ИМИТАЦИОННЫЕ МОДЕЛИ В ПАКЕТЕ МОСТ

Ю. И. Рыжиков (Санкт-Петербург)

Пакет прикладных программ МОСТ (массовое обслуживание – стационарные задачи) предназначен для расчета сложных систем и сетей массового обслуживания численными методами и базируется на законах сохранения теории очередей и аппроксимации исходных распределений более удобными для расчетов (фазовыми, гамма-плотностью и ДФР Вейбулла с поправочными многочленами) с сохранением не менее трех моментов упомянутых распределений. Его профессиональная версия содержит около 180 программ, записанных на Фортране 90 и последующих его версиях и в значительной степени опирающихся на личные научные результаты автора. На разных стадиях разработки процедур МОСТа возникали проблемы:

- обоснования базовых концепций;
- получения аппроксимаций для промежуточных величин, способы точного расчета которых неизвестны;
- верификации процедур в целом.

Значительную их часть удалось решить с помощью имитационного моделирования (ИМ). Написанные в этих целях процедуры могут потребоваться для тестирования МОСТа, его практического использования и дальнейшего развития, а потому включены в его основной состав. С другой стороны, предполагается, что процедуры генерации случайных чисел с требуемыми законами распределения:

- имеют указанные в описаниях моделей фиксированные имена;
- составляются пользователем с применением описанных ниже инструментальных процедур;
- размещаются в одном файле с вызывающей модель главной процедурой.

Такой подход позволяет разделить описания логики моделей и генераторов случайных чисел, что повышает универсальность моделей и расширяет круг их применения.

Инструментальные процедуры

К этому классу прежде всего относится мультипликативный датчик RANDOM() случайных чисел, равномерно распределенных на полуинтервале [0,1). Из многочисленных вариантов (см., например, [1]) выбран обеспечивающий хорошее согласие результатов имитационной модели с надежным и типичным для предметной области эталоном – программой численного расчета модели M/M/1.

В литературе по технике ИМ [2] отмечается необходимость использования для формирования различных случайных величин (интервалов между заявками, длительностей обслуживания, маршрутизации заявок в сети и т. п.) *раздельных* ДСЧ. С другой стороны, желательно упростить работу по программированию последних. Проблема решается использованием нескольких экземпляров одного и того же ДСЧ с разнесенными начальными установками. Последние определяются с помощью подпрограммы FASTRAND(K,P) быстрого получения псевдослучайного числа p с заданным номером k на основе ускоренного умножения, управляемого двоичным представлением последнего – см. [3].

Проверка базовых положений

Подпрограмма BASEMOD(N,JMAX,P,PE,KMAX,W,NMAX) предназначена для экспериментальной проверки основных законов сохранения теории очередей (сохранения заявок, стационарной очереди, объема работы). Здесь N – число каналов, JMAX –

предельное число заявок в системе, P – стационарное распределение числа заявок, PE – распределение перед прибытием, KMAX – высший порядок моментов распределения ожидания, W – сами эти моменты, NMAX – критерий останова (число выборов на обслуживание). Заявки обслуживаются в порядке их прибытия. Формирование моментов прибытия заявок и завершения обслуживания производится с помощью составленных пользователем внешних функций FTZ() и FLIB().

Процедура имеет совершенно исключительную ценность для учебного процесса [4]. Построенная на ее основе лабораторная работа «Экспериментальная проверка законов сохранения на имитационной модели» [5], избавляя студента от трудоемкого написания и отладки собственно модели, в то же время требует осознания и конструктивного использования базовых понятий теории вероятностей (распределение и его моменты, свертки), техники генерации случайных величин и законов сохранения ТМО. Конкретно обучаемые должны получить и прокомментировать относительные невязки левой и правой частей формул:

- закона сохранения заявок $\sum_{j=0}^{n-1}(n-j)p_j = n - \lambda b$, где n – число каналов, $\{P_j\}$ – стационарное распределение числа заявок в системе, λ – интенсивность входящего потока и b – средняя длительность обслуживания;
- закона сохранения стационарной очереди $w_k = q_{[k]}, k = \overline{1,3}$ где w_k – k-й момент распределения времени ожидания, $q_{[k]}$ – k-й факториальный момент распределения длины очереди;
- трех аналогичных формул, связывающих моменты $\{v_k\}$ полного времени пребывания заявки в системе с факториальными моментами распределения числа заявок *в системе;*
- среднего времени ожидания, вычисленного по известной формуле Полячека–Хинчина и полученного на имитационной модели.

Процедура BASEPROBS (N, JMAX, P, PA, PE, KMAX, W, NMAX) служит для сопоставления при различных исходных данных трех наборов вероятностей: стационарное распределение числа заявок P, распределения PA перед прибытием и после ухода PE. С ее помощью можно убедиться в совпадении двух первых распределений при простейшем входящем потоке и второго и третьего – при любом рекуррентном. В случае простейшего входящего потока можно исключить из модели расчет распределения PA и пользоваться более быстродействующей процедурой MODFCFS(N,JMAX,P,KMAX,W,NMAX). Расчет PE позволил тестировать методы расчета потоков, выходящих из узлов, что необходимо для уточненного анализа *сетей обслуживания.*

Процедура MODNW(M,M1,K,RR,MRR,N,B,R,V,PP,ZMAX) является имитационной моделью однородной разомкнутой сети. С ее помощью были установлены справедливость формулы Литтла для сети в целом и приемлемость потокоэквивалентной аппроксимации для расчета сетей. Актуальность этой аппроксимация объясняется тем, что строгая теория сетей обслуживания, основанная на известной теореме ВСМР, зашла в тупик, поскольку не позволяет рассчитывать ни один из практически интересных случаев (в частности, сети с немарковскими узлами и дисциплиной обслуживания FCFS).

