

МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ НА ОСНОВЕ X-АГРЕГАТОВ

В. Г. Хлопяк (Москва)

Введение

Методика излагается на примере построения имитационной модели многоканальной однофазной системы массового обслуживания (СМО) с неограниченной очередью заявок на входе и преобразований этой модели при усложнении СМО.

Схематично моделируемая система представлена на рис.1. Как видно из приведенного рисунка, помимо собственно исследуемой системы необходимо моделировать поведение внешней среды, взаимодействующей с системой. В частности, необходимо моделировать поведение источника потока заявок и некоторого наблюдателя, которой занимается сбором и вычислением показателей работы СМО.

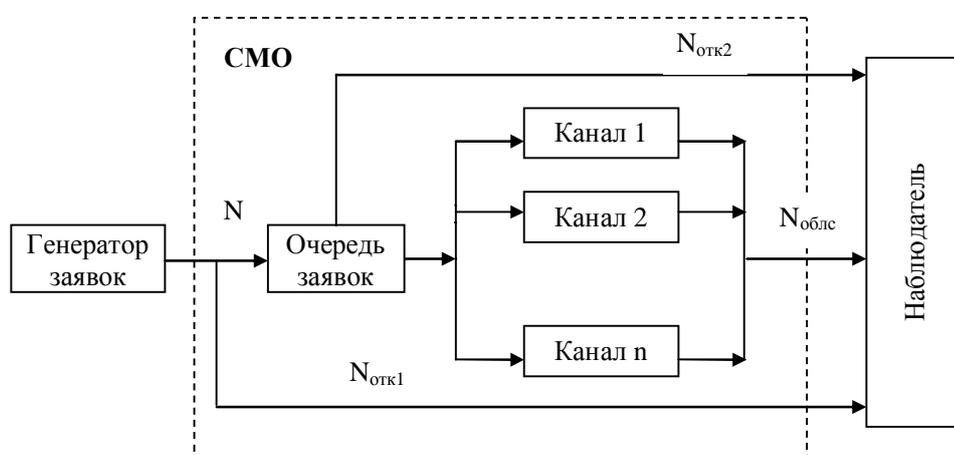


Рис. 1. Схема моделируемой системы

Модель однофазной многоканальной СМО с ожиданием

Рассматривается однофазная n -канальная система массового обслуживания (СМО), на вход которой поступает простейший поток заявок с интенсивностью λ . Заявки поступают в некоторый накопитель заявок, из которого они выбираются на обслуживание. Емкость накопителя не ограничена, и заявка в нем может находиться до тех пор, пока не будет обслужена. В данном случае потоки $N_{отк1}$ и $N_{отк2}$ пустые (см. рис.1.).

Известна некоторая дисциплина (FIFO, LIFO и т.п.) обслуживания заявок и некоторая дисциплина («Первый свободный», «Равномерная загрузка» и т.п.) загрузки каналов.

Время обслуживания заявки $t_{обсл}$ каналом – случайная величина с известным законом распределения.

В результате моделирования необходимо получить значения некоторых показателей функционирования СМО, например: среднее время обслуживания заявки, среднее время ожидания обслуживания, среднюю длину очереди заявок, среднее время простаивания каналов и т.п.

Модель рассматриваемой системы включает 6 классов агрегатов:

- Класс «Генераторы заявок» предназначен для формирования потока заявок.
- Класс «Наблюдатели» предназначен для расчета показателей функционирования СМО.

- Класс «Заявки» описывает поведение заявок в СМО.
- Класс «Каналы» описывает функционирование устройств обслуживания заявок.
- Класс «Диспетчеры обслуживания» реализует заданные дисциплины обслуживания заявок и выбора каналов.
- Класс «СМО».

Первые два класса описывают поведение внешней среды, остальные – собственно системы массового обслуживания СМО.

Класс «Генераторы заявок»

Агрегаты класса «Генераторы заявок» имеют простейшую модель функционирования, включающую одно состояние и один переход (рис.2.).

