

**ПРИМЕНЕНИЕ АЛГОРИТМА ТАБЛИЧНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ ДЛЯ
ПРОГРАММНОЙ РЕАЛИЗАЦИИ МОДЕЛИРОВАНИЯ ИНФОРМАЦИОННЫХ
СИСТЕМ МОДИФИЦИРОВАННЫМИ СЕТЯМИ ПЕТРИ**

В. Е. Парусов, Е. В. Твельнев (Сергиев Посад)

Введение

На сегодняшний день сети Петри (СП) достаточно широко применяются для моделирования динамических информационно-вычислительных систем. В настоящее время разработан ряд различных модификаций СП, которые позволяют вводить такие характеристики динамических процессов, как временная и пространственная упорядоченность, иерархичность, приоритетность. Наиболее значимым расширением является введение в СП ограничений на количество одновременно находящихся маркеров в определенных позициях, ингибиторных дуг, цветности маркеров и дуг, понятия времени нахождения маркера в позиции, приоритетов и синхронности срабатывания переходов. Функционирование СП осуществляется путем срабатывания потенциально активных переходов по правилам, установленным для каждой из модификаций (группе модификаций) СП [1–4]. Приведенные в [1, 2] подходы к определению множества потенциально активных переходов основаны на применении теоретико-множественного аппарата формализации сетей Петри, использование которого при реализации сетевых моделей на ЭВМ неэффективно, так как требует дополнительной разработки ряда узко специфичных алгоритмов, усложняющих программную реализацию. Поэтому наиболее целесообразным представляется применять метод табличных вычислений.

Описание алгоритма

Формальное описание модифицированных сетей Петри

Дальнейшее рассмотрение алгоритма определения потенциально активных переходов будет осуществляться для модифицированной СП, имеющей все вышеперечисленные расширения. Такая сеть формально описывается набором вида:

$$R = \{P, T, F^I, M_0, L, C\}, \quad (1)$$

где $P = \{p_i, f(\tau)_i\}, i = \overline{1, n}$ – непустое конечное множество n позиций, для каждой из которых может быть определена функция генерации времени задержки $f(\tau)_i$;

$T = \{t_j\}, j = \overline{1, m}$ – непустое конечное множество m переходов;

$F = F^- \cup F^+$ – отношения инцидентности позиций и переходов:

$$F^- = \{f_{i,j}^-\}, f_{i,j}^- = \begin{cases} f(p_i, t_j), & \text{если } p_i \in I(t_j), p_i \in P, t_j \in T \\ 0 & \end{cases} \quad \text{– входные;}$$

$$F^+ = \{f_{i,j}^+\}, f_{i,j}^+ = \begin{cases} f(t_j, p_i), & \text{если } p_i \in O(t_j), p_i \in P, t_j \in T \\ 0 & \end{cases} \quad \text{– выходные;}$$

$I(t_j)$ – множество входных позиций j -го перехода;

$O(t_j)$ – множество выходных позиций j -го перехода;

$F^I : P \times T \rightarrow \{0,1\}$ – функция инцидентности ингибиторных дуг пар (p,t) ;

$C = \{c_k\}, k = \overline{1, q}$ – непустое конечное множество q цветов;

$M_0 = \{m_0, c_k\}, m_0 : P \rightarrow N$ – начальная маркировка сети;

$L = \{l_i, c_k\}, i = \overline{1, n}, l_i : P \rightarrow N$ – ограничения для n позиций;

N – множество целых неотрицательных чисел.

Особенность функционирования дискретной временной СП состоит в том, что каждому маркеру, перемещенному в i -ю позицию, для которой определена функция генерации времени задержки $f(\tau_i)$, ставится в соответствие сгенерированное данной функцией положительное целое число d_i , означающее время, в течение которого маркер из данной позиции не может быть выбран (неактивен). Начиная со следующего шага, значение d_i уменьшается на 1, при условии, что $d_i > 0$. Маркер становится активным при выполнении условия $d_i = 0$.

Табличное представление модифицированных сетей Петри

Пусть имеется СП, представленная на рис. 1, включающая 6 позиций ($p0-p5$), 4 перехода ($t0-t3$) и использующая маркеры 2 цветов ($c0$ и $c1$). Позиция $p2$ имеет ограничение на количество одновременно находящихся в ней маркеров цвета $c0$ – 2, позиция $p5$ связана с переходом $t1$ ингибиторной дугой.

