ДИНАМИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ С РЕСУРСНЫМИ ПОТОКАМИ НА ОСНОВЕ ПРИМЕНЕНИЯ СИСТЕМНОЙ ДИНАМИКИ И МЕТОДОВ ОПТИМИЗАЦИИ

К. О. Боченина, А. В. Духанов (Владимир)

В современных условиях, характеризующихся непостоянностью и частыми изменениями, актуально применение инновационных методов управления. В частности, становится возможным прогнозировать результаты принимаемых решений. Для этого требуется построить компьютерную модель, которая будет имитировать процессы движения ресурсных потоков. Одним из важнейших преимуществ этого метода является то, что можно оценить последствия того или иного принятого решения с помощью компьютерной модели, а не сразу на реальном объекте, что позволяет принимать более рациональные решения.

Кроме того, с помощью имитационной модели возможно осуществлять выбор управленческого решения с помощью существующих методов оптимизации, то есть решать задачу оптимального управления.

Деятельность любого предприятия можно описать в системе нотаций, соответствующей принципам системной динамики. Когда такое описание сделано, дальнейшая компьютерная имитация происходит по одним и тем же принципам независимо от специфики работы предприятия. Поэтому становится возможным разработка не просто единичной модели, имитирующей процесс работы конкретной фирмы, а системы имитационного моделирования, которая может быть применена неоднократно.

Предметная область, рассматриваемая в рамках данной работы, – множество *сложных динамических систем с дискретным временем*, *имеющих обратные связи*. В общем случае динамическая система представляет собой любой объект или процесс, для которого однозначно определено понятие <u>состояния</u> как совокупности некоторых величин в заданный момент времени и задан закон, который описывает изменение (эволюцию) начального состояния с течением времени (<u>закон эволюции</u>). Реальным физическим системам, которые моделируются математическим понятием «динамическая система», присуще важное свойство *детерминированности*: зная состояние системы в начальный момент времени и закон эволюции, мы сможем однозначно определить дальнейшее поведение системы. Отметим, что понятие сложности системы включает в себя два аспекта – структурную (компоненты системы связаны между собой трудным для непосредственного восприятия образом) и поведенческую (наличие у системы сменяющих друг друга во времени состояний) сложность.

Целью работы стала разработка концепции построения <u>системы</u> имитационного моделирования ресурсных потоков с возможностью поиска оптимального управления (в качестве исходных данных для работы системы используется формализованное описание объекта моделирования, сделанное в системе нотаций, соответствующей принципам системной динамики). Поэтому для построения системы имитационного моделирования требовалось в первую очередь разработать такую систему нотаций.

В соответствии с базовым принципом системной динамики – *принципом фондовых потоков* – было выделено четыре типа параметров модели:

1. Уровень (фонд, накопитель);
2. Темп (поток);
3. Константа;
4. Конвертор – параметры этого типа применяются для определения переменных темпов, вводятся для более простого представления системы.

Эволюционный процесс системы (закон эволюции) задается в форме дискретного отображения $f : X \to X$ фазового пространства X динамической системы на себя, а именно в виде набора простых итерационных формул вида $x(t+1) = f(x(t))$.

При таком способе представления на каждой итерации точка, изображающая вектор фазовых координат, будет совершать прыжки в фазовом пространстве. Фазовый портрет системы с дискретным временем приведен на рис. 1 ($x = (x_0, x_1, ..., x_n)$ – вектор фазовых координат, $T : \{t_0, t_1, ..., t_m\}$ – моменты времени).

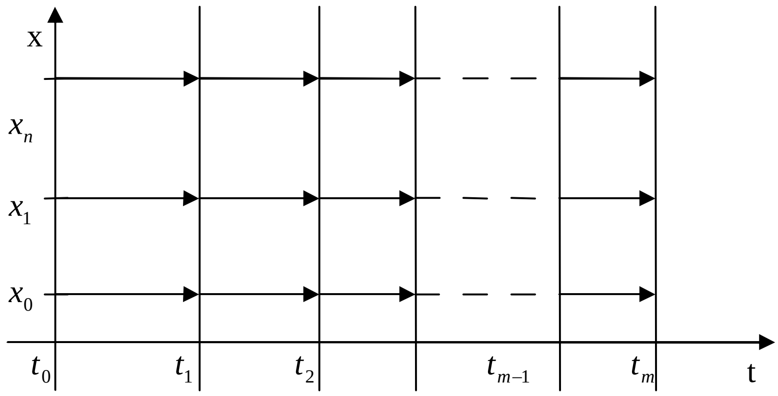

Рис. 1. Фазовый портрет системы с дискретным временем

Применительно к принятой системе нотаций закон эволюции представляет собой набор уравнений потоков:

$$Fond_t = Fond_{t-1} + dt \cdot Temp_+ - dt \cdot Temp_- \quad (1)$$

где $Fond_t$ – значение уровня в момент времени *t*, $Fond_{t-1}$ – значение уровня в предыдущий момент времени, $Temp_+$ – наполняющие уровень потоки, $Temp_-$ – исчерпывающие уровень потоки.

