

ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СЕТЕВЫХ МОДЕЛЕЙ

Е.А. Бабкин, И.Ю. Пикалов

(Курский государственный университет)

Для решения экономических задач сетевого планирования и управления обычно используются сетевые модели [1]. Сетевая модель представляет собой описание комплекса работ необходимых для выполнения некоторого проекта в терминах событий. Основными объектами сетевой модели являются проект, работа и событие.

ПРОЕКТ – логически связанная совокупность работ. Работы могут выполняться параллельно или последовательно, для начала выполнения работы все предыдущие работы должны быть выполнены.

РАБОТОЙ является элементарное действие (операция, шаг) на данном уровне представления проекта. Каждая работа имеет определенную длительность во времени и требует для своего выполнения определенных ресурсов.

СОБЫТИЕМ называется окончание предшествующих работ и начало последующих работ. Событие характеризуется временем, когда оно происходит. Событие происходит мгновенно, то есть имеет нулевую длительность во времени.

Сетевая модель представляется в виде ориентированного графа [1]. Каждая вершина сетевой модели отображает событие, а дуги – работы, помечаемые временем выполнения работы. Наиболее подробно рассмотрены детерминированные модели [1]. Для таких моделей исследуются следующие характеристики. Для событий рассчитывают три характеристики: ранний и поздний срок совершения события, а также его резерв. Для работ – ранний срок начала, ранний срок окончания, поздний срок окончания, поздний срок начала, полный и независимый резервы времени. Путь, как

последовательность работ от начального до конечного события, характеризуется двумя показателями – продолжительностью и резервом.

В действительности предположение о том, что время выполнения каждой работы в точности известно выполнимо редко. Чаще всего продолжительность работ является случайной величиной, которую можно характеризовать некоторым законом распределения, средним значением и дисперсией. Если продолжительность работ не детерминирована, то мы имеем дело с сетевым планированием в условиях неопределенности. В этом случае используются стохастические сетевые модели. Можно выделить два вида таких моделей: аналитические стохастические модели и имитационные модели.

Для анализа аналитических моделей используются алгоритмы ПЕРТ [2], по которым рассчитываются наиболее раннее время начала и наиболее позднее время окончания работ в сети ПЕРТ.

Однако для более точного анализа, в случае если известны статистические параметры времен выполнения работ, используются сетевые имитационные модели [1]. В этом случае на ЭВМ выполняется многократный прогон модели и рассчитываются основные характеристики сетевой модели. Большой объем испытаний позволяет точнее определить закономерности моделируемой сети.

Поскольку сетевые модели описывают параллельные временные процессы выполнения работ в терминах событий, то для их имитационного моделирования могут использоваться событийные графы, предложенные в работах [3, 4, 5].

В данной работе рассматривается метод имитационного моделирования сетевых моделей на основе использования событийных графов, а также результаты моделирования сетевых моделей, состоящих из последовательных и параллельных работ.

Имитационное моделирование сетевой модели состоит из следующих этапов.

Первый этап – преобразование сетевой модели в макрособытийный граф. В сетевую модель (рис. 1) добавляются начальная вершина инициализации модели, вершина окончания моделирования, события (вершины) окончания проекта и начала проекта соединяются дугой для многократного повторения имитационного прогона модели.

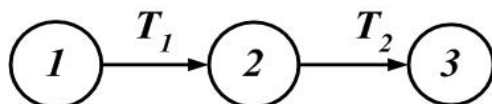


Рис.1. Сетевая модель последовательного выполнения двух работ

Построенный макрособытийный граф (рис. 2) является имитационной моделью и состоит из совокупности макрособытий (событийных секций): E_0 – начало моделирования, E_1 – начало проекта и работы 1-2, E_2 – конец работы 1-2 и начало работы 2-3, E_3 – конец работы 2-3, конец проекта и анализ конца моделирования, E_4 – конец моделирования. Если число прогонов меньше заданного ($<N$), то происходит переход от события E_3 к событию E_1 , иначе (при $=N$) – к событию E_4 .

