

СТАТИСТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДЕТЕКТОРА НЕСТАЦИОНАРНЫХ СОСТОЯНИЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ**Г. А. Семёнов (Барнаул)**

В ходе эволюции открытой динамической системы определённым параметрам соответствует режим перемежаемости, являющийся одним из сценариев перехода открытой динамической системы из упорядоченного состояния в хаотическое и обратно. Режим перемежаемости является надёжным способом детектирования детерминированного хаоса [1], в графическом отображении представляет собой чередование хаотического и периодического сигналов. Таким образом, генерируется временной ряд (порождённый системой сигнал), содержащий в себе чередование стационарных и нестационарных фрагментов.

Детектировать начало режима перемежаемости можно, решив задачу обнаружения в сигнале ограниченного во времени хаотического участка. В случаях, когда регулярные фрагменты сигнала зашумлены, длительность хаотических фрагментов значительно меньше длительности всего сигнала, частота появления хаотических фрагментов мала, их обнаружение становится весьма затруднительным. Анализ всего сигнала при этом зачастую не позволяет выявить присутствие в нём нестационарной составляющей, соответствующей проявлению режима перемежаемости.

Решить возникающую проблему удалось с помощью разделения исследуемого сигнала на участки и их последовательного анализа. Надёжным статистическим параметром, позволяющим отличить хаотический сигнал от регулярного, является эксцесс – относительное значение четвёртого центрального момента. Четвёртый центральный момент μ_4 – величина, характеризующая протяжённость распределения сигнала,

$$\mu_4 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \bar{x})^4 p(x) dx, \quad (1)$$

где $\bar{x}$ – математическое ожидание некоторой величины $x = x(t)$; $p(x)$ – её функция распределения. Для дискретно заданного x массивом величиной N соотношение (1) переходит в выражение для оценки четвёртого центрального момента $\tilde{\mu}_4$:

$$\tilde{\mu}_4 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^4. \quad (2)$$

Значение эксцесса распределения сигнала задаётся как отношение четвёртого центрального момента распределения сигнала к квадрату второго центрального момента (дисперсии):

$$\varepsilon = \frac{\mu_4}{D^2}, \quad (3)$$

здесь ε – эксцесс распределения; D – дисперсия. В случае, когда сигнал представляет собой белый шум, то есть, распределён по закону Гаусса:

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-x^2}, \quad (4)$$

эксцесс $\varepsilon = 3$ [2]. Данный факт и лёг в основу создания настоящей модели: участки сигнала, эксцесс которых заметно приближается к значению эксцесса гауссовского белого шума, являются предполагаемыми фрагментами локализации режима перемежаемости. Предполагалось, что хаотический фрагмент сигнала, входящий в соответствующую

щий режиму перемежаемости участок, обладает статистическими свойствами, идентичными гауссовскому белому шуму.

В рамках второй созданной модели регистрация нестационарных состояний осуществляется по следующей схеме:

1. Формирование временного окна d – размера подмассивов сигнала, для которых будет вычислен контрольный параметр (d выбирается на основе гипотезы о длительности нестационарного фрагмента по отношению ко всему исследуемому сигналу).
2. Вычисление контрольного параметра для $(n-1)$ сдвигов временного окна с шагом $\Delta = d/k$ (значение величины k определяется требованиями точности).
3. Анализ полученного массива значений контрольных параметров для n подмассивов исследуемого сигнала.
4. Вывод о наличии нестационарной составляющей в рассмотренных участках исследуемого сигнала на основе результата проверки условия, определяемого критерием алгоритма поиска.

Контрольным параметром здесь является дисперсия автокорреляционных функций подмассивов исследуемого сигнала: в случае наличия хаотической составляющей дисперсия будет существенно ниже дисперсии массива сигнала, соответствующего периодическому сигналу. Поиск проводится следующим образом:

После подсчёта дисперсий D_i автокорреляционных функций подмассивов сигнала производится вычисление их наиболее вероятного значения D_{HB} , затем находится значение дисперсии $D(D_i)$. Заключительный шаг – проверка условия:

$$D_i < D_{HB} - 1,5\sqrt{D(D_i)}, \quad (5)$$

в случае положительного результата для некоторого D_k делается вывод о локализации в k -ом подмассиве сигнала режима перемежаемости.

Данные модели детекторов скрытых нестационарных состояний динамической системы были созданы в среде визуального программирования LabVIEW. Вычисление автокорреляционных функций производилось при помощи встроенного виртуального прибора “AutoCorrelation”, создание массива D_i и проверка условия – в окружениях циклов “For Loop” и “While Loop”. Также использовались встроенные функции “Mode”, “Standard Deviation and Variance”, “Greater?”, “Multiply”, “Divide”. Для визуального наблюдения за изменениями сигналов, корреляционных функций, массивов значений максимумов корреляционных функций использовался виртуальный прибор “Waveform Graph”.

Для апробации моделей на основе встроенных виртуальных приборов “Gaussian White Noise” и “Sine Wave” при помощи функции “Insert Into Array” был создан генератор зашумлённого периодического сигнала с вкраплёнными в него короткими гауссовскими шумовыми фрагментами. При тестировании созданных детекторов на данном генераторе был получен положительный результат, вследствие чего был сделан вывод о их применимости к реальным физическим системам.

Кроме того, детекторы были успешно применены к генератору решений системы Лоренца-Хакена [3]:

$$\begin{cases} \frac{dE}{d\tau} = \kappa \cdot (P - E) \\ \frac{dP}{d\tau} = \gamma_{\perp} (nE - P) \\ \frac{dn}{d\tau} = \gamma_{\parallel} (A - n - EP) \end{cases}, \quad (6)$$

созданного на основе встроенного виртуального прибора “Lorenz Attractor” пакета LabVIEW. Здесь E – амплитуда электрического поля волны, P – амплитуда поляризации активной среды, n – разность населённости рабочих уровней (инверсия), τ – время, $\gamma_{\parallel}$ – скорость релаксации разностей населённости, $\gamma_{\perp}$ – скорость релаксации поляризации, A – параметр накачки (отношение ненасыщенной инверсии к её пороговому значению), $\kappa = \frac{1}{2T_C}$, T_C – время жизни фотона в резонаторе.

Модель, описываемая системой уравнений (6), соответствует одномодовому лазеру бегущей волны с двухуровневой активной средой, в которой реализуется однородное уширение спектральных линий излучения.

Выбор математической модели динамической системы обусловлен тем, что она удовлетворительно описывает большое количество различных физических процессов, например, процесс образования ячеек Бенара [4]. Это позволило выявить класс задач, для которых описанные детекторы являются применимыми.

Таким образом, были созданы и протестированы модели детекторов скрытых нестационарных состояний открытой динамической системы. На основе полученных результатов был сделан вывод о возможности детектирования в рамках данных методов детерминированного хаоса с помощью обнаружения режима перемежаемости.

Литература

1. **Климонтович Ю. Л.** Введение в физику открытых систем / М.: Янус-К. 2002.
2. **Новицкий П. В.** Оценка погрешностей результатов измерений / И. А. Зограф, П. В. Новицкий. Л.: Энергоатомиздат. 1991. 304 с.
3. **Ханин Я. И.** Основы динамики лазеров / Я. И. Ханин. М.: Наука. Физматлит. 1999. 368 с.
4. **Хакен Г.** Лазерная светодинамика / М.: Мир. 1988.