Г1 : Генерировать заявку

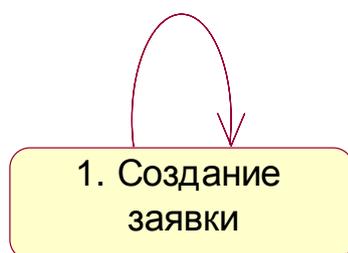


Рис. 2. Диаграмма переходов и состояний агрегатов класса «Генераторы заявок»

Формирование потока заявок осуществляется следующим образом. Выполняя переход в состояние «Создание заявки», агрегат выполняет действие, состоящее из пяти простейших операций:

- на основе заданного закона распределения времени обслуживания заявки и датчика случайных чисел вычисляет значение случайной величины – $t_{\text{обсл}}$;
- создает агрегат класса «Заявки» с параметром «Время обслуживания», равным вычисленному значению – $t_{\text{обсл}}$;
- увеличивает на единицу количество (N) поступивших в СМО заявок;
- вычисляет значение интервала между текущим моментом времени и моментом прихода следующей заявки. Для простейшего потока заявок эта величина рассчитывается по известной формуле:

$$\tau = \frac{1}{\lambda} \ln(R),$$

где R– случайное равномерно распределенное число от 0 до 1 из датчика случайных чисел;

- создает (отправляет системному диспетчеру) сообщение «Г1 – Генерировать заявку» с параметром τ . Адресатом данного сообщения является сам отправитель сообщения.

Через интервал времени, равный τ , агрегат получит данное сообщение и в соответствии с собственной моделью функционирования выполнит переход в состояние «Создать заявку». В результате в СМО поступит на обработку очередная заявка.

Для генерации простейшего потока заявок в классе «Генераторы заявок» достаточно иметь один агрегат. Если поток заявок является сложным и может быть представлен в виде суммы простейших потоков, то для генерации каждого из потоков необходимо иметь «свой» X-агрегат.

Класс «Наблюдатели»

В классе «Наблюдатели» достаточно создать один агрегат, который имеет простейшую модель функционирования (рис.3.).

Н1: Вычислить показатели

Рис. 3. Диаграмма переходов и состояний агрегатов класса «Наблюдатели»

Переходя в состояние «Вычисление показателей», агрегат выполняет следующую последовательность операций:

– вычисляет значения заданных показателей. Например, для вычисления среднего время ожидания заявки в очереди необходимо сложить все временные интервалы, в течение которых какая-либо заявка находилась в очереди, и разделить на количество заявок

$$T_{\text{ср.ож}} = \frac{T_{\text{сумма ож}}}{N} = \frac{\sum_{i=1}^N T_{\text{ож } i}}{N}.$$

Для вычисления средней длины очереди необходимо сложить все временные интервалы, в течение которых какая-либо заявка находилась в очереди, и разделить на время моделирования

$$L_{\text{ср.оч}} = \frac{T_{\text{сумма ож}}}{T_{\text{мод}}} = \frac{\sum_{i=1}^N T_{\text{ож } i}}{T_{\text{мод}}}.$$

– создает (отправляет системному диспетчеру) сообщение «Н1 – Вычислить показатели» с параметром $T_{\text{набл}}$, равным заданному периоду наблюдения работы СМО. Адресатом данного сообщения является сам отправитель сообщения.

Через интервал времени, равный $T_{\text{набл}}$, наблюдатель получит данное сообщение и в соответствии с собственной моделью функционирования выполнит переход в состояние «Вычисление показателей». В результате могут быть сформированы графики изменения показателей в процессе функционирования СМО.

Класс «Заявки»

Жизненный цикл агрегатов класса «Заявки» существенно отличается от жизненных циклов (моделей функционирования) агрегатов других классов (рис. 4).

Класс «Заявки» является единственным в системе, агрегаты которого создаются и уничтожаются в процессе функционирования системы. В результате этого модель СМО становится моделью с переменным числом агрегатов.

После создания Заявка попадает в состояние «Ожидание» и будет находиться в данном состоянии до тех пор, пока не получит сообщение «Z1 – Канал свободен». При переходе в состояние «Ожидание» Заявка выполняет действие из двух операций:

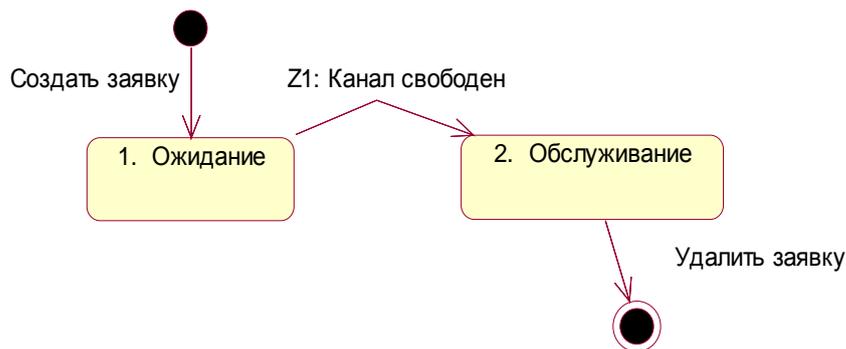


Рис. 4. Диаграмма переходов и состояний агрегатов класса «Заявки»

– немедленно сообщает о своем прибытии. С этой целью Заявка создает сообщение «Д1 – Заявка поступила», адресатом которого является агрегат класса «Диспетчеры обслуживания». Так как сообщение должно быть немедленно доведено до адресата, то параметр задержки данного сообщения устанавливается равным нулю.