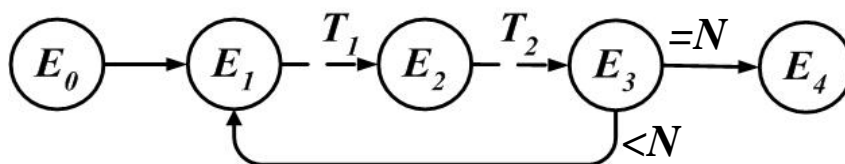


Рис. 2. Событийный граф последовательного выполнения двух работ на уровне макрособытий

Второй этап - преобразование макрособытийного графа в программную модель на языке высокого уровня (Паскаль, Си) с использованием специальной библиотеки процедур, реализующей основные функции системы имитационного моделирования. Макрособытийная модель преобразуются в программную модель путем интерпретации элементов событийного графа, то есть заменой вершин и дуг соответствующими

программными операторами и группами программных операторов. Дуги заменяются операторами планирования событий. Вершинам, в которых необходимо определять временные параметры сетевой модели, соответствуют типовые наборы операций измерения временных параметров. Вершины, в которых заканчиваются параллельные ветви проекта, также заменяются типовыми наборами операций определяющие условие перехода к следующей вершине.

Третий этап - детерминированная и стохастическая проверка созданной программной имитационной модели обеспечивающие адекватность созданной модели исходной сетевой модели.

Четвертый этап - проведение имитационного компьютерного эксперимента включающего многократный прогон имитационной модели. Количество прогонов N определяется необходимой точностью результатов моделирования.

Четвертый этап - анализ и интерпретация результатов моделирования.

Этот метод моделирования был применен при исследовании простейших сетевых моделей, результаты которого излагаются ниже.

Рассмотрим результаты моделирования сетевой модели, состоящей из K последовательных работ. Продолжительность выполнения работ задается равномерным законом распределения. Вероятностная оценка продолжительности работ оценивается по формуле вычисления математического ожидания для равномерного распределения:

$$\bar{T} = \frac{T_{min} + T_{max}}{2}.$$

где T_{min} – нижняя граница интервала распределения,

T_{max} - верхняя граница интервала распределения.

В имитационном компьютерном эксперименте определялись среднее время и распределение времени выполнения работ. На рис. 3 приведены распределения и среднее время $T_{средн.}$ для проектов состоящих из одной работы и из двух работ. Причем в последнем случае распределение зависит

от соотношения времен T_{min} и T_{max} для первой и второй работы проекта. Результаты проведенного компьютерного эксперимента соответствовали теоретическим с точностью определяемой количеством прогонов N .