Обоснование приближенных методик

При расчете приоритетных систем с прерыванием длительность прерывания – это не время обслуживания прерывающей заявки, а период непрерывной занятости (ПНЗ) системы обслуживанием заявок с правом прерывания. Расчет моментов ПНЗ для одноканальной системы выполняется элементарно, но для многоканальной системы с неоднородными заявками соответствующая теория отсутствует. Процедура MODNBUSY вычисляет моменты STB(KMAX) распределения ПНЗ N-канальной системы и позволила подобрать достаточно точную аппроксимацию для средней длительности прерывания аналогичной системы с абсолютными приоритетами.

Тестирование аналитических методик

Большинство процедур МОСТа тестировалось с помощью одного или нескольких из нижеперечисленных методов:

- на задачах с известным решением (пример – расчет производящей функции для геометрического распределения вероятностей);
- решение взаимообратных задач (аппроксимация вероятностного распределения по его моментам и восстановление моментов по параметрам аппроксимации, обращение матрицы и вычисление произведения обратной матрицы на прямую);
- обсчет несколькими процедурами одной и той же задачи из пересечения областей их применимости (обсчет процедурами MG1, GM1, GE1, EG1, GMN модели M/M/1).

Однако для некоторых задач единственным аналогом численных методик являлось ИМ.

Модель MODRAND(N,JMAX,P,KMAX,W,NMAX) построена аналогично трем базовым, но предполагает случайный (равновероятный) выбор заявок из очереди. Процедура MODBATCH(N,BMAX,F,JMAX,P,KMAX,W,NMAX) имитирует работу СМО с пуассоновским потоком пачек заявок случайного объема. Здесь F(0:BMAX) – распределение объема пачки.

Процедура MODNPN(K,F,N,RR,W,NREF,NMAX) дает статистические моменты W(K,3) распределения времени ожидания начала обслуживания по заявкам каждого типа, а MODPRN(K,F,N,RR,V,NREF,NMAX) – моменты V(K,3) распределения времени пребывания заявки каждого типа.

Процедура MODYNPR(N,K,LAM,BT,JMAX,W,NMAX) имитирует обслуживание разнотипных заявок с относительными приоритетами, линейно (с угловыми коэффициентами $\{\beta_i\}$) возрастающими по времени ожидания, и дает средние времена ожидания заявок каждого типа.

Особого упоминания заслуживает имитационная модель многоуровневой системы SETIMIT (NN, Q, LQ, RMAX, QMAX, QEND, QREF, W, NMAX) с квантованным обслуживанием и относительными приоритетами уровней для расчета среднего ожидания заявок на NN уровнях. С помощью этой модели удалось, наконец, выбрать правильный вариант уравнений баланса объема работы, над которыми автор этого доклада бился два десятилетия. Перечислим компоненты задержки меченой заявки на k-м уровне.

Назовем А-заявкой обслуживаемую в момент X прибытия меченой заявки в систему. Эта заявка с вероятностью ρ_i выбирается из i-й очереди. Обслуживание меченой заявки на $(k-1)$-м уровне может начаться лишь при отсутствии заявок на всех вышележащих уровнях. К этому моменту все заявки, которые находились в системе в момент X, окажутся уже на уровне k, но в связи с наличием более приоритетной меченой обслуживаться пока не будут. Они создадут для меченой среднюю задержку T_1. Их обработке будет предшествовать дообслуживание А-заявки (задержка T_2).

Все заявки, пришедшие в систему после меченой, окажутся позади нее на уровне $(k-1)$ и после ее перехода на уровень k меченая будет ждать прохождения ими этого уровня (задержка T_3). Наконец, за время обслуживания меченой на $(k-1)$-м уровне в систему придут новые заявки, и меченая будет ждать прохождения ими уровней $i = \overline{1.k-1}$ – задержка T_4.

Способы расчета всех этих компонент обсуждаются в [4].

Заключение

Приведенные соображения предметно иллюстрируют целесообразность сочетания при решении задач с очередями численных методов ТМО и имитации. Имитация должна применяться при решении особо сложных задач, при изучении вложенных подпроцессов и для тестирования новых численных методов и реализующих их программ. При наличии численных методик они заведомо предпочтительнее имитационных как по точности, так и по времени счета.

Литература

1. **Кнут Д.** Искусство программирования для ЭВМ. Т. 2. Получисленные алгоритмы/ Пер. с англ. М.:Мир, 1977. – 724 с.
2. **Кельтон В. Л., Лоу А.** Имитационное моделирование / Пер. с англ., 3-е изд. СПб.: Питер, Киев^ БХВ, 2004. – 847 с.
3. **Рыжиков Ю. И.** Имитационное моделирование: Курс лекций. СПб.: ВКА им. А. Ф. Можайского, 2007. 125 с.
4. **Рыжиков Ю. И.** Компьютерное моделирование систем с очередями: Курс лекций. СПб.: ВКА им. А. Ф. Можайского, 2007. 164 с.
5. **Рыжиков Ю. И.** Руководство по расчету систем с очередями на базе пакета МОСТ/FPS1: учебно-методическое пособие. СПб.: ВКА им. А. Ф. Можайского, 2007. 125 с.