

ИССЛЕДОВАНИЕ НЕЭКСПОНЕНЦИАЛЬНЫХ МОДЕЛЕЙ СЕТЕЙ ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ

Нгуен Дык Тай (Санкт-Петербург)

Задача проектирования и исследования сетей передачи данных (СПД) в подавляющем большинстве решается с использованием в качестве моделей СПД сетей массового обслуживания (СеМО), в которых узлы, представляющие собой системы массового обслуживания (СМО), отображают задержки при передаче пакетов по каналам связи. Модель СПД называется «экспоненциальной», если процессы поступления пакетов в каналы связи (КС) и время их передачи по КС описываются случайными величинами, законы распределения которых близки к экспоненциальному. Если хотя бы одна из случайных величин распределена по закону, отличному от экспоненциального, то соответствующую модель СПД будем называть «неэкспоненциальной». В этом случае в качестве модели СПД используется неэкспоненциальная разомкнутая СеМО.

В [1] описан программный комплекс для проектирования СПД с учетом особенностей реальных сетей. К числу таких особенностей относятся неоднородность трафика, многообразие топологий, алгоритм маршрутизации, вариант размещения прикладных программ и наборов данных по узлам сети, способ взаимодействия пользователей сети и т.д. Аналитическая модель СПД строится в виде разомкнутой экспоненциальной СеМО (РЭСеМО) для любой топологии сети. Задача оптимизации пропускных способностей каналов связи в СПД с использованием модели в виде РЭСеМО с однородным потоком заявок, решена аналитически на основе метода множителей Лагранжа в [2]. В [1] на основе аналитической модели программно реализована задача определения пропускных способностей каналов связи в распределенных СПД при ограничениях на время доставки пакетов или на стоимость сети с учетом особенностей СПД. Программа позволяет рассчитать характеристики СПД, такие как пропускные способности каналов связи, время задержки пакетов при передаче по каждому каналу и в сети в целом, а также загрузку каждого канала. Кроме того, рассчитываются интенсивности потоков пакетов в каналах связи и вероятности передачи пакетов от пользователей в сеть, между каналами и из сети к пользователям. На основе рассчитанных вероятностей передачи пакетов и характеристик каналов программа генерирует соответствующую имитационную модель канала связи и СПД на языке GPSS World [3], позволяющую исследовать влияние характера случайных процессов трафика в канале связи и в СПД и длительности передачи пакетов в каналах связи на характеристики функционирования спроектированной СПД путем варьирования законов распределения времени передачи пакетов в каждом из каналов связи, а также законов распределения интервалов времени между поступающими в сеть (в канал) пакетами.

Исследование СПД с использованием неэкспоненциальных моделей заключается в анализе характеристик функционирования сети при различных законах распределений длин пакетов и интервалов между моментами их поступления в канал и в сеть. В качестве таких законов в работе использовались следующие распределения: детерминированный; гипоекспоненциальный разного порядка и, соответственно, с разными коэффициентами вариации; равномерный; экспоненциальный с ненулевыми смещениями (с коэффициентами вариации меньше 1); гиперэкспоненциальный (с коэффициентами вариации больше 1); гамма-распределение. Кроме того, исследование СПД заключается в изучении влияния третьего момента интервалов времени между пакетами на временные характеристики канала связи.

Исследование временных характеристик канала связи с использованием средства генерирования неэкспоненциальных моделей

В [1] был разработано средство исследования временных характеристик канала связи путем генерированием его модели в виде СМО типа G/G/1. Программное средство позволяет автоматически генерировать имитационную модель для канала связи на языке GPSS World с возможностью изменения загрузки канала и варьирования законов распределения интервалов времени между пакетами и времени передачи пакетов по каналу и вызывает внешний модуль GPSSW.exe для запуска имитационной модели. После окончания процесса моделирования в GPSS World программа собирает результаты из соответствующего файла отчета и отображает таблицу сравнения результатов характеристик каналов на основе аналитического метода с использованием приближенных формул расчета времени ожидания и коэффициента вариации исходящего потока из системы G/G/1 и имитационного метода с использованием неэкспоненциальной СМО (рис. 1). При этом используется приближенная формула расчета времени ожидания СМО G/G/1, предложенная в [4], а для расчета коэффициента вариации исходящего потока – в [5]. Данное средство дает не только результаты временных характеристик канала связи, но и оценку погрешности аналитических методов расчета характеристик канала связи.



