

## Методы моделирования производственных процессов предприятия машиностроения

# 08, август 2011

автор: Сироткин М. Е.

УДК.338.984

МГТУ им. Н.Э. Баумана.

[mephy@rambler.ru](mailto:mephy@rambler.ru)

### Введение

Современные промышленные предприятия и научно-производственные комплексы, научно-исследовательские и опытно-конструкторские центры функционируют в условиях жесткой конкуренции – массовое производство, снижение цен на транспортировку товаров, дешевая рабочая сила способствуют этому.

При формировании как стратегических, так и многих тактических решений руководитель вынужден учитывать многочисленные, нередко взаимно противоречивые соображения и опираться на сложные критерии эффективности путей достижения конечных целей. Быстро принимать решения помогают различные методы моделирования.

С быстрым развитием ЭВМ и соответствующего ПО повышается значимость имитационного моделирования. Если для классических математических методов исследования операций было необходимо некоторое время для составления модели и ее решения, то сейчас есть возможность анализировать ситуацию, выбирая диапазон изменения входных переменных для имитационной модели. Часто они имеют графическую оболочку, примеры можно найти на сайте [16], это ускоряет процесс усвоения информации и принятия решений.

Рассматриваемые методы моделирования представлены в табл. 1.

**Таблица 1. Методы моделирования.**

<b>Метод</b>	<b>Описание</b>	<b>Область применения</b>	<b>Достоинства метода</b>	<b>Недостатки метода</b>
Математическое моделирование	Составляется математический «эквивалент» процесса или объекта, отражающий его основные свойства.	Любые процессы, поддающиеся математическому описанию.	Широкая область применения.	Зачастую достаточно сложно построить модель адекватно учитывающую все факторы.
Статистическое моделирование	Модель основывается на выявленных статистических закономерностях.	Процессы, по которым можно собрать массив статистических данных.	При наличии качественных данных метод точен и, при использовании специализированного ПО, прост в применении.	Большие требования к статистическим данным.
Экономико-математическое моделирование	Раздел включает в себя методы для решения экономических задач.	Экономические процессы.	Метод способен моделировать экономические процессы.	
Имитационное моделирование	Исследуемая система заменяется моделью с достаточной точностью описывающей реальную систему, с ней проводятся эксперименты с целью получения информации.	Метод используется когда дорого или невозможно использовать реальную модель и/или аналитическую модель.	Создается максимально приближенная к реальности модель, можно управлять временем системы и другими ее характеристиками.	Сложность описания всех условий и требования вычислительной мощности.
Физическое моделирование	Экспериментальное моделированное, основанное на физическом подобии уменьшенной в размерах модели.	Применяется при невозможности применения аналитического метода или воспроизведения в реальном размере.	Область применения, недоступная другим методам.	Метод может дать надежные результаты лишь при соблюдении физического подобия модели.
Натурное моделирование	Моделью является материально или мысленно представляемый объект, в достаточной степени повторяющий свойства, существенные для моделирования.	Применяется для проведения ряда тестов над моделью. Примеры – различные этапы прототипирования на производстве.	Возможность протестировать объект моделирования в реальных условиях.	Затраты на создание модели могут быть высокими.

# 1. Математическое моделирование

Математическое моделирование – наиболее обширный раздел моделирования. Метод не требует больших затрат на проведение (например, как физическое или натурное моделирование), а с ростом производительности ЭВМ проведение расчетов перестало занимать много времени. Особо популярным становится имитационное моделирование [16].

Подходы математического моделирования подробно рассмотрены в книгах Г. Вагнера [4,5,6] и Л.В. Кантаровича [8]. Краткий обзор методов представлен в табл. 2.