Необходимо заметить, что формальное описание конкретного объекта моделирования должно выполняться специалистом по его предметной области. От того, насколько удачно будут выбраны параметры, характеризующие объект, и насколько верно будут отражены связи между ними (внутренняя структура объекта), зависит как точность прогноза, так и результат оптимизации.

После того, как было проведено формальное описание параметров реального объекта и связей между ними, требуется определить порядок вычисления переменных на каждом шаге модели. При проведении расчетов в течение каждого шага моделирования в первую очередь рассчитываются значения фондов на основании потоков в темпах. Для упорядочивания вычислений конверторов и темпов строится матрица зависимостей переменных друг от друга, а затем по специальной методике определяется порядок вычислений.

Итак, в качестве исходных данных для работы системы моделирования выступают:

- упорядоченные выражения зависимости переменных друг от друга;
- начальные значения переменных уровней;
- значения констант;
- число шагов моделирования (итераций).

После задания исходных данных мы можем рассчитать значения параметров, характеризующих систему, в течение заданного периода времени.

Перейдем ко второй задаче, поставленной в рамках данной работы, – разработке методики поиска оптимального управления системой. В качестве метода решения поставленной задачи предлагается использование схемы Беллмана, модифицированной с помощью генетического алгоритма. Выбор обоснован следующими причинами:

1. Аналитический метод решения неприменим потому, что в разработанной системе нотаций динамической модели процесс перехода модели от состояния к состоянию описывается не функциональными зависимостями, а набором алгоритмов. Кроме того, целевая функция может иметь достаточно сложный вид;

2. Часто наилучшее управление принимает крайние значения. Метод динамического программирования позволяет находить оптимальное управление, находящееся на границе допустимой области значений;

3. Рекуррентная формула Беллмана удобна для программирования;

4. При увеличении размерности векторов состояний и управляющих параметров перебор всех возможных значений вектора состояния и вычисление для этих значений целевой функции превращаются в трудную и занимающую много времени задачу. Поэтому гораздо выгоднее использовать для поиска оптимального решения эвристические алгоритмы.

При постановке задачи динамического программирования формулируется некоторый критерий, подлежащий удовлетворению, рассматриваемый процесс разбивается на стадии во времени, на каждой стадии принимается решение, при котором достигается поставленная цель. На рис. 2 изображен многостадийный процесс ($y_\nu, \nu = \overline{1, m}$ – вектор входных параметров на стадии ν; $u_\nu, \nu = \overline{1, m}$ – вектор управляющих воздействий на стадии ν; m – число стадий).

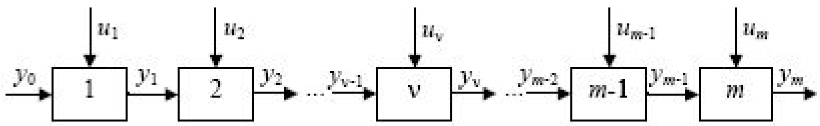

Рис. 2. Многостадийный процесс

В рассматриваемой задаче стадия – это один шаг моделирования.

Состояние системы на стадии процесса под номером ν характеризуется совокупностью переменных $y_\nu = \{y_\nu^1, y_\nu^2, ..., y_\nu^k\}$, где k – число переменных состояния. В нашем случае переменные состояния – это переменные уровней. Совокупность значений переменных уровней однозначно описывает состояние системы на любой стадии процесса.

Кроме переменных состояния, выбирается также группа управляющих параметров (контролируемых факторов) $u_\nu = \{u_\nu^1, y_\nu^2, ..., u_\nu^l\}$, где l – число управляющих параметров. Вектор их значений называется *управлением*. В нашем случае контролируемые факторы выбираются пользователем из числа переменных-констант.

На контролируемые факторы и переменные состояния могут быть наложены ограничения в виде неравенств.

Переход от стадии к стадии описывается функциональными зависимостями. В нашем случае роль этих зависимостей играет сама имитационная модель, которая позволяет рассчитать значения параметров за заданное число шагов моделирования. Она связывает переменные состояния стадии ν y_ν с переменными состояния $y_{\nu-1}$ предыдущей стадии $\nu-1$ и с выбранным управлением u_ν.

В качестве критерия оптимальности пользователем выбирается параметр-критерий, который требуется максимизировать (например, суммарный доход за период) или минимизировать. В качестве параметра-критерия будет выступать одна из переменных типа уровней (в таком случае целевая функция будет обладать необходимым свойством аддитивности).