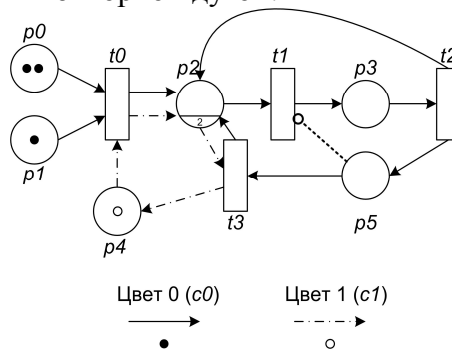


Рис. 1. Пример сети Петри

Таблицы инцидентности, текущая маркировка сети и ограничения для позиций представленной СП приведены на рис. 2. Для удобства восприятия в таблицах нулевые значения обозначены пустыми местами.

Далее алгоритм определения потенциально активных переходов будет рассматриваться только относительно цвета $c0$ (будут использованы только соответствующие данному цвету части исходных таблиц), так как данная процедура идентична для всех цветов и применяется последовательно для каждого из них. Для учета временной составляющей в начале каждого шага функционирования СП необходимо формировать таблицы текущей активной маркировки M , в которую заносится информация только об активных в данный момент времени маркерах, и общей маркировки $M^{общ}$, в которую заносится информация обо всех маркерах. Таблица $M^{общ}$ используется для учета влияния ингибиторных дуг и ограничений, наложенных на выходные позиции переходов.

	F^-								F^+								F^I				M_0		L	
	$c0$				$c1$				$c0$				$c1$				$t0$	$t1$	$t2$	$t3$	$c0$	$c1$	$c0$	$c1$
	$t0$	$t1$	$t2$	$t3$	$t0$	$t1$	$t2$	$t3$	$t0$	$t1$	$t2$	$t3$	$t0$	$t1$	$t2$	$t3$								
$p0$	1																		2					
$p1$	1																		1					
$p2$		1						1		1	1	1										2		
$p3$			1																					
$p4$					1																1			
$p5$				1						1														

Рис. 2. Табличное задание СП

Для сети Петри процесс срабатывания переходов делится на два условных полушага: «Позиция – переход» $S(p \rightarrow t)$ – перемещение маркеров из входных позиций в переход и «Переход – позиция» $S(t \rightarrow p)$ – перемещение маркеров из перехода в выходные позиции.

Алгоритм определения возможности выборки маркеров из входных позиций

Для полушага $S(p \rightarrow t)$ справедливо утверждение: переход t может сработать при некоторой разметке (маркировке) M , если $\forall p \in t: M(p) \geq F^-$, т.е. каждая входная позиция p имеет разметку не меньше, чем кратность дуги, соединяющей p и t . Правило срабатывания перехода ингибиторной сети модифицируется следующим образом. Переход t может сработать при разметке M , если $\forall p \in t: M(p) \geq F^- \wedge M(p) \cdot F^I = 0$, т.е. дополнительно к правилам срабатывания переходов каждая входная позиция перехода, соединенная с ним ингибиторной дугой, должна иметь нулевую разметку [2].

Сначала необходимо получить таблицу F^- путем вычитания из элемента таблицы M соответствующего элемента таблицы F^- для каждого ее столбца:

$$F_{i,j}^{-'} = M_i - F_{i,j}^-, \quad i = \overline{1, n}, \quad j = \overline{1, m}, \quad (2)$$

где n – количество позиций, m – количество переходов.

Затем, вычисляя минимальные значения столбцов таблицы $F^{-'}$, получаем вектор состояния переходов $V_j^{-'}$:

$$V_j^{-'} = \begin{cases} 1, & \text{если } \min(F_{i,j}^{-'}) \geq 0, \\ 0 & , \quad i = \overline{1, n} \quad j = \overline{1, m}, \end{cases} \quad (3)$$

где $V_j^{-'} = 1$ означает возможность выполнения полушага $S(p \rightarrow t)$ для j -го перехода ($V_j^{-'} = [1, 0, 0, 0]$ для рассматриваемой СП). Для учета имеющихся ингибиторных дуг необходимо получить таблицу $F^{I'}$, используя соотношение

$$F_{i,j}^{I'} = -(M_i^{обш} * F_{i,j}^I), \quad i = \overline{1, n}, \quad j = \overline{1, m}. \quad (4)$$

Выполнив произведение по столбцам таблицы $F^{I'}$

$$V_j^I = \prod_{j=1}^m F_{i,j}^I, \quad i = \overline{1, n}, \quad (5)$$

получаем вектор блокировки переходов V^I , где $V_j^I = 0$ означает, что переход блокирован ингибиторной дугой. Результирующий вектор состояния V^- получаем путем поэлементного умножения векторов $V_j^{-'}$ и V^I :

$$V_j^- = V_j^{-'} * V_j^I, \quad j = \overline{1, m}, \quad (6)$$

где $V_j^- = 1$ означает возможность выполнения полушага $S(p \rightarrow t)$ для j -го перехода. Результаты проведенных вычислений показывают, что для рассматриваемой СП на данном полушаге вектор состояния $V^- = [1, 0, 0, 0]$ означает возможность активации только перехода t_0 .