**Таблица 2.** Методы математического моделирования.

Метод	Описание	Область применения	Достоинства метода	Недостатки метода
Линейное программирование	Составляется система линейных уравнений с необходимыми ограничениям. Типичные задачи – составления жидких смесей, распределения ресурсов [2, с.54-62]	Не сложные линейные детерминированные задачи (с заранее точно известными результатами той или иной стратегии).	Простота, возможность быстро получить решение без применения ЭВМ. При адекватной постановке задачи обеспечивается необходимая точность решения.	Узкий круг решаемых задач – лишь малая часть реальных процессов линейна, в других случаях возникает излишняя аппроксимация.
Нелинейное программирование	Составляется система нелинейных уравнений с необходимыми ограничениям. Типичные задачи – управление производственным процессом, выручка от реализации продукции [3, с.327]	Задачи с заданными нелинейными соотношениями переменных.	Возможность задавать зависимости переменных – например влияние объема продаж на цену.	Сложность решения. Необходимость большого числа данных.
Динамическое программирование	Как правило, составляется сетевая модель. Пример – модель распределения усилий [3, с.99]	Многоэтапные задачи. Результатом решения задачи является рекуррентное выражение, выражающие шаги, которые следует принимать на любом этапе.	Позволяют принимать правильное решение множество раз без вмешательства человека (на основе рекуррентного выражения) – то есть с помощью ЭВМ.	Узкий круг решаемых задач, сложность составления рекуррентного выражения.

Сетевые задачи	Сетевые задачи – частный случай задач линейного программирования. Для описания модели используется граф. Пример – транспортная задача [4, с.213]	Сетевой метод удобен для графического описания оптимизационных задач и может применяться для сложных (тысячи переменных и сотни ограничений) задач.	Графический механизм удобен описания задач линейного программирования. Возможность учитывать при решении транспортной задачи сезонности, пропускной способности, переменной мощности поставщиков и т.п.	Большинство задач, решаемых данным методом являются вариациями транспортной задачи.
Вероятностные оптимизационные модели	Метод, учитывающий вероятностную компоненту. Включает в себя вероятностные модели управления запасами и системы массового обслуживания.	Любые модели, для описания которых требуются случайные величины.	Вместо излишнего усложнения модели вводятся вероятности событий, что позволяет решать сложные задачи, не решаемые другими методами.	Сложность решения без ЭВМ.
Целочисленное программирование	Значительное число оптимизационных задач имеют ограничение в целочисленном решении. Для их решения нужны особые алгоритмы. Пример – задача коммивояжера [5, с.253]	Круг задач, требующий целочисленного решения.	Метод позволяет решать комбинаторные задачи.	Все недостатки решаемого класса задач.
Имитационное моделирование	Применяется на ЭВМ. Стали широко распространены с ростом мощностей ЭВМ. Учитывая скорость расчетов могут решать задачи практически любой сложности.[16]	Класс задач, не решаемый другими методами.	Широкий круг решаемых задач.	Сложность описания всех условий и требования вычислительной мощности.

## Линейное программирование

Метод наиболее прост для использования, но при этом значительно расширяет возможности руководителя для принятия решений.

Для постановки задачи задается система уравнений: одно целевое (минимум или максимум) и ряд ограничений.

Например – требуется максимизировать прибыль, при ограничениях на рабочее время станков (табл. 3).

**Таблица 3.** Линейное программирование

Тип оборудования	Затраты времени (станкоочасов) на обработку одного изделия каждого вида			Общий фонд рабочего времени оборудования (часы)
	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	
Фрезерное	2	4	5	120
Токарное	1	8	6	280
Сварочное	7	4	5	240
Прибыль (руб.)	10	14	12	

Предположим, что число деталей A, B, C равно  $x_1, x_2, x_3$  соответственно. Тогда ограничения задачи будут выглядеть так:

$$2x_1 + 4x_2 + 5x_3 \leq 120$$

$$x_1 + 8x_2 + 6x_3 \leq 280$$

$$7x_1 + 4x_2 + 5x_3 \leq 240$$

При этом, число деталей не может быть отрицательным:

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

Целевая функция (максимизировать прибыль):

$$10x_1 + 14x_2 + 12x_3 \rightarrow \max$$

Имеем систему уравнений :

$$\left\{ \begin{array}{l} 2x_1 + 4x_2 + 5x_3 \leq 120 \\ x_1 + 8x_2 + 6x_3 \leq 280 \\ 7x_1 + 4x_2 + 5x_3 \leq 240 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \\ 10x_1 + 14x_2 + 12x_3 \rightarrow \max \end{array} \right.$$

Часто подобные задачи можно решить графически.

