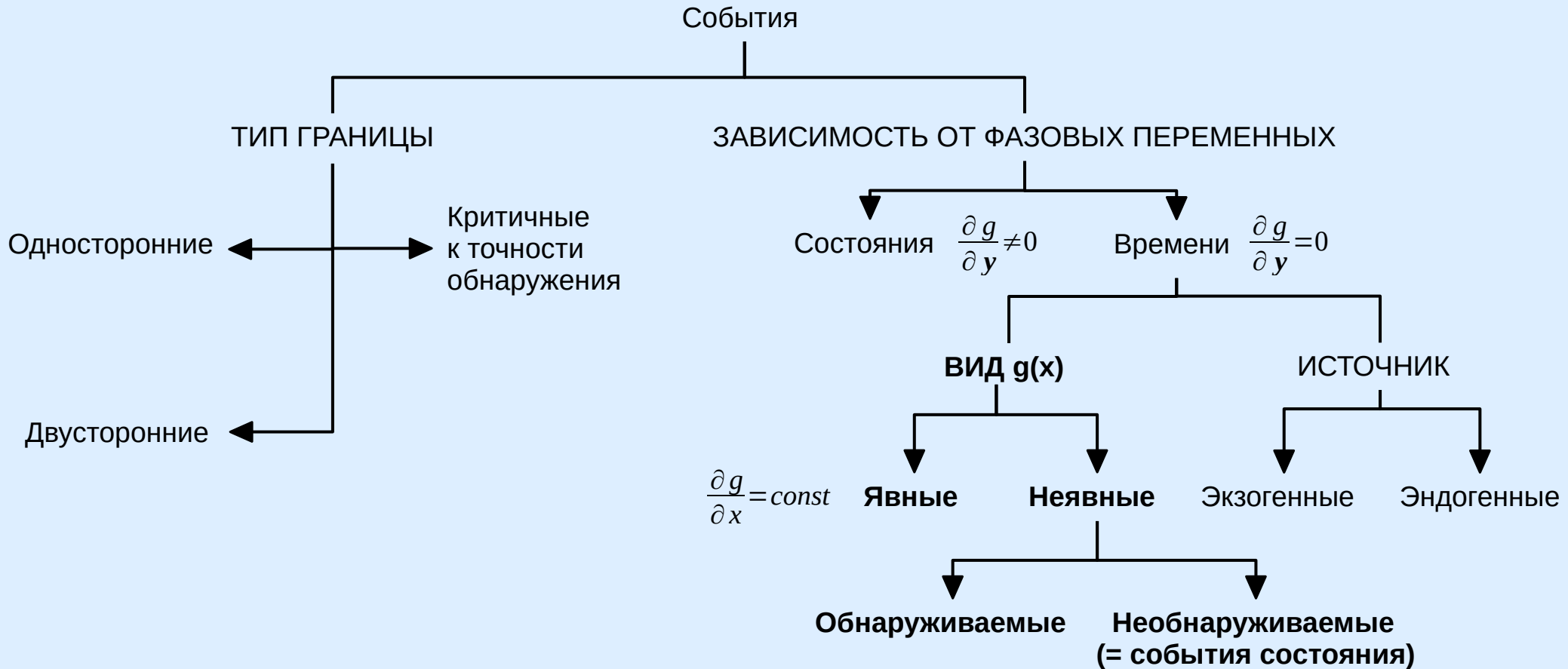
# Результаты расчёта прыгающего мяча в современных инструментальных средах



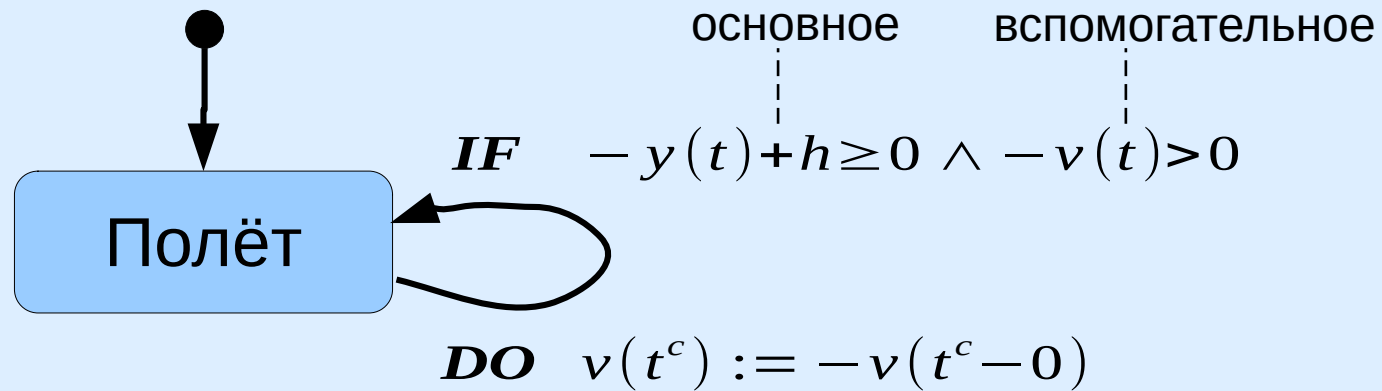
# Расширенная классификация событий в ГС



