

**КОМБИНИРОВАННЫЙ МЕТОД ОПТИМИЗАЦИИ СТРУКТУРЫ
ЗАМКНУТЫХ ОДНОРОДНЫХ СЕТЕЙ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ****С. В. Кокорин, Б. В. Соколов (Санкт-Петербург)**

Расчёт и анализ характеристик сетей массового обслуживания является одним из основных направлений исследований как в области аналитического, так и имитационного моделирования. Часто вопрос об оптимальном выборе тех или иных характеристик оказывается за рамками постановки и решения классических задач анализа систем и сетей либо рассматривается применительно к простым моделям, для которых существует аналитическое решение данной задачи (экспоненциальные распределения времени обслуживания и интервалов между приходами заявок). В данной работе предлагается рассмотреть более широкий класс моделей теории очередей, допускающих произвольное распределение времени обслуживания в узлах в рамках задачи поиска оптимальных параметров сети.

Рассмотрим замкнутую однородную сеть массового обслуживания. Она задаётся следующими параметрами: объёмом популяции, моментами распределения времени обслуживания, числом каналов в каждом узле и матрицей вероятностей стационарных переходов между узлами, включая вероятность завершения обслуживания в сети. Предполагается, что переход из узла i в узел j не зависит, от того, где побывала заявка до этого. Вероятности перехода в последующие узлы сети, задаются i -й строкой матрицы переходов. Под замкнутой сетью в статье понимается сеть массового обслуживания с постоянным числом заявок. Соответственно делается допущение, что одновременно с уходом заявки из сети происходит появление новой заявки на её входе, откуда она попадает в один из узлов данной сети согласно матрице переходов. Для замкнутых сетей не существует понятия входного потока, но при этом важной вычисляемой характеристикой становится её пропускная способность [1].

Исследуем влияние структуры замкнутой сети на её пропускную способность. В данном случае выбираемыми (управляемыми, оптимизируемыми) параметрами являются элементы матрицы вероятностей переходов, на которые наложены ограничения, а в качестве неуправляемых параметров могут рассматриваться популяция и такие характеристики узлов, как количество каналов и вид распределения времени обслуживания заявок.

Для оптимизации пропускной способности исследуемой в докладе сети использовалось два метода: глобального поиска – **метод пси-преобразования** [2]; численной оптимизации без вычисления производных – **метод главных осей Брента** [3].

Метод пси-преобразования является методом поиска глобального экстремума целевой функции. Он не критичен к выбору начального приближения, но требует при своей реализации значительных вычислительных ресурсов в том случае, если увеличивается размерность пространства оптимизируемых параметров. При поиске максимального значения пропускной способности в качестве пси-функции была выбрана вероятностная мера множества точек, на котором величина пропускной способности выше заданного уровня. Таким образом, исследуемая задача сводится к поиску решения уравнения с многими переменными (оптимизируемыми параметрами). Данную задачу предлагается решать с использованием алгоритма случайного поиска. Её параметрами являются распределения и значение квантиля для определения значимых элементов выборки. По умолчанию квантиль принимается равным 1% от объёма выборки. В этом случае оптимальные величины выбираемых параметров находятся путём осреднения их значений, соответствующих фиксированному уровню квантиля.

Из-за ограничений метода пси-преобразования при решении задач больших размерностей в докладе предложено использовать также метод главных осей Брента. Данный метод ориентирован на локальную оптимизацию функции многих переменных без

вычисления производных. Для него доказана сходимость к точке экстремума функций, имеющих две непрерывные производные. На практике метод оказался эффективным при решении задач оптимизации структуры сети, в том числе и для случая, когда пространство параметров имеет большую размерность. Основным недостатком данного метода и соответствующего алгоритма, его реализующего, является необходимость задания начального приближения, которое должно быть посчитано отдельно для каждой задачи. При этом сам алгоритм характеризуется двумя основными параметрами: показателем точности определения целевой функции и величиной шага изменения оптимизируемых параметров. Первый из них определяет момент останова итерационного процесса, второй определяет скорость сходимости алгоритма.

Выбор начального приближения при реализации метода главных осей предлагается осуществлять с использованием модели сети Джексона [4], для которой существует аналитическое решение поставленной задачи. Показательное распределение времени обслуживания в каждом узле аппроксимируется с учётом первого момента заданных распределений. Последовательный обход сети в ширину позволил выбрать начальные оценки для каждого узла. В качестве альтернативы использовался метод преобразования. Данный способ оказался предпочтительнее для сетей, где распределение времени обслуживания значительно отличается от экспоненциального. (Например, равномерное на отрезке распределение или гамма-распределение с высокой вариацией.)