– для вычисления времени нахождения в ожидании фиксирует момент времени входа в состояние «Ожидание»

$$T_{\text{нач. ож}} = T_{\text{сист}} .$$

Получив сообщение «Z2 – Канал свободен», Заявка переходит в состояние «Обслуживание» и находится в нем, пока не будет закончено обслуживание. Действие, связанное с состоянием «Обслуживание», состоит из трех операций:

– вычисление времени нахождения Заявки в состоянии «Ожидание»

$$T_{\text{ож}} = T_{\text{сист}} - T_{\text{нач.ож}} ;$$

– вычисление суммарного времени ожидания всеми заявками

$$T_{\text{сумма ож}} = T_{\text{сумма ож}} + T_{\text{ож}} .$$

В момент окончания обслуживания Заявка уничтожается.

Класс «Каналы»

Модель функционирования агрегатов класса «Каналы» состоит из двух состояний и двух переходов (рис. 5). Начальным состоянием агрегата является состояние «Свободен».

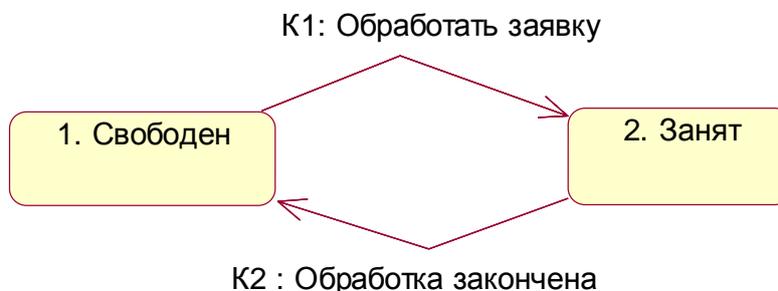


Рис. 5. Диаграмма переходов и состояний агрегатов класса «Каналы»

Получив сообщение «K1 – Обработать заявку», канал переходит в состояние «Занят», выполняя при этом действие, включающее две операции:

– увеличение на 1 количества обслуженных каналом заявок. Данная операция необходима, если при выборе каналов реализуется дисциплина «Равномерная загрузка по количеству обслуженных заявок»;

– создание сообщения «K2 – Обработка закончена» с параметром задержки сообщения равным времени обслуживания заявки $t_{обсл.}$

Получив сообщение «K2 – Обработка закончена», канал переходит в состояние «Свободен». Действие, связанное с состоянием «Свободен», состоит из двух операций:

– создание сообщения «Д2 – Канал свободен» с параметром задержки, равным нулю, для немедленного информирования диспетчера обслуживания о наличии свободного канала;

– очистка атрибута связи «Заявка».

Класс «Диспетчеры обслуживания»

Модель функционирования агрегатов данного класса является наиболее сложной с точки зрения выполняемых действий (рис. 6).

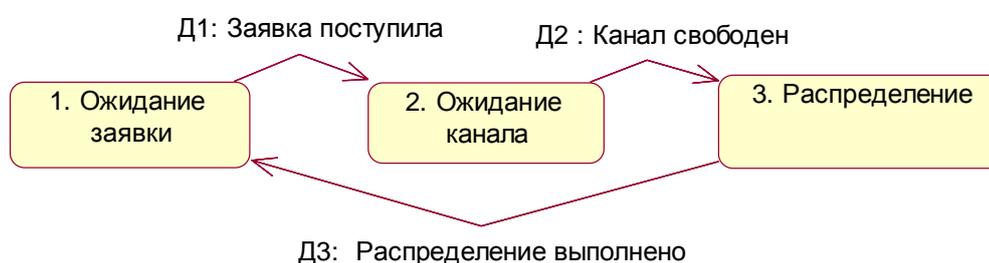


Рис. 6. Диаграмма переходов и состояний агрегатов класса «Диспетчеры обслуживания»

Модель включает три состояния и три перехода. В модели реализована гипотеза о том, что решение о распределении каналов между заявками принимается мгновенно.