# Расширенная классификация событий в ГС

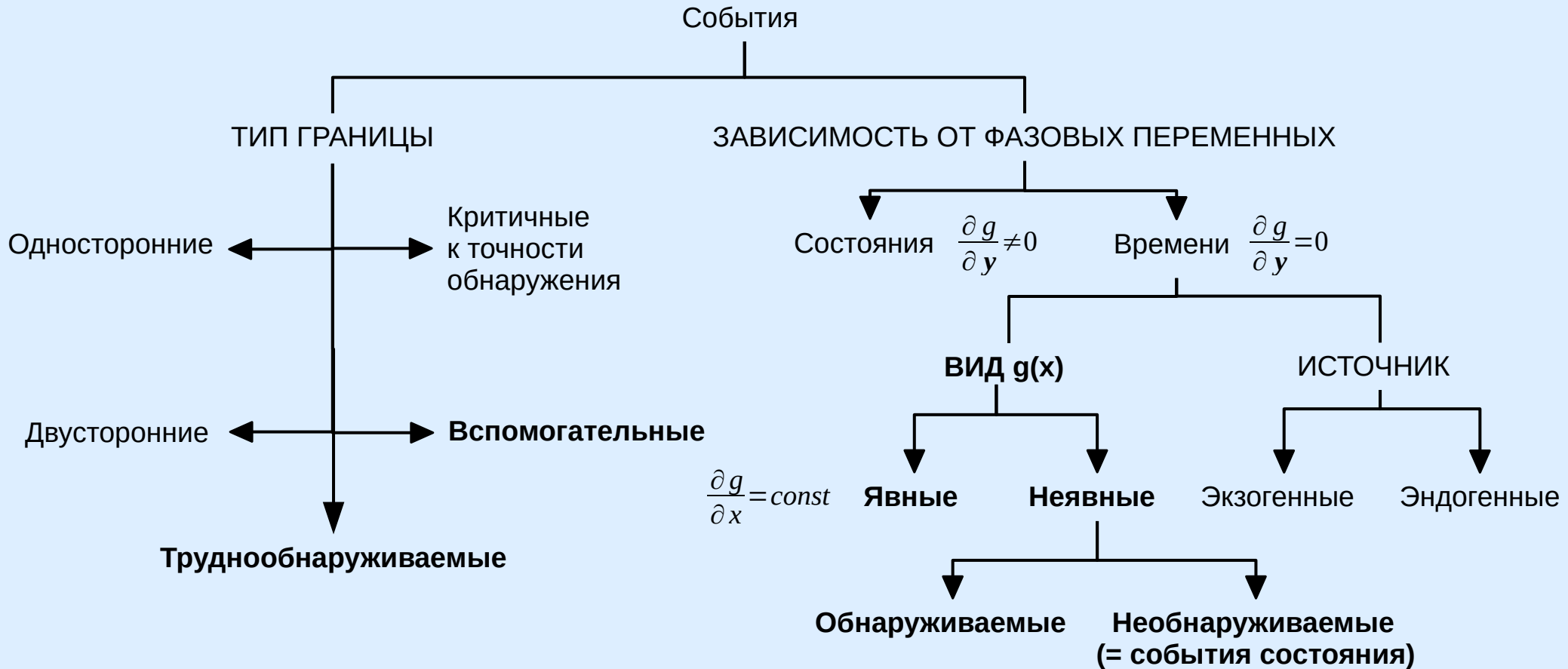


# Вспомогательные события



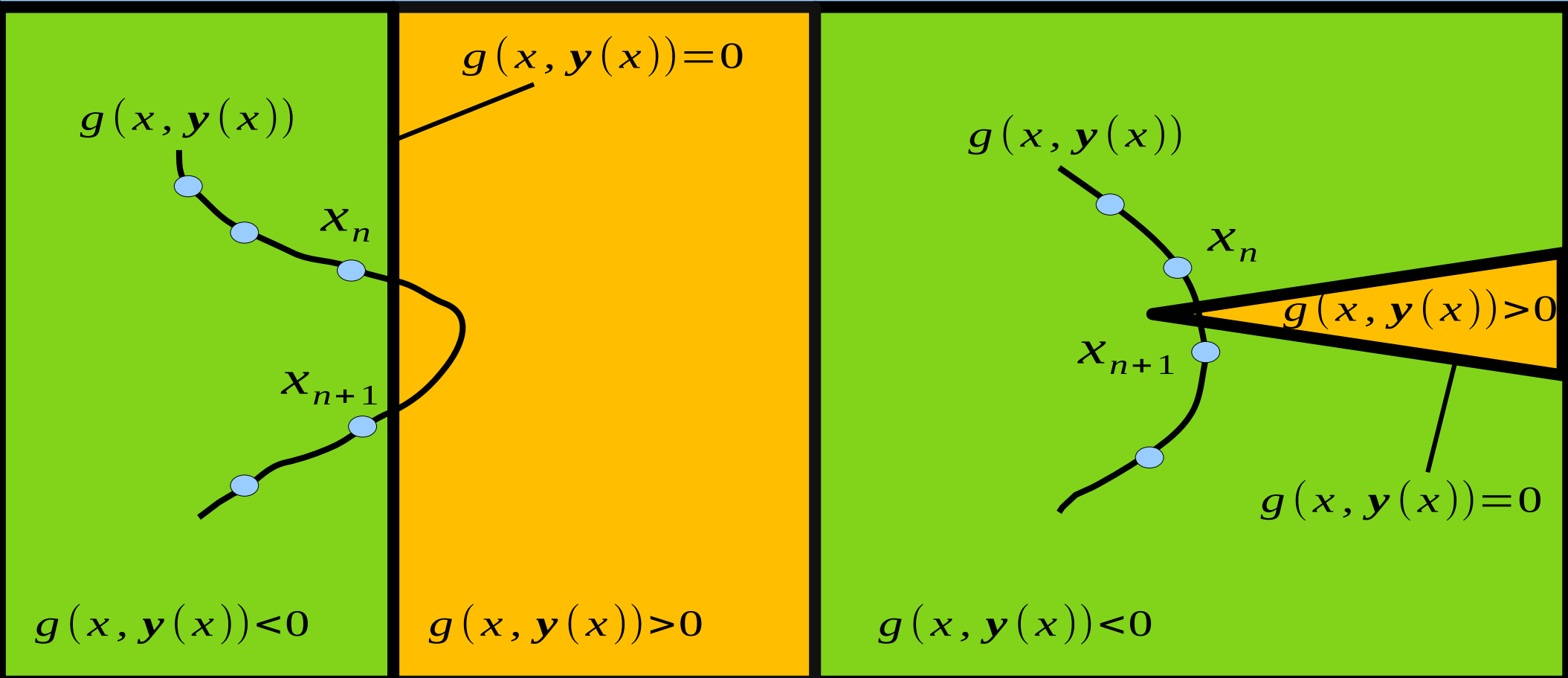
| Алгоритм обнаружения | Время ЦПУ без вспомогательного события, с | Время ЦПУ со вспомогательным событием, с |
|----------------------|---|--|
| Экстраполяционный    | 60,178                                    | 58,346 (-3%)                             |
| Интерполяционный     | 38,759                                    | 22,696 (-41%)                            |

# Расширенная классификация событий в ГС





# Труднообнаруживаемые события



# Алгоритм обнаружения для неявных систем ДАУ с линейным ограничением на основе экстраполяции

**Шаг 1.** Вычислить  $g_n = g(x_n, y_{d_n}, \hat{y}_{a_n})$ .

Если произошло событие, обработать его.

**Шаг 2.** Построить вектор-столбец  $y_{a_n}'$  из  $\hat{y}_{a_n}'$ .

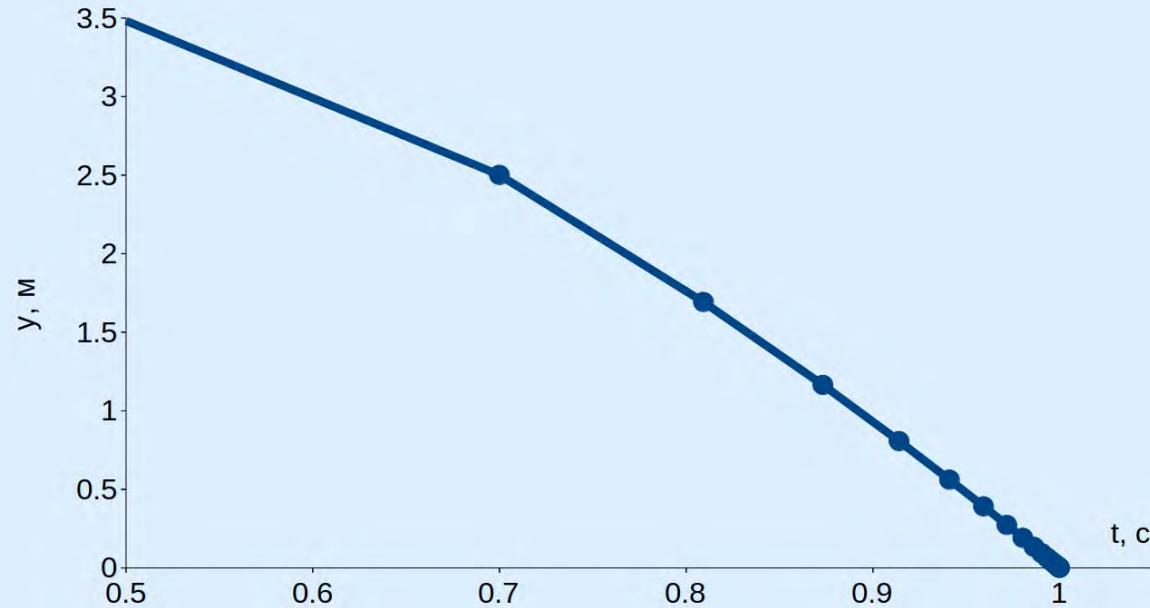
**Шаг 3.** Вычислить  $g_n' = \frac{\partial g}{\partial x} + \frac{\partial g}{\partial y_d} y_{d_n}' + \frac{\partial g}{\partial y_a} y_{a_n}'$ .