В простейшем случае задачу оптимизации пропускной способности однородных замкнутых сетей очередей можно интерпретировать следующим образом. Имеется несколько отличающихся по своим характеристикам узлов обслуживания, выполняющих одинаковые действия. Необходимо распределить между ними поступающие заявки таким образом, чтобы в совокупности производительность данной системы была максимальной, или, другими словами, необходимо максимизировать общее число обслуженных заявок на заданном интервале времени. Указанная задача вычисления пропускной способности при заданной матрице вероятностей переходов может быть решена аналитическими (численными) методами либо путём имитационных экспериментов. Параметрами оптимизации в данном случае оказываются начальные распределения вероятностей перехода из источника получения заявок в каждый из доступных узлов. Размерность пространства оптимизируемых параметров совпадает с количеством узлов. Так как данная размерность растёт линейно при увеличении количества узлов, оба предложенных метода оптимизации дают приблизительно одинаковые значения целевой функции и значения соответствующих параметров при равных временных затратах. Однако метод Брента требует меньшего числа итераций (вызовов целевой функции) при поиске оптимального значения.

Более общая задача предполагает разветвлённую сеть, для которой поток заявок может расщепляться при проходе различных узлов. При этом происходит значительный рост размерности пространства выбираемых параметров. Реализация метода преобразования в этом случае требует значительного увеличения производительности вычислительных ресурсов. Поэтому в указанной ситуации более предпочтительно использовать метод главных осей.

При проведении машинных экспериментов использовались следующие исходные данные и ограничения: рассматривались сети, насчитывающие до 50 узлов; время обслуживания в узлах задавалось моментами одного из следующих распределений: гамма-распределение с произвольными параметрами, равномерное распределение на отрезке, исследовался также случай, когда время обслуживания описывалось регулярным потоком; количество каналов в узлах предполагалось не более десяти. На элементы матрицы вероятностей переходов между узлами накладывались дополнительные ограничения в виде фиксированных значений либо допустимых интервалов изменения их величины.

Результаты исследований показали, что, во-первых, расчёт параметров сети при предположении об экспоненциальности закона распределения времени обслуживания заявок может давать значительно более грубые оценки оптимизируемых параметров, чем для вариантов моделирования, когда учитываются высшие моменты. Во-вторых, при равных значениях средних узлов, имеющий меньшую дисперсию, получает более загруженный входной поток. В то же время узлы, имеющие меньшую интенсивность обслуживания, но несколько каналов, оказываются менее предпочтительными, чем узлы с одним, но более мощным каналом обслуживания.

Сравнивая метод пси-преобразования и метод главных осей, можно сказать, что в случае распределения времени обслуживания, близкого к экспоненциальному закону для всех узлов, метод главных осей оказывается эффективнее, так как позволяет добиться требуемой оценки оптимизируемых параметров за приемлемое время. В случае, когда законы распределения времени обслуживания в узлах далеки от экспоненциального закона, вычислительная сложность поиска параметров сети методом главных осей резко возрастает. Таким образом, хотя метод пси-преобразования приводит при расчётах к более высоким погрешностям в оценках параметров (по сравнению с методом Brenta), его использование может быть оправдано гораздо меньшими временными затратами на получение конечного результата. В итоге выполненных исследований был предложен комбинированный метод оптимизации параметров сети, в рамках которого на первом этапе предварительные оценки параметров формируются методом пси-преобразования, а на втором этапе уточняются методом главных осей. Данный комбинированный метод целесообразно использовать для решения задач со сложными ограничениями, накладываемыми на структуру матрицы переходных вероятностей, и произвольными распределениями времён обслуживания в узлах.

Для реализации перечисленных методов и проведения соответствующих машинных экспериментов было написано приложение на языках программирования C++ и Фортран. Указанное приложение использует при расчётах пакет прикладных программ МОСТ. Выбор общего языка программирования и использование данного пакета обусловлены вычислительной сложностью поставленной задачи. Приемлемые результаты расчётов потребовали не менее 10^5 реализаций алгоритма случайного поиска в случае пси-преобразования и нескольких тысяч реализаций для метода главных осей при числе узлов 20. В докладе приводится конкретный пример использования перечисленных методов применительно к организации процессов вычислений в центре управления полётов космических средств [5]. Дальнейшее развитие предложенного комбинированного подхода подразумевает усложнение модели сети и учёт приоритетности.

Литература

1. **Рыжиков Ю. И.** Машинные методы расчёта систем массового обслуживания. СПб.: ВИКИ им А. Ф. Можайского, 1979.
2. **Чичинадзе В. К.** Решение невыпуклых нелинейных задач оптимизации. Метод пси-преобразования. М: Наука, 1983.
3. **Brent R. P.** Algorithms for minimization without derivatives. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, Inc., 1973.
4. **Bramson M.** Stability of queuing networks. – USA: Probability surveys, 2008.
5. **Охтелев М. Ю., Соколов Б. В., Юсупов Р. М.** Интеллектуальные информационные технологии мониторинга и управления структурной динамикой сложных технических объектов. М.: Наука, 2006.

Исследования выполнялись при финансовой поддержке гранта РФФИ № 07-07-00169, программы ОНИТ РАН (поект 2.3).