

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ СТРУКТУРООБРАЗОВАНИЯ
В ЛЕСАХ ПЕРМСКОГО КРАЯ НА ОСНОВЕ КЛЕТОЧНЫХ АВТОМАТОВ
И УРАВНЕНИЙ РЕАКЦИИ-ДИФФУЗИИ*****Д. А. Браун, А. К. Колесников, А. В. Люшнин, Е. М. Шкараба (Пермь)**

Как известно, спонтанное образование пространственно-временных структур, возникающих как на уровне отдельных членов, так и на уровне всей популяции, является скорее общим законом функционирования экосистем. Изучение подобных структур является, одной из центральных проблем современной экологии [1]. Для популяций растений такое явление наблюдается, когда из, казалось бы, однородно растущей массы отдельных растений возникают пространственно-неоднородные по концентрации фитомассы и ее качественному составу упорядоченные структуры [2]. По своему происхождению эти структуры могут быть отнесены к трем основным группам [3]: (I) структуры, имеющие морфологическое происхождение и отражающие особенности структуры и роста самого растения; (II) структуры, возникающие благодаря природно-ландшафтным факторам; (III) структуры, социологического происхождения, которые возникают благодаря взаимодействию на уровне отдельных растений. С нашей точки зрения, наиболее любопытными и до сих пор малоизученными являются структуры третьего типа. В качестве примера можно привести спонтанное возникновение образований в виде полос, островков или более сложных фигур, состоящих из травы или низкорослого кустарника, перемежающихся участками без каких-либо растений, в засушливых районах Африки, Австралии или Северной Америки [4,5]. Понятно, что такие удивительно правильные структуры, нехарактерные, вообще говоря, для растительного мира, привлекли внимание исследователей.

Для понимания процессов, происходящих в экосистемах, был необходим существенный прогресс в других науках, например, появление теории хаоса и структурообразования в физике [6–7], теории бифуркаций в математике [8], структурообразование в системах с реакцией и диффузией в химии [9]. В работе Лефевра и его аспирантов впервые удалось предложить пространственно распределенную модель вегетационной динамики растений, которая описывала структурообразование в таких системах даже при однородных и изотропных условиях внешней среды, т.е. причиной им служило социальное взаимодействие растений [10–12]. Их феноменологическая модель представляла собой уравнение для концентрации фитомассы с диффузией и специальным образом подобранным «реактивным» слагаемым, отвечающим за взаимодействие на уровне растение-растение.

Другим направлением в моделировании роста и структурообразования леса является микроскопический подход на основе клеточных автоматов [13–15]. В ранней работе [13] был рассмотрен простейший случай, когда ячейки клеточного автомата не могут взаимодействовать друг с другом и каждый вид деревьев развивается, не чувствуя соседей по лесу. Исправляя эту слишком упрощенную схему, авторы работы [14] предположили, что взаимодействие между ячейками происходит может, но только между ближайшими соседями (модель «FORET»). Расчеты показали, что определенные аспекты процессов роста реальных лесов такая модель отражает, но далеко не все. Наконец, в работе [15] была построена сложно сконструированная модель клеточного автомата, который учитывает взаимодействие между отдельными деревьями не только в близкодестве, но и на больших в сравнении с отдельным деревом (ячейкой) расстояниях (программа «SORTIE»). Последнее

* Данная работа проводилась при поддержке гранта РФФИ-Урал №07-01-97612.

обстоятельство важно в случае, когда принимаются во внимание способность к распространению семян различных видов деревьев, участвующих в модели.



Рис. 1. Пространственное структурообразование в системе ель–сосна–береза

Особенностью данной работы является описание пространственно неоднородных структур двумя различными способами: на феноменологическом уровне мы развиваем подход, разработанный в работах [10–12], на микроскопическом уровне мы усовершенствуем метод клеточных автоматов, предложенный в [15], адаптируя его к конкретным условиям структуры леса Пермского края. Как показывает лесоустроительная информация по Пермскому краю [16], лесной социум состоит из ельника (55% всей фитомассы), березы (26%) и сосны (12%). Влияние остальных пород деревьев менее значимо – осина (меньше 5%), пихта (1%), кедр (0.1%) и т.д. Представляется вполне логичным, чтобы рассмотреть трехкомпонентную модель леса, состоящую из основных пермских пород – ели, сосны и березы. Как видно из фотографии, представленной на рис.1, взаимодействие деревьев различных пород (в данном случае ели и березы) в природе часто приводит к формированию паттернов в виде пространственно-неоднородного распределения древостоя той или иной породы. Остановимся теперь на особенностях феноменологического и микроскопического моделирования более подробно.