**Шаг 4.** Вычислить в соответствии с доказанной теоремой (\*)

$$h_{ev} = \begin{cases} (\gamma - 1) \frac{g_n}{g_n'}, & g_n' > 0, \\ \infty & , g_n' \leq 0. \end{cases}$$

**Шаг 5.** Установить

$$h_{n+1} = \max(h_{min}, \min(h_{max}, \min(h_{intg}, h_{ev}))).$$



\*На основе подхода из [Esposito, J. M. Accurate Event Detection for Simulating Hybrid Systems / J. M. Esposito, V. Kumar, G. J. Pappas // Proceedings of the 4th International Workshop on Hybrid Systems: Computation and Control. — Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2001. — P. 204—217. — (HSCC '01); Шорников, Ю. В. Прикладное математическое, алгоритмическое и программное обеспечение компьютерного анализа гибридных систем: дис.... д-ра. техн. наук [текст] / Ю. В. Шорников. — Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2009. — 313 с.]

# Формальное описание типов событий

Исходное условие события:  $g > 0$  ( $g \geq 0$ ).

| Тип                  | Условие обнаружения                                    | Условие локализации   |
|----------------------|--|---|
| Односторонние        | $g > -\varepsilon_{ev}$ ( $g \geq -\varepsilon_{ev}$ ) | $g \in (-\varepsilon_{ev}; 0]$ ( $g \in [-\varepsilon_{ev}; 0]$ )                               |
| Двусторонние         | $g > 0$ ( $g \geq 0$ )                                 | $g \in (0; \varepsilon_{ev}]$ ( $g \in [0; \varepsilon_{ev}]$ )                                 |
| Критичные к точности | $g > -\varepsilon_{ev}$ ( $g \geq -\varepsilon_{ev}$ ) | $g \in (-\varepsilon_{ev}; \varepsilon_{ev}]$ ( $g \in [-\varepsilon_{ev}; \varepsilon_{ev}]$ ) |
| Вспомогательные      | $g > 0$ ( $g \geq 0$ )                                 | $g > 0$ ( $g \geq 0$ )  |
| Труднообнаруживаемые | $g > -\varepsilon_{ev}$ ( $g \geq -\varepsilon_{ev}$ ) | $g \in (-\varepsilon_{ev}; \varepsilon_{ev}]$ ( $g \in [-\varepsilon_{ev}; \varepsilon_{ev}]$ ) |

# Комплексное обнаружение событий

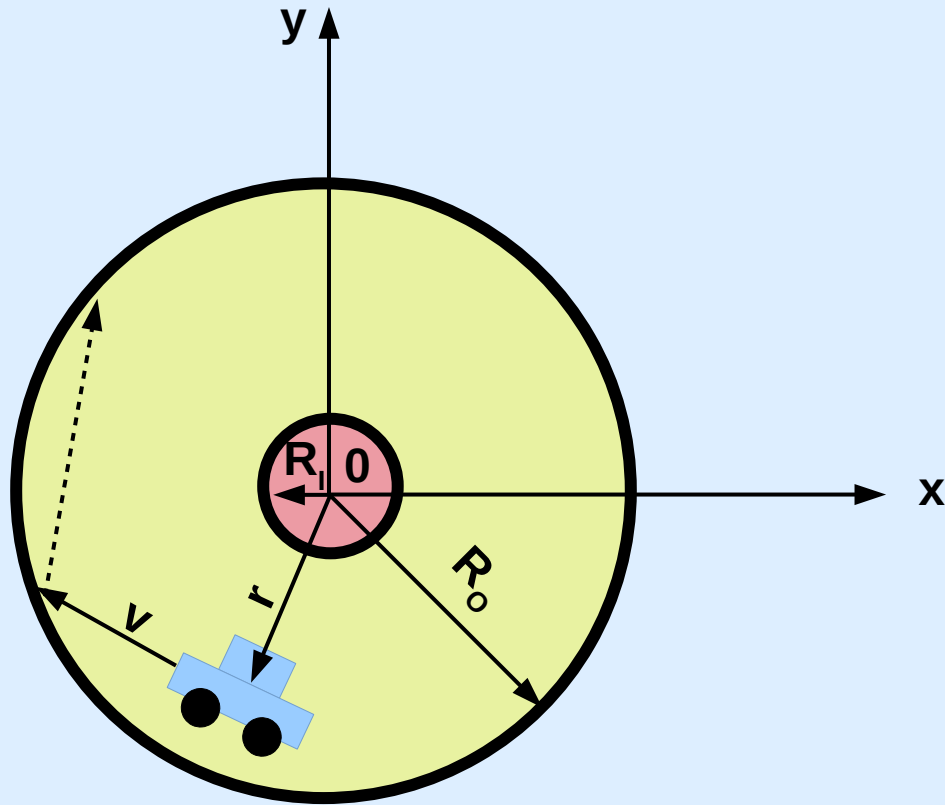
## Традиционный подход

| Тип события          | Алгоритм     |
|----------------------|--------------|
| Времени              | Планирование |
| Односторонние        | Алгоритм №1  |
| Двусторонние         | Алгоритм №1  |
| Труднообнаруживаемые | Алгоритм №1  |
| Критичные к точности | Алгоритм №1  |
| Вспомогательные      | Алгоритм №1  |