Реальные задачи редко бывают такими простыми, поэтому среди минусов метода можно отметить сильную аппроксимация результатов. Экономические процессы, как правило, нелинейны, и решая подобную систему мы получим очень усредненный ответ.

## Нелинейное программирование

Нелинейное программирование применяется, когда зависимости между величинами нельзя выразить линейно. Примером может служить тот случай, когда на предприятии в течение ряда лет прирост выпуска продукции отстает от роста затрат труда, тогда как темпы роста количества отходов его обгоняют. Также примером является фирма, которая должна оплатить счет за электроэнергию в случае, когда расчеты ведутся по нелинейной формуле, учитывающей как среднесуточный расход, так и «пиковую» потребность в энергии. В данном случае фирма получает сведения о нелинейном характере затрат из договора о ставках оплаты, заключенного с компанией, обеспечивающей энергоснабжение.

Нелинейность «встраивается» в модели программирования и в других случаях, например:

1. Приготовление бензиновых смесей. В модели приготовления бензина определенного состава из отдельных фракций, полученных в результате перегонки нефти, обычно имеется нелинейное ограничение на октановое число смеси, поскольку эта характеристика качества нелинейно зависит от количества добавляемого к смеси тетраэтилового свинца.
2. Управление производственным процессом. В модели металлургического завода значение переменной, характеризующей температуру в доменной печи, может быть описано функцией от других переменных, соответствующих количеству потребного тепла и временным показателям процесса. В свою очередь каждая из этих переменных входит в другие ограничения, а также в целевую функцию.

3. Выручка от реализации продукции. Спрос на продукцию компании может существенно зависеть от цен реализации: чем ниже цена продукта, тем больше объем реализации, несмотря на аналогичное снижение цен, производимое конкурентами. Следовательно, выручка от реализации продукции не изменяется пропорционально цене, и это обстоятельство должно быть отражено в целевой функции многопродуктовой модели с помощью нелинейного слагаемого. Для иллюстрации примем, что  $x(p)$  есть объем реализации, зависящий от цены  $p$ ; тогда выручка от реализации равна  $px(p)$ . Пусть на представляющем для нас интерес интервале изменения  $p$  функция объема реализации от цены линейна, т. е. имеет вид  $x(p) = ap + b$ . Тогда слагаемые в целевой функции, относящиеся к выручке от реализации, являются квадратичными относительно управляющей переменной  $p$  и имеют вид  $(ap^2 + bp)$ .

Пока не существует универсального метода решения задач нелинейного программирования. Задачи легко описываются системой уравнений, но методы решений крайне громоздки, фактически почти всегда для решения используется ЭВМ.

## Сетевые задачи

Классическим примером сетевого программирования является транспортная задача.

Пусть имеются пункты производства  $A_1, A_2, \dots, A_n$  с объемами производства в единицу времени (месяц, квартал), равными соответственно  $a_1, a_2, \dots, a_n$ , и пункты потребления  $B_1, B_2, \dots, B_m$  с объемами потребления, равными  $b_1, b_2, \dots, b_m$  соответственно. Будем предполагать, что производство и потребление сбалансированы — сумма объемов производства равна сумме объемов потребления.

$$\sum_{i=1}^n a_i = \sum_{j=1}^m b_j$$

Предполагаются известными величины  $C_{ij}$  — затраты по перевозке единицы продукта из  $i$ -го пункта производства в  $j$ -й пункт потребления. Требуется найти такой план перевозок, при котором были бы удовлетворены потребности в пунктах  $B_1, B_2, \dots, B_m$  и при этом суммарные затраты на перевозку были бы минимальны. Обозначая через  $x_{ij}$  количество продукта, перевозимое из  $i$ -го пункта производства в  $j$ -й пункт потребления, приходим к следующей математической формулировке задачи.

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m C_{ij} x_{ij} \rightarrow \max \\ \sum_{i=1}^n x_{ij} = b_j, \quad j = 1 \dots m \\ \sum_{j=1}^m x_{ij} = a_i, \quad i = 1 \dots n \\ x_{ij} \geq 0, \quad j = 1 \dots m, \quad i = 1 \dots n \end{array} \right.$$

Транспортная задача решается симплекс методом [8, с.46], [4, с.124].