Исходным является состояние «Ожидание заявки». Как отмечалось выше, заявка, переходя в состояние «Ожидание», создает сообщение «Д1 – Заявка поступила».

Получив данное сообщение, диспетчер переходит в состояние «Ожидание канала» и ожидает получение сообщения «Д2 – Канал свободен». Данное сообщение может быть создано либо освободившимся каналом, либо самим диспетчером при выполнении действия при переходе в состояние «Ожидание канала». Действие, связанное с состоянием «Ожидание канала», состоит из операции проверки и создания сообщения «Д2 – Канал свободен». Действие формулируется следующим образом – «Проверить все каналы, и если есть канал, находящийся в состоянии «Свободен» с пустым атрибутом «Заявка», то создать сообщение «Д2 – Канал свободен». Необходимость проверки атрибута «Заявка» будет пояснена ниже.

Получив сообщение «Д2 – Канал свободен», диспетчер переходит в состояние «Распределение». Отметим, что переход в данное состояние возможен только в случае, если есть заявка, ожидающая обслуживания и незанятый канал. Действие, связанное с состоянием «Распределение», включает следующие операции:

– поиск заявки, ожидающей обслуживания, в соответствии с заданной дисциплиной обслуживания заявок (LIFO, FIFO и т.п.);

– поиск канала, который может быть выбран для обслуживания заявки, в соответствии с заданной дисциплиной загрузки каналов («Первый свободный», «Равномерная загрузка», «Случайный» и т.п.);

– пометки выбранной заявки и выбранного канала. Данные операции выполняются посредством записи в атрибуты «Канал» и «Заявка» идентификаторов выбранных агрегатов;

- создание сообщения «Z1 – Канал свободен», адресатом которого является выбранная заявка;
- создание сообщения «K1 – Обработать заявку», адресатом которого является выбранный канал;
- создание сообщения «Д3 – Распределение выполнено», адресатом которого является сам диспетчер обслуживания.

В соответствии с принятой гипотезой о мгновенном принятии решения, все создаваемые сообщения имеют параметр задержки, равный нулю.

Получив сообщение «Д3 – Распределение выполнено», диспетчер переходит в состояние «Ожидание заявки». Перейдя в это состояние, диспетчер выполняет действие, которое формулируется следующим образом – «Проверить все имеющиеся в системе заявки, и если есть хотя бы одна, находящаяся в состоянии «Ожидание», с пустым атрибутом «Канал», создать сообщение «Д1 – Заявка поступила».

Необходимость проверки атрибута «Канал» у заявки и атрибута «Заявка» у канала обусловлена тем, что сообщения «Z1 – Канал свободен», «K1 – Обработать заявку» и «Д3 – Распределение выполнено», созданные диспетчером обслуживания, должны быть обработаны в один и тот же момент времени. А так как порядок обработки таких сообщений заранее неизвестен (считается произвольным), то необходимо исключить возможность повторного выбора на обслуживание одной и той же заявки и выбора одного и того же канала.

Отметим, что у сообщений «Д1 – Заявка поступила» и «Д2 – Канал свободен» могут быть два источника. В одном случае сообщение «Д1 – Заявка поступила» создает заявка, в другом – диспетчер обслуживания. Аналогично сообщение «Д2 – Канал свободен» в одном случае создает канал, в другом – сообщение данного типа может создать диспетчер обслуживания.

Класс «СМО»

Класс СМО единственный, агрегаты которого не имеют модели функционирования. Обусловлено это тем, что агрегаты всегда находятся в одном состоянии. Перечень атрибутов у агрегатов данного класса определяется необходимостью описания свойств, относящихся к системе в целом, а не к ее отдельным элементам. Например, в данной постановке задачи, агрегат класса «СМО» будет иметь свойства «Количество поступивших заявок», «Суммарное время ожидания всеми заявками» и другие.

Верификация модели

Рассмотрим только несколько верификационных правил, связанных с взаимодействием агрегатов и задаваемых в виде правил «Если – То».

Правило 1. Канал может обслуживать только одну заявку, а заявка может обслуживаться только одним каналом. При этом если канал находится в состоянии «Занят», то есть заявка, которая находится в состоянии «Обслуживание», и наоборот.

Формально данное правило может быть записано следующим образом:

«Для всех агрегатов классов «Каналы» и «Заявки».