## Комплексное обнаружение

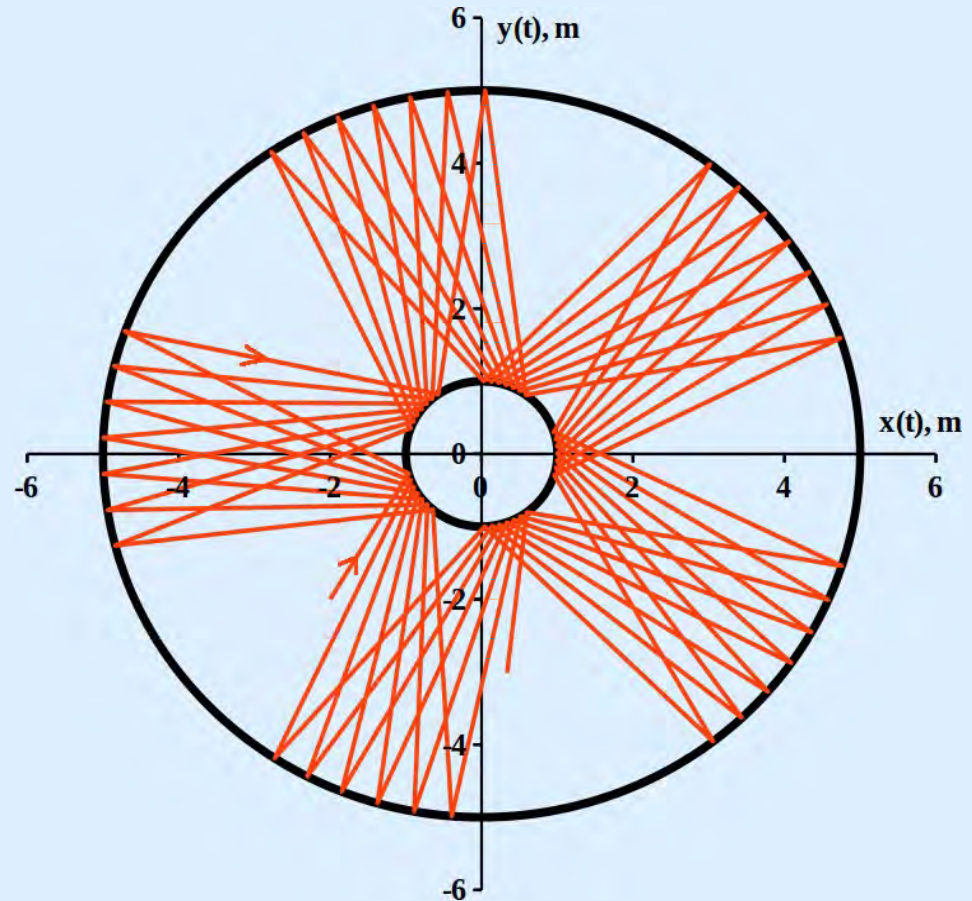
| Тип события          | Алгоритм     |
|----------------------|--------------|
| Времени              | Планирование |
| Односторонние        | Алгоритм №1  |
| Двусторонние         | Алгоритм №2  |
| Труднообнаруживаемые | Алгоритм №3  |
| Критичные к точности | Алгоритм №4  |
| Вспомогательные      | Нет          |

# Объект в замкнутом пространстве



# Расчёт с алгоритмом на основе экстраполяции (ИСМА 2021)

*Рунге – Кутты – Мерсона*  
 $R_0=5, R_I=1, \mathbf{r}_0=(-2; -2),$   
 $\mathbf{v}_0=(1.5; 2.5), h_{min}=10^{-12}, h_{max}=1,$   
 $h_0=0.05, \varepsilon_i=10^{-6}, \varepsilon_e=10^{-6},$   
 $t_0=0, T_s=100, \gamma=0.6.$