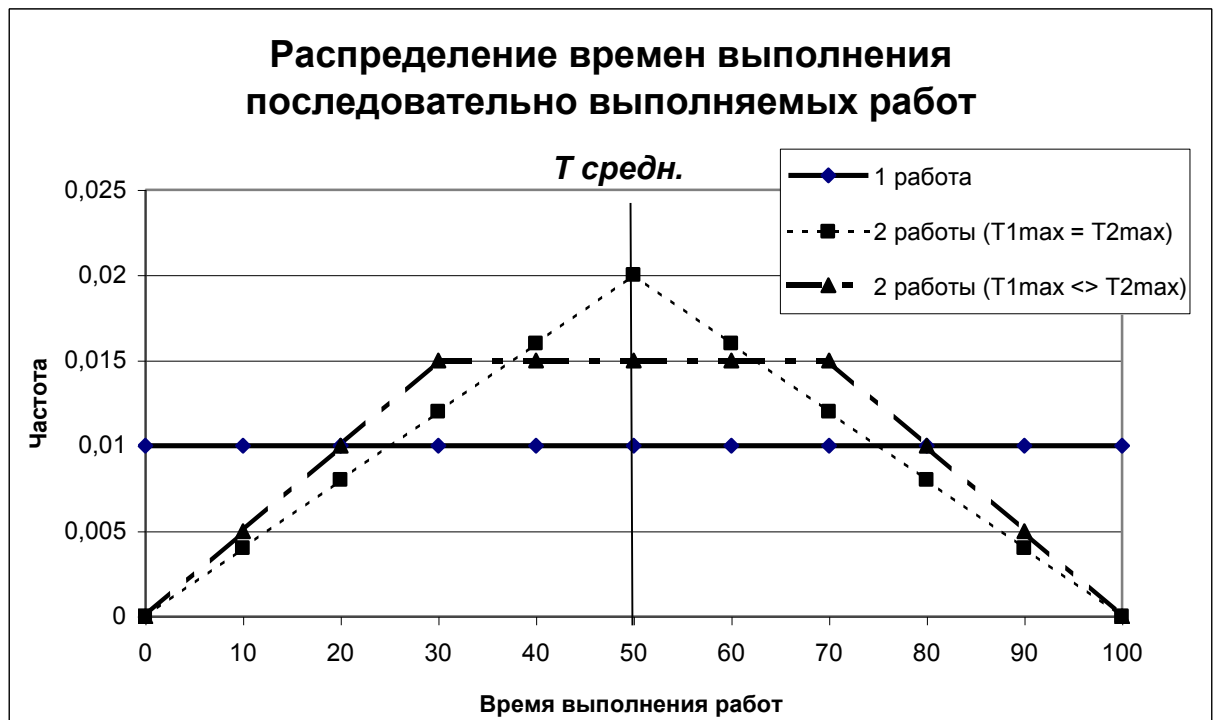


Рис. 3. Распределения времени выполнения 2 последовательных работ с разными интервалами распределения.

При увеличении числа работ проекта общее время выполнения проекта имеет нормальный закон распределения со средним значением, равным сумме средних значений продолжительностей составляющих его работ (рис. 4).

Когда проект состоит только из последовательных работ, мы имеем дело с математическим ожиданием суммы нескольких случайных величин. А по теореме о математическом ожидании суммы

$$M\left(\sum_{i=1}^n X_i\right) = \sum_{i=1}^n M(X_i).$$

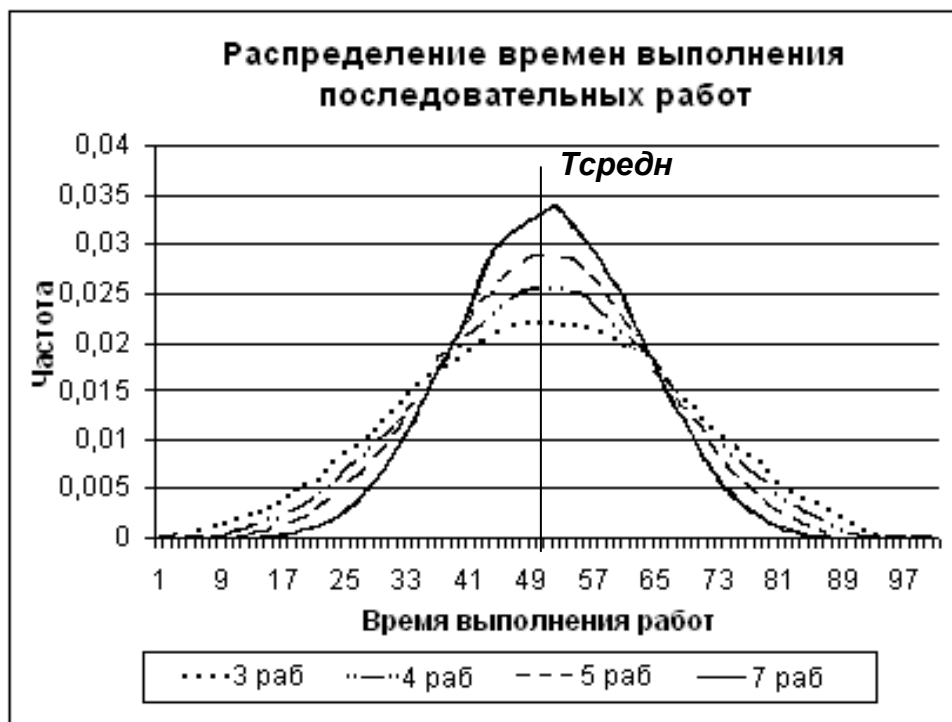


Рис. 4. Распределение времен выполнения проектов состоящих из последовательных работ

Рассмотрим сетевую модель параллельного выполнения двух работ (рис. 5).