Если $\langle \text{Канал } j \rangle . \langle \text{Статус} \rangle = [\text{Занят}]$, То $\langle \text{Канал } j \rangle . \langle \text{Статус} \rangle \neq [\text{Null}] \ \& \ \langle \text{Канал } j \rangle . \langle \text{Заявка} \rangle \neq [\text{Null}] \ \& \ \text{Если } \langle \text{Канал } j \rangle . \langle \text{Заявка} \rangle = [\text{Заявка } i]$, То $\langle \text{Заявка } i \rangle . \langle \text{Статус} \rangle = [\text{Обслуживание}] \ \& \ \langle \text{Заявка } i \rangle . \langle \text{Канал} \rangle = [\text{Канал } j]$ ».

Правило 2. В системе не может быть свободных каналов, если заявка ожидает обслуживания. При этом диспетчер обслуживания должен ожидать освобождения канала.

Формально правило может быть записано в виде:

«Для всех агрегатов класса «Заявки». Если $\langle \text{Заявка } i \rangle . \langle \text{Статус} \rangle = [\text{Ожидание}]$, То не существует $\langle \text{Канал } j \rangle . \langle \text{Статус} \rangle = [\text{Свободен}] \ \& \ \langle \text{Диспетчер обслуживания} \rangle . \langle \text{Статус} \rangle = [\text{Ожидание канала}]$ ».

В выражении $\langle \text{Канал } j \rangle . \langle \text{Статус} \rangle = [\text{Занят}]$ – на первом месте находится идентификатор агрегата, после разделителя – имя свойства, после знака равенства – значение данного свойства.

Модель однофазной многоканальной СМО с ограниченной очередью заявок и ограничением времени ожидания

В исходную постановку задачи вводятся два изменения. Первое, входной накопитель заявок имеет ограниченный объем. В нем может находиться не более $N_{\text{ож}}$ заявок. Если заявка поступает в момент времени, когда накопитель полон, то заявка получает отказ в обслуживании и покидает систему. Второе изменение. Время нахождения заявки в накопителе ограничивается величиной $t_{\text{ож_max}}$, представляющее собой случайную величину с известным законом распределения. Если время нахождения i -ой заявки в очереди достигло величины $t_{\text{ож_max}_i}$, то i -ая заявка получает отказ в обслуживании и покидает систему.

Модель данной системы будет отличаться от ранее рассмотренной только моделью функционирования агрегатов класса «Заявки», дополнением действия «Генератора заявок» и введением дополнительных свойств у агрегатов класса «СМО».

Класс «Генераторы заявок»

В действие генератора дополнительно включается одна операция – Определение у заявки возможного времени ожидания. Значение случайной величины $t_{\text{ож_max}}$ вычисляется на основе заданного закона распределения и датчика случайных чисел. В данном случае заявка создается с двумя параметрами – $t_{\text{обсл}}$ и $t_{\text{ож_max}}$.

Класс «Заявки»

Модель функционирования агрегатов класса «Заявки» незначительно усложнится и будет включать четыре состояния и три перехода (рис. 7).

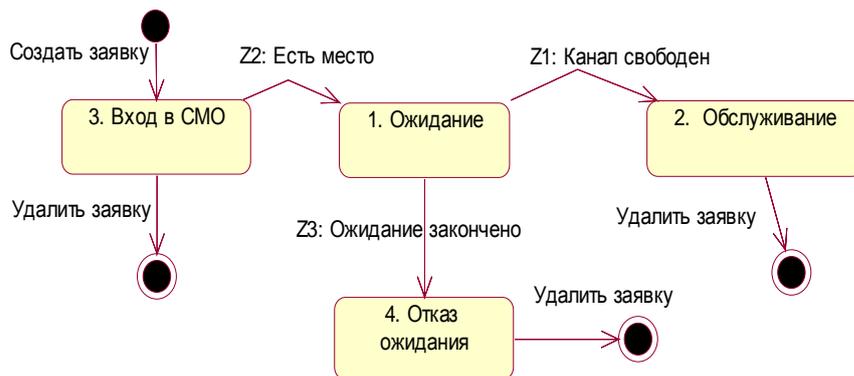


Рис. 7. Дополненная диаграмма переходов и состояний агрегатов класса «Заявки»

В отличие от предыдущего варианта, заявка после создания попадает в состояние «Вход в СМО». Действие, связанное с этим состоянием, включает следующие операции:

- проверку наличия места в накопителе;
- если место есть, то создается сообщение «Z2 – Есть место» с задержкой, равной нулю и увеличивается количество занятых мест в накопителе на единицу. Иначе заявка удаляется из системы. В случае необходимости определения вероятности отказа

в обслуживании по ветке «иначе» необходимо будет увеличить значение $N_{отк1}$ на единицу (см. рис. 1).