# Расчёт с алгоритмом на основе интерполяции (OpenModelica)

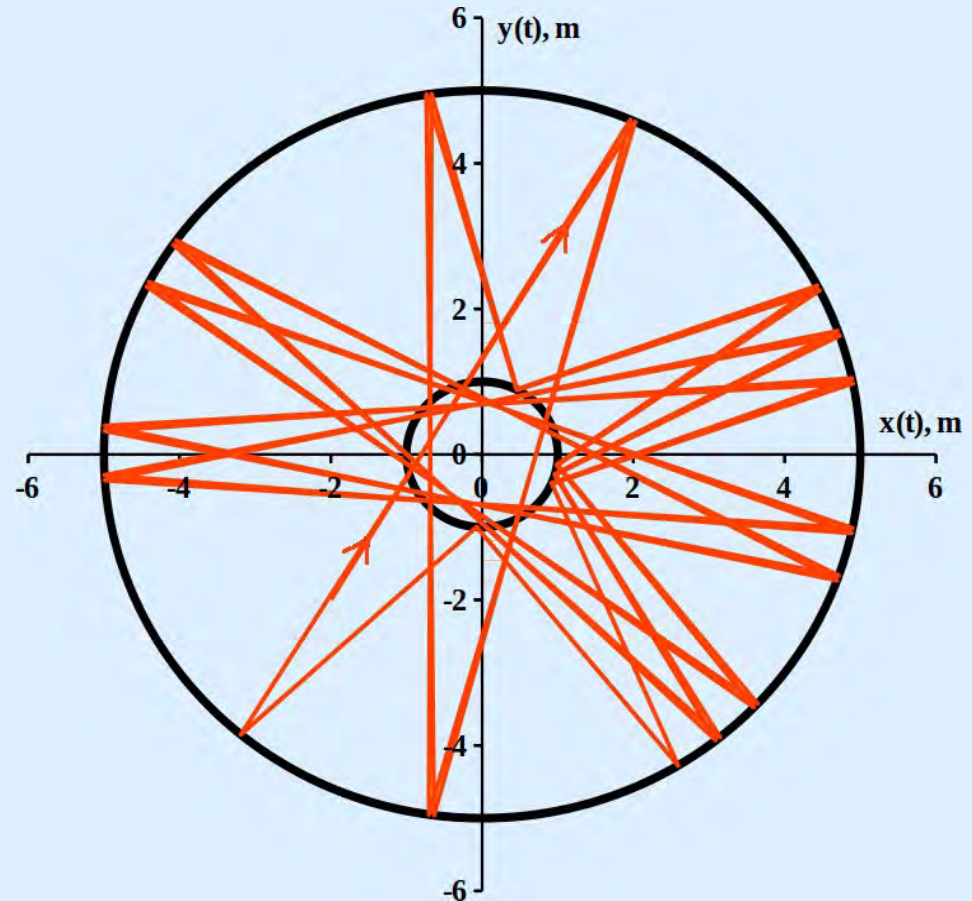
*DASSL (максимум 4 порядок)*

$$R_0=5, R_I=1, \mathbf{r}_0=(-2; -2),$$

$$\mathbf{v}_0=(1.5; 2.5), h_{max}=1,$$

$$\varepsilon_i=10^{-6}, t_0=0, T_s=100,$$

*без плотной выдачи.*



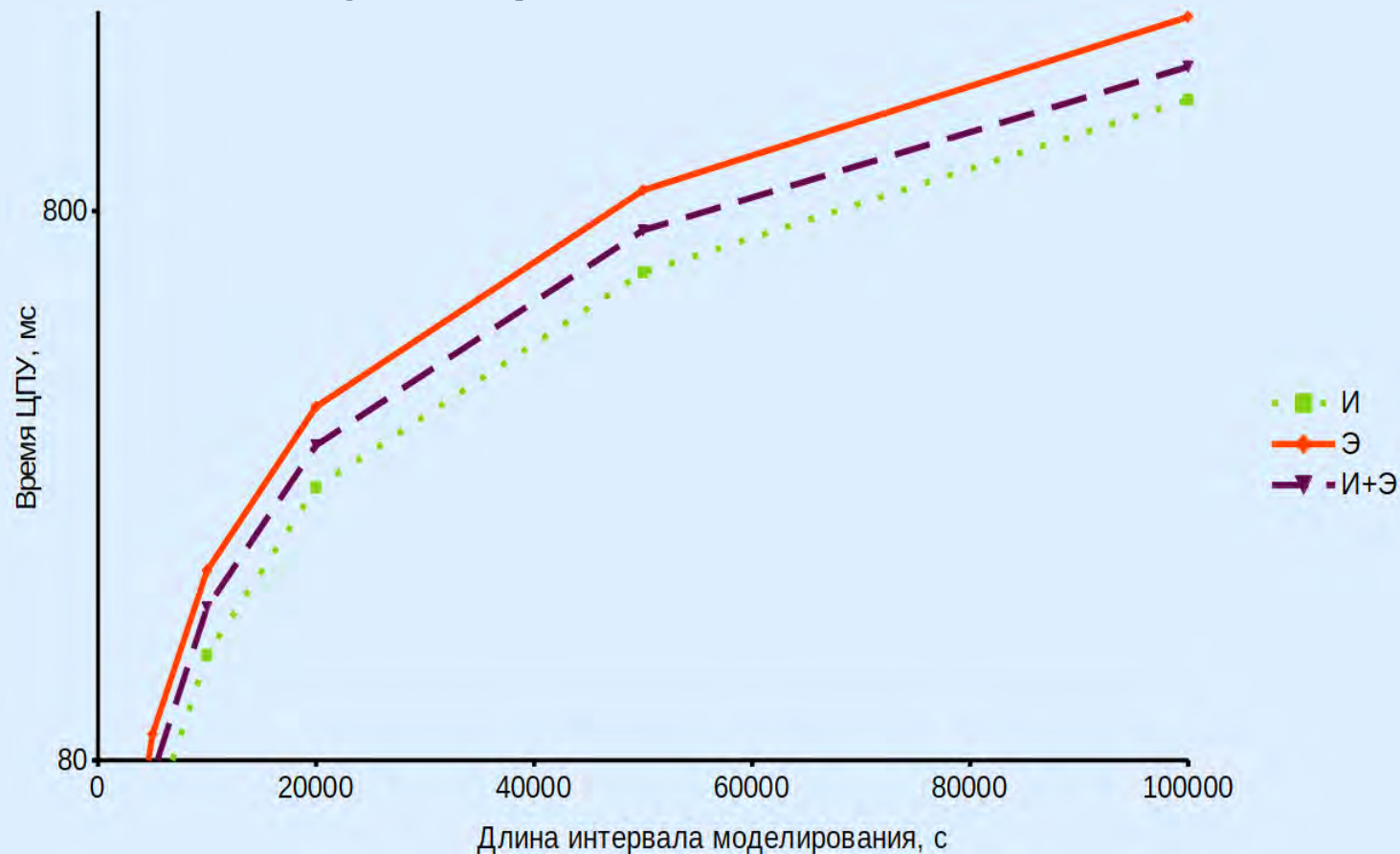
# Программная модель на LISMA\_HDS

```
1  const R_O = 5;
2  const R_I = 1;
3  const x0 = -1.1;
4  const y0 = -1.0;
5  const vx0 = 1.5;
6  const vy0 = 2.5;
7
8  macro dotProduct = x * vx + y * vy;
9
10 x' = vx; x(t0) = x0;
11 y' = vy; y(t0) = y0;
12 vx' = 0; vx(t0) = vx0;
13 vy' = 0; vy(t0) = vy0;
14 r * r = x * x + y * y; r(t0) ~= sqrt(x0 * x0 + y0 * y0);
15
16 state motion ([r >= R_O] && noEvent[dotProduct >= 0]) || (shortliving[r <= R_I] && noEvent[-dotProduct >= 0])
17 {
18     vx(t0) = vx - 2 * dotProduct / r / r * x;
19     vy(t0) = vy - 2 * dotProduct / r / r * y;
20 }
21 from init, motion;
```

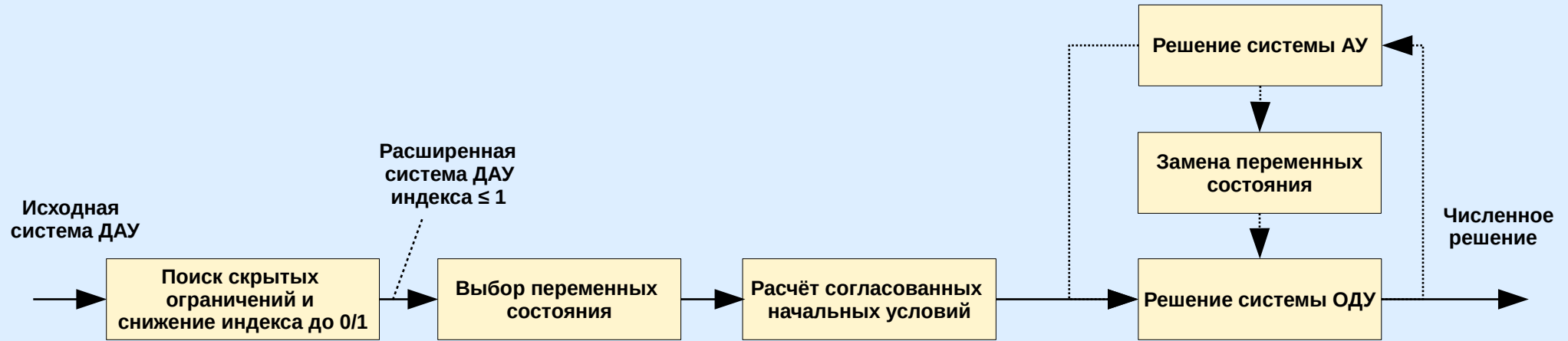


# Результаты с комплексным обнаружением 17% ускорение

*Рунге – Кутты – Мерсона*  
 $R_0=5, R_I=1, \mathbf{r}_0=(-1.1; -1.1),$   
 $\mathbf{v}_0=(1.5; 2.5), h_{min}=10^{-12}, h_{max}=1,$   
 $h_0=0.05, \varepsilon_i=10^{-6}, \varepsilon_e=10^{-6},$   
 $t_0=0, T_s=100, \gamma=0.6.$