Алгоритм определения возможности выборки маркеров из входных позиций для синхронной сети Петри

При реализации синхронного способа срабатывания переходов определение

возможности выполнения полушага $S(p \rightarrow t)$ не ограничивается алгоритмом, описанным выше. В соответствии с [1] в синхронных сетях Петри срабатывать могут только взаимно не конфликтующие переходы. Для таких переходов справедливо следующее утверждение: $\forall p \in P: \sum_{t \in T'} F^- \leq M(p)$, где T' – непустое множество переходов, готовых к срабатыванию. Таким образом, для определения возможности выполнения полушага $S(p \rightarrow t)$ для синхронной сети сначала необходимо определить множество переходов, готовых к срабатыванию по формулам (2) – (6). Затем в полученном множестве следует выделить подмножество взаимно не конфликтующих переходов.

Пусть имеется сеть Петри, представленная на рис. 3.

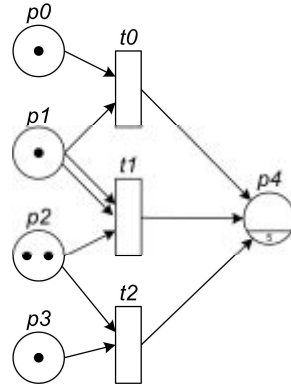


Рис. 3. Пример синхронной сети Петри

По формулам (2) – (6) вычислим вектор состояния переходов для полушага $S(p \rightarrow t)$: $V^- = [1, 0, 1]$, что означает необходимость исключения перехода $t1$ из дальнейших преобразований (так как в позиции $p1$ недостаточно маркеров). Для этого каждую строку таблицы F^- необходимо поэлементно умножить на значения вектора V^- :

$$F_{i,j}^{-''} = F_{i,j}^{-} * V_j^-, \quad i = \overline{1, n} \quad j = \overline{1, m}. \quad (7)$$

Затем из таблицы $F^{-''}$ получаем вектор-столбец F_i^s , используя соотношение:

$$F_i^s = M_i - \sum_{j=1}^m F_{i,j}^{-''}, \quad i = \overline{1, n} \quad j = \overline{1, m}, \quad (8)$$

и таблицу F^c , используя соотношение:

$$F_{i,j}^c = F_{i,j}^{-''} * F_i^s, \quad i = \overline{1, n} \quad j = \overline{1, m}. \quad (9)$$

Вектор конфликтности переходов V^c получаем аналогично (3) из таблицы F^c , где $V_j^c = 1$ означает, что j -й переход не имеет конфликтов с другими переходами. Для рассматриваемой СП, $V^c = [1, 1, 1]$. Результирующий вектор состояния V^{r-} получаем путем поэлементного умножения векторов V^- и V^c , где $V_j^{r-} = 1$ означает возможность выполнения полушага $S(p \rightarrow t)$ для j -го перехода:

$$V_j^{r-} = V_j^- * V_j^c, \quad j = \overline{1, m}. \quad (10)$$

Для приведенной на рис. 3 сети Петри переход $V^{r-} = [1, 0, 1]$, т.е. переход $t1$ неактивен, а переходы $t0$ и $t2$ не имеют конфликтов между собой.

Алгоритм определения возможности выполнения полушага $S(t \rightarrow p)$ для синхронной сети аналогичен алгоритму, используемому для несинхронных сетей.

Алгоритм определения возможности перемещения маркеров в выходные позиции

Для полушага $S(t \rightarrow p)$ справедливо утверждение: $\forall p \in t: M^{обц}(p)$ или $\forall p \in t: M^{обц}(p) + F^+ \leq L(p)$, т.е. переход t может сработать, если каждая выходная позиция p не имеет ограничений $L(p)=0$ или, при наличии ограничений $L(p)$, количество маркеров (активных и неактивных) в такой позиции $M^{обц}(p)$ после полушага не превысит установленного для нее предела $L(p)$.

Сначала необходимо получить матрицу F^+ , используя соотношение

$$F_{i,j}^{+'} = (L_i - M_i^{обц} - F_{i,j}^+) * L_i * F_{i,j}^+, i = \overline{1, n}, j = \overline{1, m}. \quad (11)$$

Операция $*L_i * F_{i,j}^+$ необходима для компенсации нулевых ограничений позиций ($L(p)=0$) и исключения из рассмотрения несвязанных пар (p, t) . Затем, вычисляя минимальные значения столбцов таблицы $F^{+'}$, получаем вектор состояния переходов V^+ :

$$V_j^+ = \begin{cases} 1, & \text{если } \min(F_{i,j}^{+'}) \geq 0, \\ 0 & , i = \overline{1, n} \quad j = \overline{1, m}, \end{cases} \quad (12)$$

где $V_j^+ = 1$ означает возможность выполнения полушага $S(t \rightarrow p)$ для j -го перехода.