Получив сообщение «Z2 – Есть место», заявка перейдет в состояние «Ожидание». В данной модели действие, связанное с этим состоянием, будет содержать те же операции, что и в предыдущей модели и одну дополнительную. Эта операция связана с моделированием отказа в обслуживании при истечении срока ожидания. Операция заключается в создании сообщения «Z3 – Ожидание закончено» с параметром задержки, равным $t_{ож_max}$.

Если сообщение «Z3 – Ожидание закончено» поступит в момент, когда заявка будет находиться в состоянии «Ожидание», то она перейдет в состояние «Отказ ожидания». Иначе данное сообщение будет проигнорировано.

Перейдя в состояние «Отказ ожидания», заявка выполнит действие из одной операции: увеличение значения $N_{отк2}$ на единицу. После этого заявка будет удалена.

Модель однофазной многоканальной СМО с ожиданием и ненадежными каналами

Дополнительно ко второй постановке задачи вводится допущение, что в некоторые моменты времени могут происходить отказы каналов. Отказавший канал может быть отремонтирован за некоторое время $t_{рем}$ и переведен в состояние готовности к обслуживанию. Время ремонта канала $t_{рем}$ представляет собой случайную величину с заданным законом распределения. Время работы канала до отказа $t_{отказ}$ также представляет собой случайную величину с заданным законом распределения. Будем предполагать, что отказ может произойти в любом состоянии канала, а время обслуживания заявки при отказе канала увеличивается на время его ремонта.

Модель данной системы будет отличаться от ранее рассмотренных только моделью функционирования агрегатов класса «Каналы».

Класс «Каналы»

Модель функционирования в данном случае будет включать три состояния и шесть переходов (рис. 8).

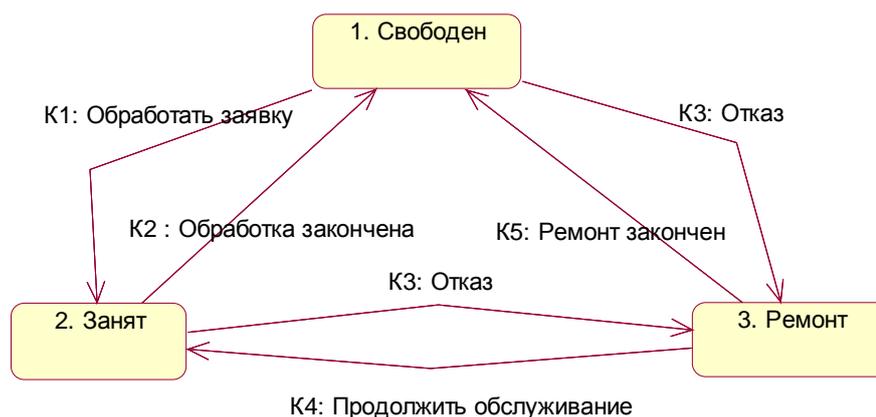


Рис. 8. Диаграмма переходов и состояний для ненадежных агрегатов класса «Каналы»

При создании канала вычисляется время его работы до первого отказа $t_{отказ}$ и создается сообщение «K3 – Отказ» с задержкой, равной $t_{отказ}$. Получив данное сообщение, канал переходит в состояние «Ремонт». Действие, связанное с данным состоянием, включает следующие операции:

– определение времени ремонта $t_{рем}$ на основе заданного закона распределения данной величины;

– в случае, если канал обслуживал заявку ($\langle \text{Канал } j \rangle \cdot \langle \text{Заявка} \rangle \neq [\text{Null}]$). Определяется новое время окончания обслуживания заявки и изменяется значение задержки у ранее созданного сообщения «К2 – Обработка закончена». Создается сообщение «К4 – Продолжить обслуживание» с задержкой, равной $t_{\text{рем}}$.

– в случае, если канал был свободен, создается сообщение «К5 – Ремонт закончен» с задержкой, равной $t_{\text{рем}}$.

Выводы

На основе представленной методики достаточно просто могут быть построены имитационные модели не только систем массового обслуживания различных видов, но и модели других сложных систем.

Литература

1. **Хлопяк В. Г.** Развитие теории агрегативных систем – каноническая форма имитационной модели. Материалы конференции ИММОД-2005. СПб.: ФГУП ЦНИИТС, 2005.
2. **Бусленко Н. П.** Моделирование сложных систем. М.: Наука, 1968 г.