## Вероятностные и оптимизационные задачи

В предыдущих примерах рассматривались задачи для формулирования которых необходимо полностью детерминированное представление исходных данных. Но т.к. при реальных задачах некоторые величины известны лишь приближенно, зачастую удобнее пользоваться вероятностными значениями.

Наиболее распространенные задачи, решаемые этим методом – создание моделей управления запасами, системы массового обслуживания, модели коммерческого прогноза.

Системы массового обслуживания бывают:

- Одноканальные \ многоканальные;
- Разомкнутые \ замкнутые;
- С отказом \ без отказа;
- Абсолютно надежные \ ненадежные;
- По типу обслуживания – FIFO \ LIFO.

Модели СМО позволяют оценить возможные состояния системы, вероятности отказа тех или иных элементов, определить оптимальные условия функционирования с заданным уровнем вероятности.

Вероятностные модели управления запасами позволяют выбрать оптимальную стратегию: что, как и когда складировать, определить оптимальный размер партии, минимизировать штрафы и т.д.

Вероятностные модели – обширный раздел математического моделирования, для более подробного ознакомления рекомендуется [4].

## Целочисленное программирование

Достаточно часто встречаются условия, когда модели планирования содержат целочисленные переменные. Например:

**1. Использование оборудования.** Переменными  $X$  можно обозначить единицы оборудования, которые должны функционировать в течение планового периода, описываемого моделью. Если каждая единица оборудования имеет большую мощность и высокую стоимость (например, автоматический винторезный станок, океанский танкер или 150-дюймовая бумагорезная машина), то дробное значение  $X$ , скажем  $10/3$ , может и не иметь смысла (т. е. оказаться нереализуемым) в рамках реальной задачи принятия решения. В таком случае на значения  $x$  приходится наложить требование целочисленности.

**2. Размеры партий.** При разработке некоторых производственных планов на значения  $X$  могут накладываться ограничения вида  $X \geq 0$  или  $X \geq L$ . Так, например, величина  $X$  может представлять собой количество определенных изделий, которое нужно выпустить в течение периода  $t$ , а  $L$  — минимально возможный размер партии этих изделий. Подобное условие является примером ограничения вида «или — или», его можно формально ввести в модель, используя целочисленные переменные.

**3. Решения типа «да — нет».** Может возникнуть необходимость определения ситуаций. С этой целью на переменные  $X$  накладываются ограничения  $x = 1$  или  $x = 0$ , соответствующие решениям «принять» или «отвергнуть». Это можно считать основной причиной, объясняющей, почему целочисленное программирование играет столь важную роль в организационных решениях.

Общий алгоритм решения задач целочисленного программирования должен исключать необходимость явного перебора всех допустимых альтернатив. Требуются методы, обеспечивающие частичный перебор сравнительно небольшого числа допустимых вариантов и неявный перебор всех остальных. Напомним, что симплексный метод, применяемый для решения обычных задач линейного программирования, обладает именно такими характеристиками.

Аналогично в рекуррентных соотношениях, используемых в методе динамического программирования, применяют принцип оптимальности, позволяющий устранить необходимость перебора всех допустимых решений. Эффективность этих методов оптимизации, основанных на частичном переборе, оправдывает постановку вопроса о поиске аналогичных подходов к решению задач целочисленного программирования.

## Существующие методы решения:

**1. Методы отсекающих плоскостей (методы отсечения).** Предложено несколько вариантов этого подхода к решению целочисленных задач. Один из них, излагаемый в следующем разделе, предназначен для полностью целочисленной модели. Исходным моментом является оптимальное решение соответствующей задачи линейного программирования, полученной в результате отбрасывания условий целочисленности. На каждой итерации добавляется линейное ограничение, удовлетворяющее целочисленному решению исходной задачи, но исключающее текущее нецелочисленное решение. Вычислительный процесс прекращается, как только будет достигнуто любое целочисленное решение. Сходимость обеспечивается за конечное, но иногда очень большое число итераций.