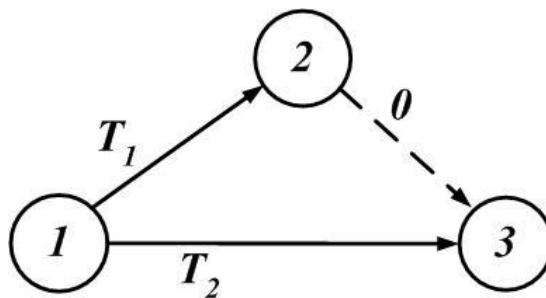


Рис.5. Сетевая модель параллельного выполнения двух работ

Соответствующая имитационная модель в виде событийного графа (рис. 6) состоит из макрособытий: E_0 – начало моделирования, E_1 – начало проекта и работ 1-2 и 2-3, E_2 – конец работы 1-2, E_3 – конец работы 2-3, конец параллельных ветвей, проекта и анализ конца моделирования, E_4 – конец моделирования.

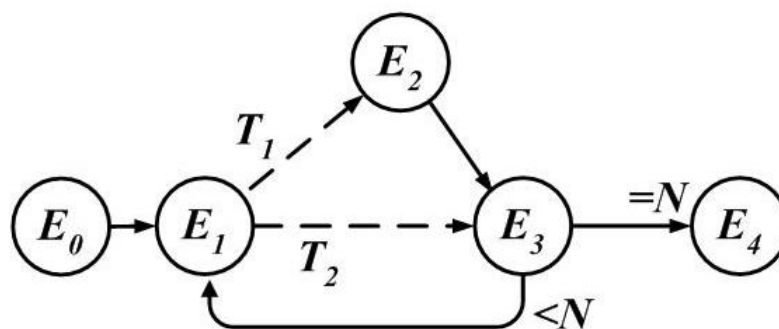


Рис. 6. Событийный граф параллельного выполнения двух работ на уровне макрособытий

Результаты имитационного моделирования сетевой модели, состоящей из n параллельных работ показали, что происходит смещение среднего времени выполнения всего комплекса работ в сторону увеличения относительно расчета времени выполнения проекта для детерминированной модели (рис. 7).

Анализ результатов показал, что в случае если времена выполнения работ являются дискретными величинами, то для n параллельных работ справедливо:

$$M(X) = \frac{\sum_{i=1}^m \left(\sum_{j=1}^n C_n^j x^{n-j} \right) x_i}{m^n},$$

где n – количество параллельных работ, m – число возможных значений времени работы x_i .

Таким образом среднее время выполнения проекта для стохастической модели в общем случае не совпадает с временем детерминированной модели, причем среднее время выполнения проекта может превосходить время детерминированной модели максимально в два раза. Разность ΔT зависит от:

- количества параллельных ветвей;
- структуры сетевого графа;
- пересечения интервалов распределения (величины интервалов конкуренции параллельных ветвей);
- вида законов распределения времени выполнения работ.