Поиск оптимальных управлений на каждом шаге попятной процедуры метода Беллмана производится с помощью генетического алгоритма. В качестве *фенотипа* рассматриваются векторы возможных решений задачи оптимизации, то есть набор параметров $(u_1,...,u_l)$, где l – число управляющих параметров. *Генотип* (информация об объекте на уровне хромосомного набора) будет представлять собой некоторый код, поставленный в соответствие решению задачи. В нашем случае генотип будет представлять собой битовую строку. При этом каждому атрибуту объекта в фенотипе (то есть каждому из параметров) будет соответствовать один *ген* в генотипе объекта. Под геном понимается битовая строка фиксированной длины, которая представляет собой значение этого признака. Переход от фенотипа к генотипу осуществляется с помощью кода Грея.

Работа генетического алгоритма начинается со сгенерированного случайным образом набора хромосом, который называется *популяцией*. Для каждой особи в популяции (для каждого вектора управляющих параметров) нужно вычислить *функцию приспособленности* f. В роли функции приспособленности в нашем случае целесообразно взять целевую функцию, то есть значение параметра-критерия.

Следующим шагом в работе алгоритма должен стать выбор родителей. Каждая выбранная пара родителей породит потом одну особь новой популяции. При выборе применяется пропорционально-вероятностный метод отбора (или метод рулетки). После отбора родителей полученная популяция случайным образом делится на $N/2$ пар и к каждой из этих пар с вероятностью кроссинговера P_k применяют оператор кроссинговера. В данной работе применялся одноточечный кроссинговер (бинарная рекомбинация).

Приведем общий алгоритм поиска оптимального управления.

I. Попятная процедура схемы Беллмана (производится m раз, m – число шагов моделирования):

1. Случайным образом генерируется начальная популяция управлений $u_1,...,u_N$ на данном шаге. Размер популяции N задается пользователем;
2. Для каждого управления из начальной популяции для всех возможных значений переменной состояния y_{m-1} рассчитываются соответствующие значения целевой функции $Q_m(y_{m-1},u_m)$;
3. Для каждого управления находим условно оптимальное решение как минимум (максимум) целевой функции;
4. Для каждого управления, используя полученное значение, определяем вероятность попадания управления в новую популяцию;
5. N раз проводим операцию выбора родителей, кроссовера, мутации;
6. Повторяем шаги 2–4, пока не будет выполнен критерий останова генетического алгоритма.

Для каждого возможного состояния сохраняем значение условно оптимального управления и соответствующее значение целевой функции. После выполнения попятной процедуры получаем зависимости оптимальных управлений от любого возможного входа первой стадии, которые отражены в таблице.

II. Прямая процедура схемы Беллмана:

1. Находим состояние входа первой стадии в соответствии с минимальным (максимальным) значением функции $Q_k^1, k = \overline{1, n}$, n – число состояний;
2. Находим оптимальные управления на всех стадиях процесса.

Структура данных о состояниях на всех шагах в схеме Беллмана

Номер состояния	**Номер шага**					
	1	...	i	$i+1$	...	m
0	$Q_0^1, u_{опт0}^1$	...	$Q_0^i, u_{опт0}^i$	$Q_0^{i+1}, u_{опт0}^{i+1}$	...	$Q_0^m, u_{опт0}^m$
1	$Q_1^1, u_{опт1}^1$	...	$Q_1^i, u_{опт1}^i$	$Q_1^{i+1}, u_{опт1}^{i+1}$	...	$Q_1^m, u_{опт1}^m$
...	...	...	...	...	...	...
k	$Q_k^1, u_{оптk}^1$	...	$Q_k^i, u_{оптk}^i$	$Q_k^{i+1}, u_{оптk}^{i+1}$	...	$Q_k^m, u_{оптk}^m$
$k+1$	$Q_{k+1}^1, u_{оптk+1}^1$	...	$Q_{k+1}^i, u_{оптk+1}^i$	$Q_{k+1}^{i+1}, u_{оптk+1}^{i+1}$	...	$Q_{k+1}^m, u_{оптk+1}^m$
...	...	...	...	...	...	...
n	$Q_n^1, u_{оптn}^1$	...	$Q_n^i, u_{оптn}^i$	$Q_n^{i+1}, u_{оптn}^{i+1}$	...	$Q_n^m, u_{оптn}^m$

Апробация методики проводилась на примере задачи распределения ресурсов. Была составлена модель работы некоторого предприятия, выпускающего три вида продукции в течение трех лет. Эта модель была переведена в разработанную систему нотаций. Затем был проведен ряд экспериментов с ручным распределением средств и один эксперимент, когда распределение средств выполнялось автоматически с помощью разработанной программы. Результаты этих экспериментов показали, что эффективность в случае применения методики выше, чем в любом из экспериментов с ручным распределением средств.

Добавим, что решение задач условной нелинейной оптимизации по схеме Беллмана имеет большую вычислительную емкость из-за того, что на каждом этапе необходимо перебирать возможные значения состояний системы. Количество возможных значений состояний системы зависит от количества параметров и может достигать миллионов. Таким образом, при увеличении размерности векторов контролируемых факторов в критерии эффективности резко возрастают требования к вычислительным мощностям. Вследствие этого дальнейшим направлением исследований по данной теме станет разработка эффективных методов распараллеливания алгоритмов многошаговой оптимизации.