Рис. 1. Результаты сравнительного анализа имитационного и аналитического моделирования

Исследование влияния третьего момента интервалов времени между пакетами на характеристики канала связи

Ниже представлены результаты, показывающие влияние третьего момента гиперэкспоненциального (с коэффициентом вариации больше 1) и гипоекспоненциального (с коэффициентом вариации меньше 1) распределения поступающего потока на характеристики канала связи. Пусть математическое ожидание интервалов времени между поступающими заявками, распределенных по закону с коэффициентом вариации больше 1, равно единице. Аппроксимацию такого распределения гиперэкспоненциальным распределением выполним по двум моментам [6]. Случайная величина формируется из двух экспоненциальных распределений, причем с вероятностью q значение случайной величины выбирается из первого распределения с математическим ожиданием t_1 и с

вероятностью $(1-q)$ – из второго распределения с математическим ожиданием t_2 . Для гиперэкспоненциального распределения третий (начальный) момент вычисляется по следующей формуле:

$$\alpha^{(3)} = \frac{q}{t_1} \int_0^{\infty} x^3 e^{-\frac{x}{t_1}} dx + \frac{1-q}{t_2} \int_0^{\infty} x^3 e^{-\frac{x}{t_2}} dx = 6[qt_1^3 + (1-q)t_2^3]$$

На рис. 2 показаны графики зависимостей времени ожидания систем $H_2/M/1$, $H_2/D/1$, $H_2/\Gamma_2/1$, (где Γ_2 – гамма-распределение с коэффициентом вариации 2) от третьего момента гиперэкспоненциального потока для загрузки 0.5 и 0.9 соответственно. Как видно из рис. 2, чем больше значения третьего момента, тем меньше время ожидания в системе. Однако, когда загрузка равна 0.5, время ожидания разных систем резко падает вниз при незначительном изменении третьего момента в начале (когда значения третьего момента меньше 100) и почти не изменяется, когда эти значения больше 100. Для случая, когда загрузка равна 0.9, время ожидания систем более «линейно» зависит от третьего момента. Для всех случаев время ожидания сильно зависит от третьего момента и дает большое различие (больше 100% при загрузке 0.5).

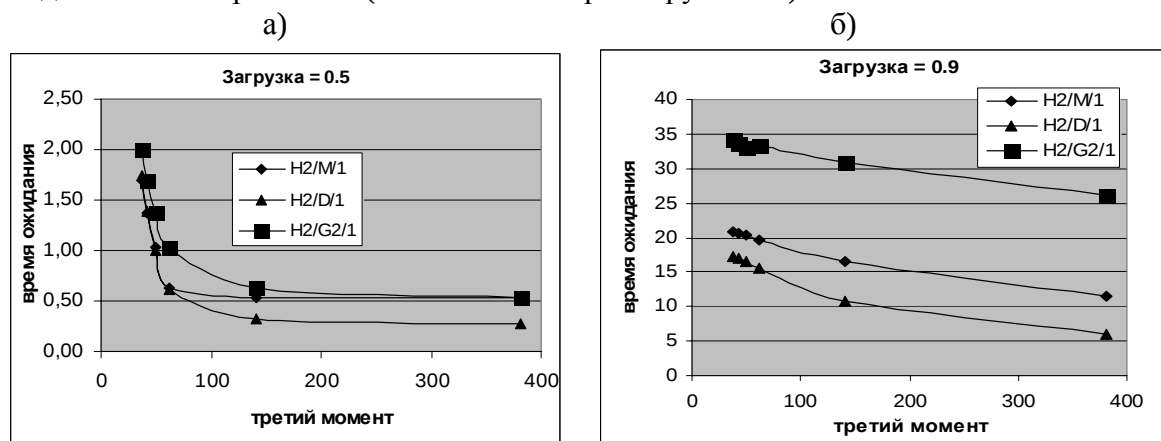


Рис. 2. Зависимости времени ожидания системы $H_2/G/1$ от третьего момента гиперэкспоненциального потока при загрузках 0.5 (а) и 0.9 (б)