**2. Методы, возврата.** В этой группе методов также имеются различные модификации. Первый метод, названный методом «ветвей и границ», изложен [4, разд. 13.5] и предназначен для решения частично целочисленных задач. Как и в методе отсечения, решение задачи начинается с отыскания оптимального решения соответствующей регулярной задачи линейного программирования. Затем формируется семейство связанных, но различных задач линейного программирования.

Существуют и другие подходы к решению целочисленных задач, которые хотя и не гарантируют отыскания оптимального решения, тем не менее в ряде частных случаев позволяют его находить,

а нередко дают решения, близкие к оптимальному. Один из таких подходов заключается в использовании случайной выборки допустимых решений с последующим улучшением каждого попавшего в выборку решения в случае, когда возможность улучшения соответствующего решения удастся достаточно просто обнаружить.

В ряде практических ситуаций такие методы отыскания решений оказались достаточно эффективными.

## Имитационное моделирование

Имитационное моделирование — это метод исследования, при котором изучаемая система заменяется моделью с достаточной точностью описывающей реальную систему и с ней проводятся эксперименты с целью получения информации об этой системе.

Экспериментирование с моделью называют имитацией.

К имитационному моделированию прибегают, когда:

- дорого или невозможно экспериментировать на реальном объекте;

- невозможно построить аналитическую модель: в системе есть время, причинные связи, последствие, нелинейности, стохастические (случайные) переменные;
- необходимо сымитировать поведение системы во времени.

Преимущества имитационного моделирования:

- Стоимость. Допустим, компания уволила часть сотрудников, что в дальнейшем привело к снижению качества обслуживания и потере части клиентов. Принять обоснованное решение помогла бы имитационная модель, затраты на применение которой состоят лишь из цены программного обеспечения и стоимости консалтинговых услуг.
- Время. В реальности оценить эффективность, например, новой сети распространения продукции или измененной структуры склада можно лишь через месяцы или даже годы. Имитационная модель позволяет определить оптимальность таких изменений за считанные минуты, необходимые для проведения эксперимента.
- Повторяемость. Современная жизнь требует от организаций быстрой реакции на изменение ситуации на рынке. Например, прогноз объемов спроса продукции должен быть составлен в срок, и его изменения критичны. С помощью имитационной модели можно провести неограниченное количество экспериментов с разными параметрами, чтобы определить наилучший вариант.
- Точность. Традиционные расчетные математические методы требуют применения высокой степени абстракции и не учитывают важные детали. Имитационное моделирование позволяет описать структуру системы и её процессы в естественном виде, не прибегая к использованию формул и строгих математических зависимостей.
- Наглядность. Имитационная модель обладает возможностями визуализации процесса работы системы во времени, схематичного задания её структуры и выдачи результатов в графическом виде. Это позволяет наглядно представить полученное решение и донести заложенные в него идеи до клиента и коллег.
- Универсальность. Имитационное моделирование позволяет решать задачи из любых областей: производства, логистики, финансов, здравоохранения и многих других. В каждом случае модель имитирует, воспроизводит, реальную жизнь и позволяет проводить широкий набор экспериментов без влияния на реальные объекты.

Большое количество управляемых примеров применения метода в можно найти на сайте [16].

## **2. Физическое моделирование**

В физическом моделировании производятся опыты над физически подобным, но значительно меньшим объемом продукции. Например, методы физического моделирования позволяют сталеплавильщику смоделировать работу установки в лабораторных условиях, чтобы определить оптимальные рабочие параметры и применить их затем в производственном процессе. Преимущества очевидны: сталеплавильщик определяет, как подстроить установку, не выводя ее из производства, экономит деньги на материалах, проводя 10 или более «микроплавов» в день (на всего нескольких унциях стали), чтобы создать модели, устранить проблемы и разработать наиболее эффективные методы работы.

Аналогично можно изучить и другие процессы в производстве затратив минимальное количество ресурсов. Зачастую это проще и дешевле, чем моделировать математические или полноразмерные натурные модели.