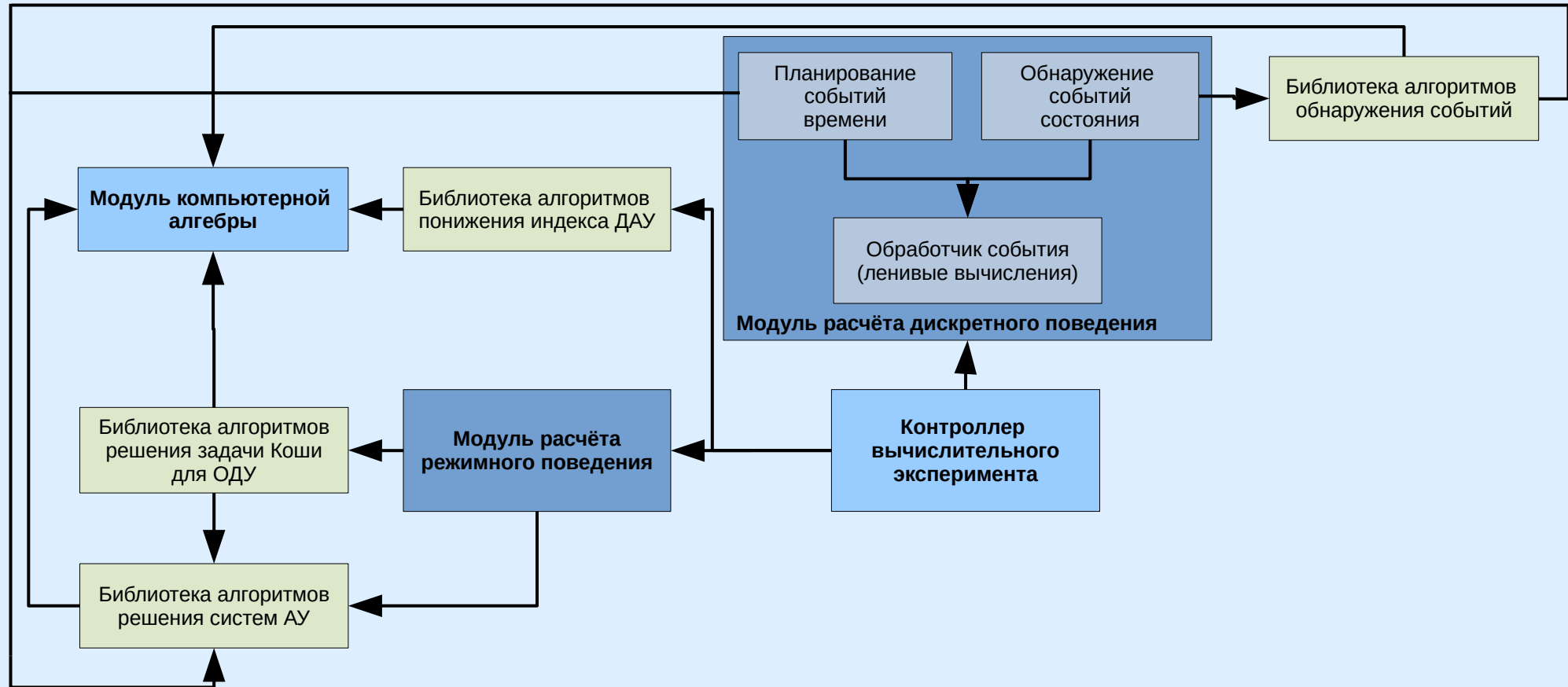


# Преимственность математического обеспечения решения задачи Коши для ОДУ



Метод предложен в [Mattsson, S. E. Index Reduction in Differential-Algebraic Equations Using Dummy Derivatives / S. E. Mattsson, G. Söderlind // SIAM Journal on Scientific Computing. — 1993. — Vol. 14, no. 3. — P. 677—692.]

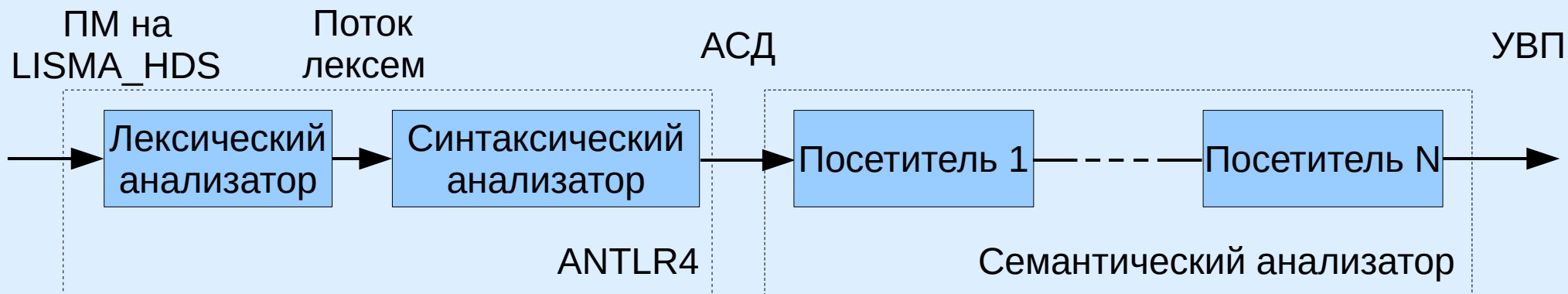
# Архитектура вычислительного ядра ИСМА 2021



# Язык моделирования LISMA\_HDS

- сконструирована порождающая КС-грамматика и определены семантические ограничения;
- доказана принадлежность грамматики к классу LL(2);
- введены псевдофункции для типизации событий;
- добавлена возможность описания режимов в классе неявных систем ДАУ;
- разработана конструкция для описания повторяющихся событий времени;
- добавлена возможность указания начальных приближений переменных;
- введены метки для именованя уравнений.

# Языковой процессор LISMA\_HDS



# Новые компоненты LISMA\_HDS. Системы ДАУ

$$m v_x'(t) = -T(t) \frac{x(t)}{l},$$

$$v_x(t_0) = -5,$$

$$x'(t) = v_x(t),$$

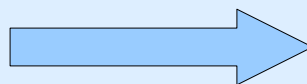
$$x(t_0) = 4,$$

$$m v_y'(t) = -T(t) \frac{y(t)}{l},$$

$$v_y(t_0) \approx 0,$$

$$y'(t) = v_y(t),$$

$$x^2(t) + y^2(t) = l^2,$$



$$m * v\_x' = -T * x / l;$$

$$v\_x(t_0) = 0;$$

$$x' = v\_x;$$

$$x(t_0) = 4;$$

$$m * v\_y' = -T * y / l - m * g;$$

$$v\_y(t_0) \approx 0;$$

$$y(t_0) = -3;$$

$$x * x + y * y = l * l;$$

# Новые и обновлённые компоненты LISMA\_HDS

- Псевдофункции `unilateral`, `bilateral`, `shortliving`, `ordinary`, `noEvent` для указания типа события:

```
unilateral[y <= 0]
```

- Описание режима с типом события условия перехода:

```
state st1 unilateral[y <= 0] {  
    lbl: y' = 1;  
} from init;
```

- Задание явных повторяющихся событий времени:

```
pulse' = 1;  
at 0 each 1 repeat * {  
    pulse(t0) = 0;  
}
```