Алгоритм прогнозирования ближайшего времени срабатывания временной сети Петри

Данный алгоритм необходимо применять для минимизации времени моделирования больших МСП, в которых достаточно велики времена задержек в позициях (более десятка единиц). При реализации стандартного алгоритма после каждого шага модельного времени величина задержки, полученная маркером при входе в позицию, уменьшается на единицу. Таким образом, при наличии значительных времен задержек в позициях сети большую часть времени сеть работает «вхолостую». Минимизировать время работы сети можно путем прогнозирования ближайшего времени ее срабатывания, которое определяется минимальным скачком системного времени d_{\min} относительно текущего модельного времени. Величина d_{\min} определяется как минимальное значение множества задержек срабатывания m переходов $\{d_j^T\}$, $j = \overline{1, m}$, элементы которого вычисляются как максимальное значение задержек маркеров во входных позициях d_i^+ , $i = \overline{1, n}$ j -го перехода, при условии, что все входные позиции $\{p_i^+\} \in t_j$ каждого из рассматриваемых переходов содержат маркеры (активные или неактивные):

$$d_{\min} = \min\{d_j^T = \max\{d_i^+\} \mid \forall p_i^+ \in t_j : M_i^{обц} > 0, i = \overline{1, n}, j = \overline{1, m}\} \quad (13)$$

где n – количество позиций, m – количество переходов.

Поскольку маркировка СП может измениться только после срабатывания какого либо перехода, то, определяя величину d_{\min} , можно скачком увеличивать модельное время $t^{s+1} = t^s + d_{\min}$ с одновременным уменьшением времен задержек маркеров, находящихся в позициях сети.

Новые времена задержек маркеров определяются соотношением

$$d_{k,i}^{s+1} = \begin{cases} d_{k,i}^s - d_{\min}, & \text{если } d_{k,i}^s \geq d_{\min}, \\ 0 & , i = \overline{1, n}, k = \overline{1, K_i}, \end{cases} \quad (14)$$

где $d_{k,i}^{s+1}$ и $d_{k,i}^s$ – задержка k -го маркера i -й позиции на следующем и текущем шаге соответственно, а K_i – количество маркеров в i -й позиции.

Рассмотренный алгоритм табличных вычислений потенциально активных переходов МСП был успешно применен при создании программного моделирующего комплекса, используемого авторами для проведения исследований функционирования сложных технических систем, в том числе для оценки предельной пропускной способности подсистемы обмена информацией АСУ военного назначения, выявления компонент «риска» и выработки рекомендаций по совершенствованию программно-аппаратных средств АСУ.

Использование данного алгоритма позволяет исключить ошибки оценки текущего состояния исследуемой системы и помогает выявлять некорректности описания сетей различной сложности. Реализация в программном комплексе алгоритма вычисления потенциально опасных переходов совместно с прогнозированием ближайшего времени срабатывания МСП позволило существенно сократить время моделирования. Так, например, время, необходимое на осуществление 1000 прогонов МСП, содержащей порядка 60 позиций, 40 переходов с системным временем функционирования в 500 единиц, снизилось с 50 минут до 15 по сравнению с более ранней версией моделирующего комплекса, реализованного на принципах прямого анализа семантики МСП.

Кроме того, преимуществом применения изложенного алгоритма является возможность его реализации в моделирующих комплексах программистом без специальных знаний в области имитационного моделирования за счёт использования строгой математической формализации процесса функционирования МСП.

Литература

1. **Питерсон Дж.** Теория сетей Петри и моделирование систем/ Пер. с англ. М.: Мир, 1984. 264 с.
2. **Котов В. Е.** Сети Петри. М: Наука, 1984. 160 с.
3. **Jensen K.** Coloured Petri Nets: Basic concepts// Analysis Methods and Practical Use. Berlin: Springer. 1996. Vol. 1; 1997. Vol. 2; 1997. Vol. 3.
4. **Merlin P.** A Methodology for the Design and Implementation of Communication Protocols// IEEE Trans. On Communications. 1976. Vol. 24. June. Pp. 614–621.
5. **Гамаюн И. П.** Разработка имитационных моделей на основе сетей Петри: Учеб. пособие. Харьков: НТУ «ХПИ», 2002. 143 с.