## **3. Натурное моделирование**

Под натурным моделированием имеется в виду создание полноразмерных моделей исследуемого объекта или процесса. Это различные стадии прототипирования с необходимой на данном этапе степенью точности и тестовые партии. Метод позволяет выявить недостатки проектирования на ранних этапах.

Рабочие прототипы изделий (особенно сложных устройств) при отсутствии специализированной оснастки, деталей могут быть очень дороги – в десятки раз превышать стоимость серийного образца.

Также в метод включаются модели процессов – например, действий рабочего для производства детали.

## **Выводы и результаты**

Представленные в статье методы дают общее представление о возможностях математического моделирования. Для более подробного ознакомления с методами рекомендуется обратиться к списку литературы.

Наиболее востребованным для экономической сферы является вероятностное моделирование. Почти невозможно точно предсказать объем продаж, учесть риски со стороны конкурентов, другие риски, поэтому часто используются вероятностные величины. С помощью них можно спрогнозировать и создать модели управления запасами, системы массового обслуживания, модели коммерческого прогноза, модели управления рисками.

Быстрое развитие технологий, создает широкий спектр рискованных ситуаций, затрагивающих все аспекты деятельности предприятия, для оперативной оценки жизненно необходимо наличие модели, учитывающей возможность подобных рисков. Безусловно, одной модели недостаточно – также нужна стратегия, как комплекс не только стратегических управленческих решений, определяющих долговременное развитие предприятия, но и конкретных действий, обеспечивающих быстрое реагирование предприятия на изменение во внешней инфраструктуре, которое может повлечь за собой необходимость стратегического маневра, пересмотр целей и корректировку общего направления [9].

### **Список информационных источников**

1. Бережная Е.В., Бережной В.И. Математические методы моделирования экономических систем: Учеб. пособие. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Финансы и статистика, 2006. 432 с.
2. Бусленко В.Н. Автоматизация имитационного моделирования сложных систем / Под ред. Н.П. Бусленко. М.: Наука, 1977. 240 с.
3. Бусленко Н.П. Моделирование сложных систем. М.: Наука, 1968. 356 с.
4. Вагнер Г. Основы исследования операций. Т. 1. М., Мир, 1973.
5. Вагнер Г. Основы исследования операций. Т. 2. М., Мир, 1973.
6. Вагнер Г. Основы исследования операций. Т. 3. М., Мир, 1973.
7. Емельянов А.А., Власов Е.А., Дума Р.В. Имитационное моделирование экономических процессов: Учеб. пособие / Под ред. А.А. Емельянова. М.: Финансы и статистика, 2002. 368 с.
8. Канторович Л.В. Оптимальные решения в экономике. М., 1972 (совм. с А.Б. Горстко)
9. Канчавели А.Д., Колобов А.А., Омельченко И.Н. и др. Стратегическое управление организационно-экономической устойчивостью фирмы: Логистикоориентированное проектирование бизнеса – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001. – 600с.
10. Карпов Ю.Г. Имитационное моделирование систем. Введение в моделирование с AnyLogic 5. СПб.: БХВ-Петербург, 2005. 400 с.
11. Кобелев Н.Б. Основы имитационного моделирования сложных экономических систем: Учеб. пособие. М.: Дело, 2003. 336 с.
12. Моделирование производственно-инвестиционной деятельности фирмы: Учеб. пособие / Под ред. Г.В. Виноградова. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2002. 320 с.

13. Моделирование производственно-сбытовых систем и процессов управления / А.А. Колобов, В.В. Бойцов, И.Н. Омельченко и др.; Под ред. А.А. Колобова, Л.Ф. Шклярского. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1993. 216 с.
14. Строгалева В.П., Толкачева И.О. Имитационное моделирование: Учеб. пособие. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2008. 280 с.
15. Халиков М.А. Моделирование производственной и инвестиционной стратегий машиностроительного предприятия. М.: Благовест-В, 2003. 304 с.
16. Online interactive simulation models//XJTEK.COM:XJ technologies. Simulation software and services.1992-2011.URL.[http://www.xjtek.com/anylogic/demo\\_models/?page=all&](http://www.xjtek.com/anylogic/demo_models/?page=all&)  
(дата обращения:16.07.2011)