# Обновлённые компоненты LISMA\_HDS

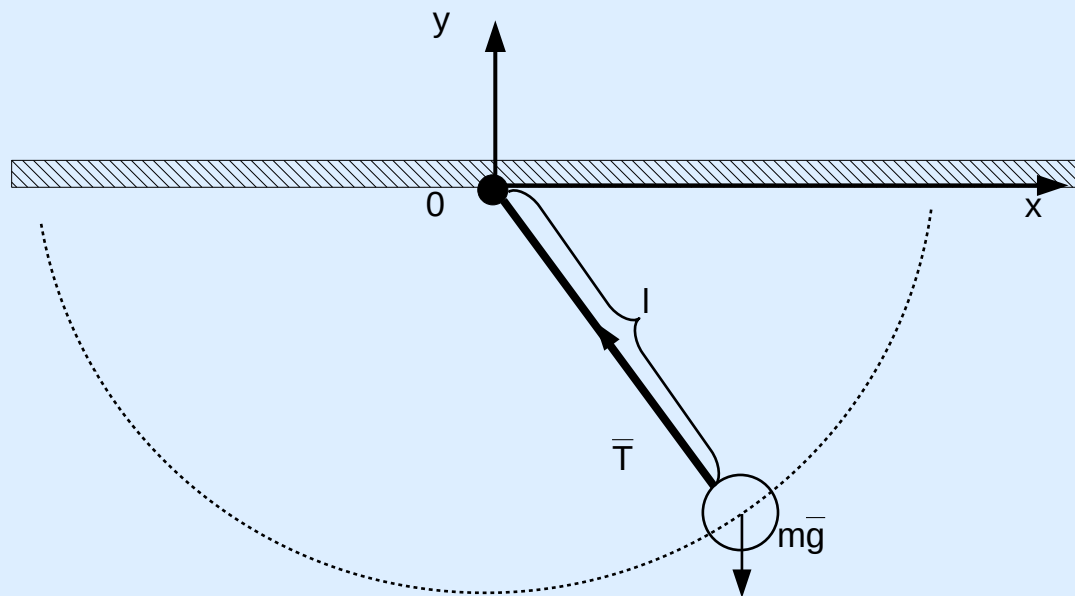
Алгоритмическое задание уравнений:

$$\begin{aligned}x_1'(t) &= x_2(t); x_1(t_0) = 1; \\x_2'(t) &= x_3(t); x_2(t_0) = 2; \\x_3'(t) &= x_4(t); x_3(t_0) = 3; \\x_4'(t) &= x_5(t); x_4(t_0) = 4; \\x_5'(t) &= x_1(t); x_5(t_0) = 5;\end{aligned}$$

```
for i = 1:4
{
    x_[i]' = x_[i+1];
    x_[i](t0) = i;
}
x_5' = x_1;
x_5(t0) = 5;
```



# Хрупкий математический маятник



Падение

$$y(t) \geq h \quad \begin{cases} v_x(t^c) = -v_x(t^c - 0), \\ v_y(t^c) = -v_y(t^c - 0). \end{cases}$$

Маятник

$$m v_x'(t) = -T(t) \frac{x(t)}{l}, \quad v_x(t_0) = v_{x_0},$$

$$x'(t) = v_x(t), \quad x(t_0) = x_0,$$

$$m v_y'(t) = -T(t) \frac{y(t)}{l} - mg, \quad v_y(t_0) = v_{y_0},$$

$$y'(t) = v_y(t), \quad y(t_0) = y_0,$$

$$x^2(t) + y^2(t) = l^2,$$

$$pr_1(y(t)): y(t) - h < 0.$$

# Программная модель I

$$\begin{aligned}x'(t) &= v_x(t), \\ x(t_0) &= 4, \\ v_x(t) &= 0, \\ y'(t) &= v_y(t), \\ v_y(t) &= 0, \\ T(t) &= 0, \\ y(t_0) &= -3.\end{aligned}$$



```
1  const l = 5.0; // длина стержня
2  const m = 1.0; // масса маятника
3  const h = 0.0; // высота препятствия
4
5  x' = v_x;
6  x(t0) = 4.0;
7  eqs: v_x = 0.0;
8  y' = v_y;
9  eqs: v_y = 0.0;
10 cst: T = 0.0;
11 y(t0) = -3.0;
```

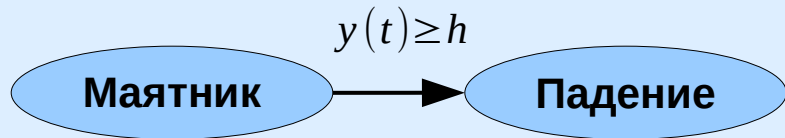
# Программная модель II

$$m v_x'(t) = -T(t) \frac{x(t)}{l},$$
$$v_x(t_0) = -5,$$
$$m v_y'(t) = -T(t) \frac{y(t)}{l} - m g,$$
$$v_y(t_0) = 0,$$
$$x^2 + y^2 = l^2,$$



```
13 state Pendulum ordinary[y < h]
14 {
15 eqs: m * v_x' = -T * x / l;
16     v_x(t0) = -5.0;
17 eqs: m * v_y' = -T * y / l - m * g;
18     v_y(t0) ~ 0.0;
19 cst: x * x + y * y = l * l;
20 }
21 from init;
```