Рассмотрим такую же задачу с гипоекспоненциальным потоком. Аппроксимацию гипоекспоненциальным распределением выполним по двум моментам [6]. Предположим, что аппроксимирующее гипоекспоненциальное распределение k -го порядка содержит только два типа экспоненциальных фаз: k_1 фаз с параметром $\alpha_1 = 1/t_1$ и $k_2 = k - k_1$ фаз с параметром $\alpha_2 = 1/t_2$, где t_1 и t_2 – математические ожидания экспоненциально распределенных случайных величин в фазах первого и второго типов соответственно. Условия для такой аппроксимации формулируются следующим образом: $k_2 \leq 1/v^2 \leq k$, где v – коэффициент вариации гипоекспоненциального распределения ($0 < v < 1$).

Исследование влияния третьего момента закона распределения поступающего в систему $E_x/G/1$ потока на время ожидания дает результаты, показанные на рис. 3. На графиках показаны влияния третьего момента гипоекспоненциального поступающего потока с разными коэффициентами вариации на относительную погрешность между максимальным и минимальным значениями времени ожидания нескольких систем при $k = 50$. Максимальное время ожидания получается при минимальном значении третьего момента (когда $k_1 = \lceil 1/v^2 \rceil$), а минимальное время ожидания – при максимальном значении третьего момента (когда $k_1 = 1$). Для случаев, когда коэффициенты вариации равны

0.8 и 0.9 (когда $|1/\nu^2| = 1$) эта относительная погрешность незначительна (в большинстве случаев она меньше 5%), при этом третий момент достигает минимального значения при $k = |1/\nu^2| + 1$ (однако это тоже не приводит к сильному изменению). Как видно из рис. 3, время ожидания зависит не только от загрузки и закона распределения времени обслуживания в системе, но и от третьего момента гипотенциального распределения поступающего потока. Для случаев $k_1 > 1$ значения третьего момента меньше максимальных значений (при $k_1 = 1$) и стремятся к минимальному значению. Это означает, что временные характеристики передачи пакетов практически не уменьшаются, следовательно, нет необходимости учитывать третьи моменты.

а)

б)

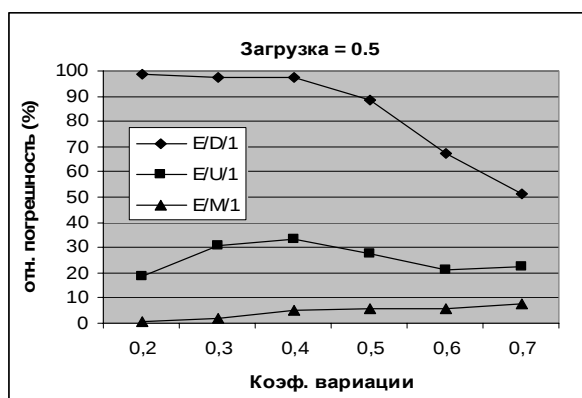
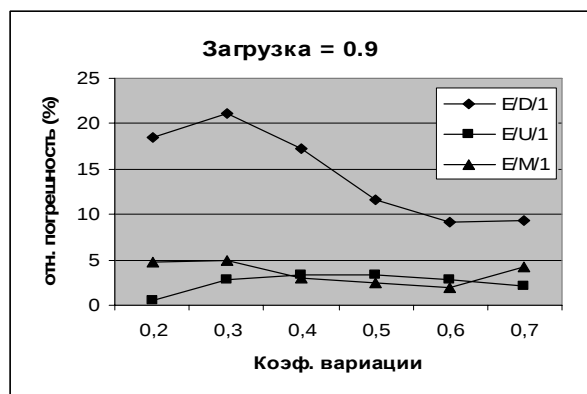


Рис. 3. Влияние третьего момента закона распределения поступающего в систему $E_x/G/1$ потока на время ожидания при загрузках 0.5 (а) и 0.9 (б)

Исследование неэкспоненциальной СПД

Имитационная модель СПД на языке GPSS World генерируется автоматически на основе расчета характеристик ана-

литической модели в виде экспоненциальной РСМО. Полученные характеристики аналитической модели используются в качестве параметров имитационной модели СПД, представляющей собой РСМО, узлы которой соответствуют каналам связи, а заявки – пакетам в СПД. Число источников заявок в имитационной модели равно числу узлов в СПД, при этом интенсивности поступления заявок в модели определяются как внешние интенсивности пакетов от пользователей к узлам СПД соответственно. На рис. 4 показан интерфейс автоматического создания моделей СПД на языке GPSS World.