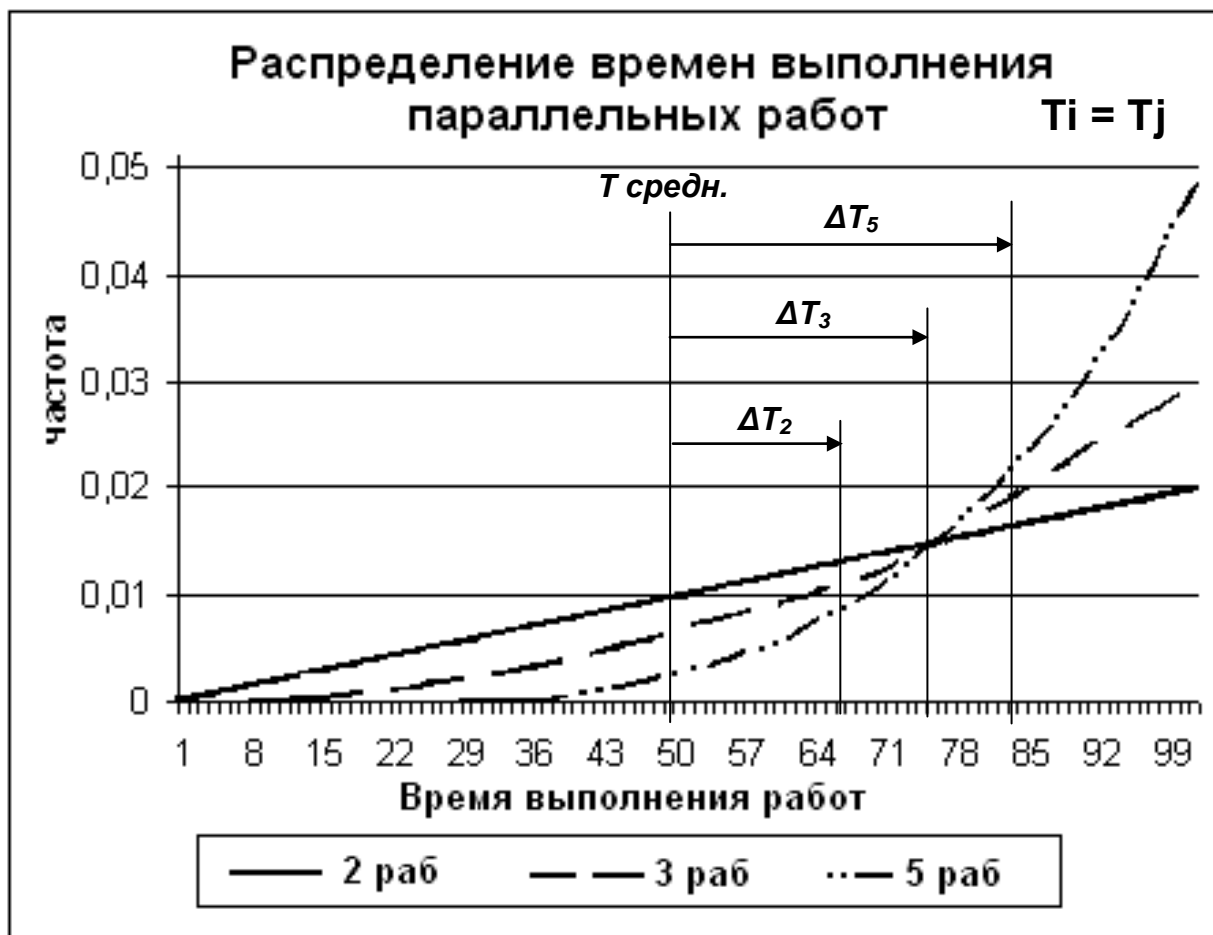


Рис. 7. Распределение времен выполнения параллельных работ

Библиографический список

1. Экономико-математические методы и прикладные модели: Учеб. Пособие для вузов/ В.В. Федосеев, А.Н. Гармаш, Д.М. Дайитбегов и др.; Под ред В.В. Федосеева. – М.: ЮНИТИ, 2001. – 391 с.
2. Дюбуа Д., Прад А. Теория возможностей. Приложения к представлению знаний в информатике. Пер. с фр. – М.: Радио и связь, 1990. – 288 с.
3. Schruben L.W. Simulation Modeling with Event Graphs. Communications of the ACM. 26: 957-963.
4. Бабкин Е.А. Методические указания по моделированию вычислительных систем на событийно-ориентированном языке. – Курск, КПИ, 1988. – 36 с.
5. Бабкин Е.А. Событийные модели дискретных систем. – Курск. гос. ун-т. Курск, 2005. – 18 с. Деп. в ВИНТИ 14.01.05, № 30-В2005.