# Программная модель III



$$v_x(t_0) = -v_x(t_0 - 0),$$
$$v_y(t_0) = -v_y(t_0 - 0),$$

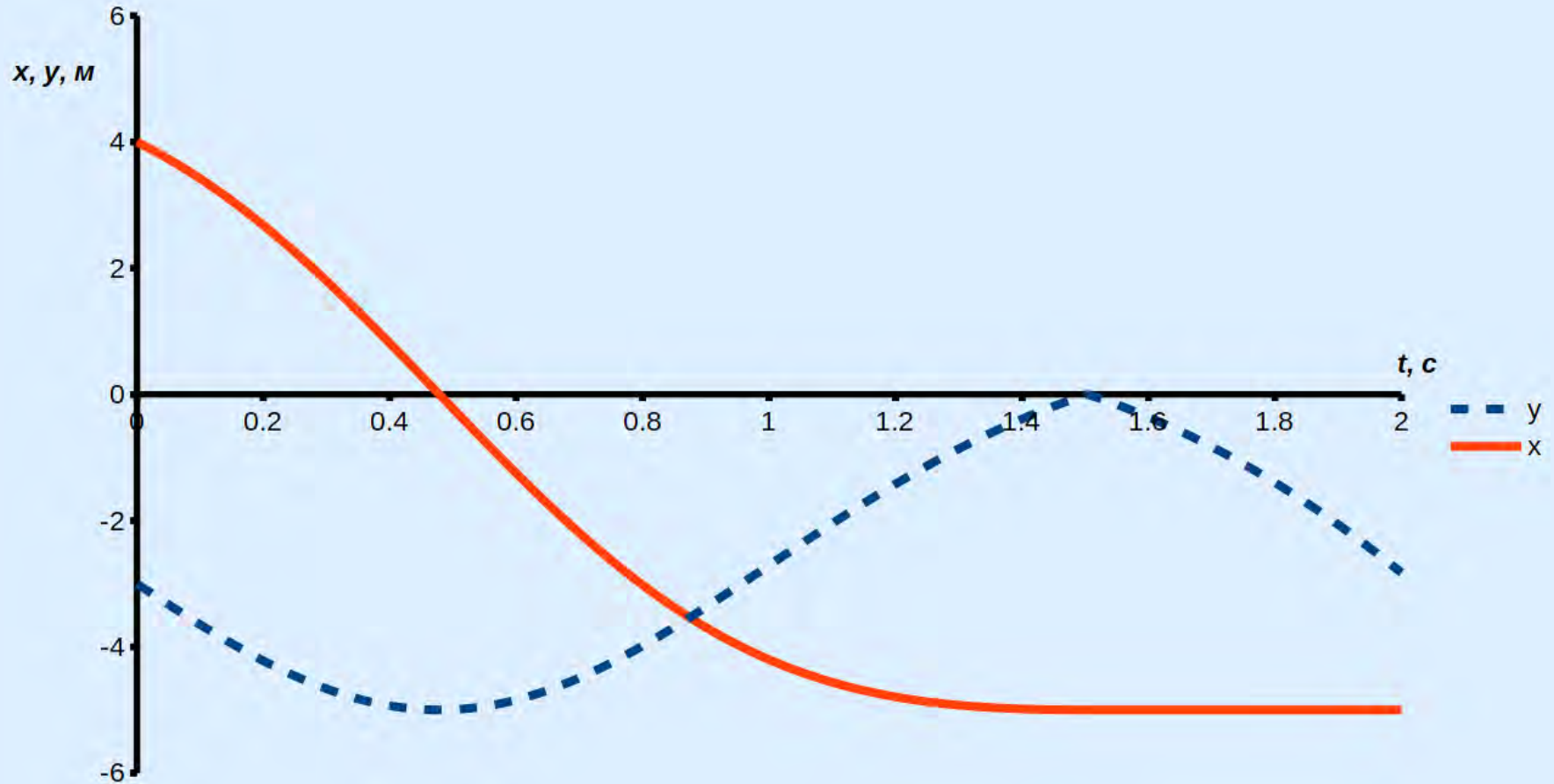


$$v_x'(t) = 0,$$
$$v_y'(t) = -g.$$



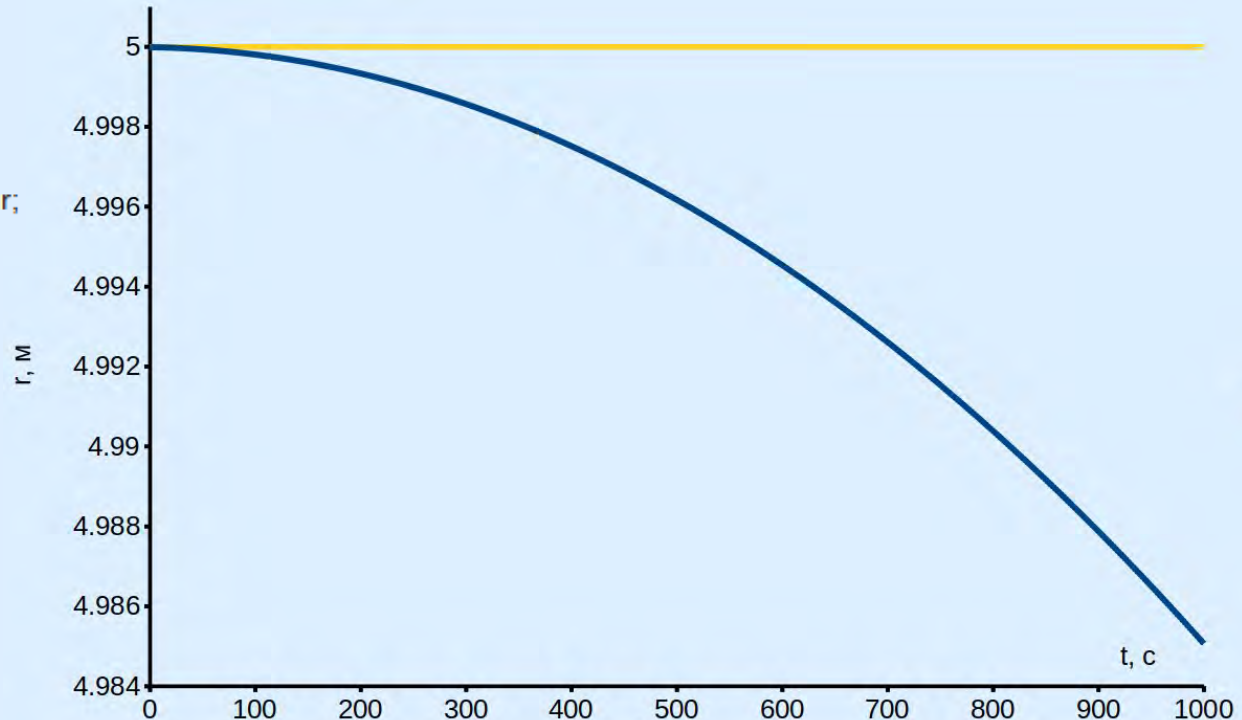
```
23 state Falling ordinary[y >= h]
24 {
25     v_x(t0) = -v_x;
26     v_y(t0) = -v_y;
27
28     delete cst;
29     eqs: v_x' = 0.0;
30     eqs: v_y' = -g;
31 }
32 from Pendulum;
```

# Результаты расчёта маятника



# Сравнение ИСМА 2015 и 2021

```
1 const l = 5.0;  
2 const m = 1.0;  
3  
4 x' = v_x; x(t0) = 4.0;  
5 v_x' = -T * x / l / m; v_x(t0) = 0.0;  
6 y' = v_y; y(t0) = -3.0;  
7 v_y' = -T * y / l / m - g; v_y(t0) = 0.0;  
8 T = l * m * (v_x * v_x + v_y * v_y - g * y) / r / r;  
9 r = sqrt(x * x + y * y);
```



```
1 const l = 5.0;  
2 const m = 1.0;  
3 const x_0 = 4.0;  
4 const y_0 = -3.0;  
5  
6 x' = v_x; x(t0) = x_0;  
7 m * v_x' = -T * x / l; v_x(t0) = 0.0;  
8 m * v_y' = -T * y / l - m * g; v_y(t0) = 0.0;  
9 y' = v_y; y(t0) = y_0;  
10 x * x + y * y = l * l;  
11 r * r = x * x + y * y;  
12 r(t0) = sqrt(x_0 * x_0 + y_0 * y_0);
```

# Заключение

- Определены особенности ГГС и требования к средам их моделирования.
- Расширена классификация событий ГС.
- Доказана теорема о выборе размера шага интегрирования одношаговых безытерационных методов на основе близости изображающей точки системы к границе режима в форме неявной системы ДАУ. На базе теоремы построен алгоритм обнаружения.
- Предложена методология проведения вычислительного эксперимента с комплексным обнаружением событий.
- Разработана архитектура модуля проведения вычислительного эксперимента ИСМА 2021.
- Разработан язык LISMA\_HDS и порождающая КС-грамматика типа LL(2).

НГТУ



НЭТИ

*Семинар Национального общества  
имитационного моделирования*

# **Моделирование гетерогенных динамических систем в ИСМА 2021**

ассистент каф. АСУ Попов Е. А.  
д.т.н., проф., проф. каф. АСУ Шорников Ю.В.

26 июня 2021