Построение имитационной модели на языке GPSS World

Список законов распределения:		Закон распределения интервалов между пакетами от пользователей:			Закон распределения времени обслуживания в каналах связи:		
Номер	Название закона	От узла	Закон	Коеф. вариации	Канал связи	Закон	Коеф. вариации
1	Экспоненциальный	1	2	0.57735	(1,2)	1	1.00000
2	Равномерный	2	3	0.00000	(2,1)	5	2.00000
3	Детерминированный	3	4	0.50000	(1,3)	6	0.50000
4	Эрланга	4	5	2.00000	(3,1)	7	2.00000
5	Гиперэкспоненциальный	5	1	1.00000	(2,5)	1	1.00000
6	Экспоненциальный со смещением				(5,2)	2	0.57735
7	Гамма				(3,4)	3	0.00000
					(4,3)	4	0.50000
					(4,5)	5	2.00000
					(5,4)	4	0.7

Количество транзактов в модели GPSS World: 1000000

Cancel OK

Рис. 4. Автоматическое создание имитационной модели СПД на языке GPSS World

Отметим, что имитационная модель СПД предназначена для детального анализа характеристик функционирования сети, спроектированной в процессе аналитического моделирования. При этом, в случае отличия реального характера процессов поступления пакетов в сеть или передачи пакетов по каналам связи от экспоненциального, в имитационной модели предусмотрена возможность варьирования законов распределений времени передачи пакетов в каждом из каналов связи и законов распределения интервалов времени между поступающими в сеть пакетами.

Результаты анализа характеристик неэкспоненциальных СПД

Детальный анализ экспериментальных результатов позволяет сделать следующие выводы. Когда все коэффициенты вариации распределения потоков и времени передачи пакетов в каналах увеличиваются до единицы, все временные характеристики неэкспоненциальной сети стремятся к временным характеристикам экспоненциальной сети, т.е. можно говорить, что в данном случае экспоненциальная сеть рассматривается как верхний предел. Когда значения коэффициентов вариации разных распределений совпадают, характеристики сети почти совпадают. При больших значениях коэффициентов вариации интервалов времени между поступающими в сеть пакетами и времени их передачи по каналам связи необходимо учитывать более высокие моменты распределений, в частности третий момент, которые обуславливают значительное различие времени доставки пакетов в СПД.

Заключение

Генерируемые автоматически имитационные модели на языке GPSS World позволяют проводить детальное исследование характеристик функционирования канала связи и спроектированной СПД с учетом второго и третьего моментов разных распределений потоков и времени передачи пакетов по каналам.

Исследование канала связи и СПД с использованием неэкспоненциальных моделей выполнено путем варьирования законов распределений времени передачи пакетов в каждом из каналов связи, интервалов времени между поступающими в сеть пакетами и коэффициентов вариации этих распределений. Выявленные в ходе экспериментальных исследований неэкспоненциальных СПД свойства и закономерности, присущие протекающим в них процессам, позволили сформулировать рекомендации для проектирования СПД такого класса.

Литература

1. **Алиев Т. И., Нгуен Дык Тай.** Программный комплекс аналитического и имитационного моделирования сетей передачи данных. // Сборник докладов всероссийской научно-практической конференции по имитационному моделированию и его применению в науке и промышленности «Имитационное моделирование. Теория и практика» (ИММОД-2007). СПб., 2007. С. 11–16.
2. **Клейнрок Л.** Вычислительные системы с очередями. М.: Мир, 1979. 598 с.
3. **Боев В. Д.** Моделирование систем. Инструментальные средства GPSS World: Учебное пособие. СПб.: БХВ-Петербург, 2004. 368 с.
4. **Kramer W., Langenbach-Belz M.** Approximate formulae for the delay in the queuing system GI/G/1//Congressbook, 8th Intranet. Teletraffic Congress, Melbourne (1976).
5. **Marshall K. T.** Some inequalities in queueing//Oper. Res. 1968. Vol. 16. P. 651–655.
6. **Алиев Т. И.** Основы моделирования дискретных систем. СПб.: СПбГУ ИТМО, 2009. 363 с.