Модель реакции-диффузии

В качестве модели первого типа была выбрана трехкомпонентная модель для реактивно-диффузионной системы ингибитор-ингибитор-активатор. Уравнения для данной системы выглядят следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_1}{\partial t} &= \alpha_1 \left(\frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_1}{\partial y^2} \right) + u_1 - u_1^3 - \nu u_1 u_2^2 \\ \frac{\partial u_2}{\partial t} &= \alpha_2 \left(\frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_2}{\partial y^2} \right) + u_2 - u_2^3 - \nu u_2 u_1^2 - \mu u_3 + s \\ \gamma \frac{\partial u_3}{\partial t} &= \delta^2 \left(\frac{\partial^2 u_3}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_3}{\partial y^2} \right) - u_3 + k_1 + k_2 u_2 \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь переменные u_1, u_2, u_3 являются переменными, описывающими концентрацию ели, сосны и березы соответственно. Остальные величины являются константами, характеризующими свойства деревьев и почвенную влажность k_1 . Для контроля состояния эволюции данной экосистемы применялся принцип обратной связи [17], который определяет постоянный количественный баланс ель-береза-сосна. В процессе

вычислений на каждом шаге параметр s определяется так, чтобы s^{new} оставался постоянным.

$$s = s^{new} - s_2 \cdot \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} (u_1 + u_2 + u_3) dw \quad (2)$$

Расчеты проводились на области $\Omega = [-50, 50] \times [-50, 50]$, сетка варьировалась от 100×100 до 800×800 . Для численного моделирования данной системы применялся метод Кранка-Николсона с периодическими границами. Начальные условия задавались как случайным, так и специально подобранным образом. Расчеты проводились при следующих параметрах:

$$\alpha_1 = 0,5 \quad \alpha_2 = 0,625 \quad v = 0,25 \quad \mu = 0,1 \quad \delta^2 = 1 \quad \gamma = 1 \quad k_1 = -0,25 \quad k_2 = 2,5 \quad s = -0,75 \quad s_2 = 0,003.$$

Результаты вычислений показывают, что основным фактором в процессе роста леса является почвенная влажность. При почвенной влажности k_1 меньше $k_{кр}$ реализуется сценарий с постепенным заполнением всего пространства елью. Это подтверждается исследованиями, проводимыми в государственном природном заповеднике «Вишерский» (Пермский край). При превышении влажности критического значения $k_{кр}$ сосна начинает

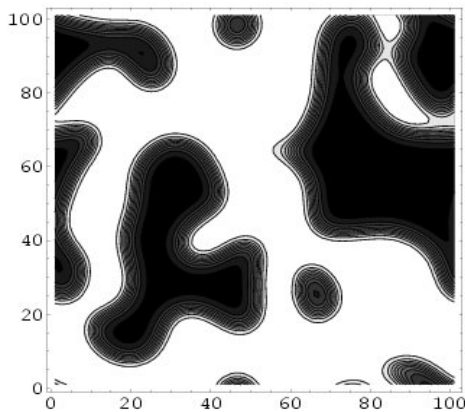


Рис.2. Пространственное распределение ели сосен и березы после временной эволюции в модели, основанной на реакции-диффузии

играть основную роль. Такое развитие происходит вблизи рек и озер. Особенностью березы является тот факт, что она никогда не является доминирующей в лесном массиве. Однако береза играет заметную роль в процессе роста сосновых массивов, создавая предпочтительные условия для существования сосны. Так как ель является доминирующим слагаемым в общем лесном массиве Пермского края, то представляется чрезвычайно важным процесс распространения ели на ландшафте.

Интересно отметить, что больших k_1 взаимодействие на уровне растений главных игроков пермского леса приводит к специфическому образованию паттернов в виде пространственно-неоднородного распределения древостоя той или иной породы (рис. 2). Белый фон – ель, серые полутона – береза и черным цветом отмечена сосна.

Модель клеточного автомата

Дискретное моделирование динамики леса, учитывающее особенности взаимодействия между различными породами деревьев на уровне дерево-дерево, включало в себя учет следующих параметров:

- *Борьба между деревьями за доступ к солнечному свету.* Более высокие деревья, такие, как сосны, имеют тут преимущество. Заслоняя своей кроной молодняк, они препятствуют росту последнего. Однако, необходимость в солнечном свете у разных пород деревьев разная, и это несколько уравнивает шансы. В системе ель-береза-сосна наиболее восприимчивой к свету является береза, ель, наоборот, любит расти в тени. Поэтому ельник легко поднимается

в тени березы, но когда он вырастает, то перекрывает возможности роста для первой. Сосна имеет промежуточные показатели – ей трудно подняться в тени, но если уж она поднялась, то из-за своей высоты она вне конкуренции.

- *Время жизни.* Самая короткоживущая здесь береза (60–80 лет), ель в нормальных условиях живет до 250 лет, а сосна – до 400 лет.
- *Распространение семян.* Сосна имеет наибольший радиус распространения, но приживаемость семян самая низкая.

По итогам моделирования, в целом, можно сказать, что в системе ель-сосна-береза ель является эдификатором, т. е. именно этот вид древесины определяет правила игры. Особенно хочется отметить влияние параметра доступа к солнечным лучам на эволюцию данной системы. Этот параметр является функцией почвенной влажности в данной области и определяет, как и в задаче, представленной выше, динамику поведения ель-береза-сосна.

Основным преимуществом микро-описания данной модели является прослеживание эволюции отдельного дерева. Так как ель является основным компонентом данной среды, то интересно проследить динамику ее развития. Ель легко растет в тени других деревьев, а поднявшись – подавляет остальных. Однако, она не может расти сама по себе, ей всегда нужен спутник, так как молодые ели плохо переносят солнечный свет. Поэтому сценарий зарастания пустошей видится следующим образом: сначала распространяются береза и сосна, затем в их тени поднимается ель и со временем вытесняет их.

Трехкомпонентная система клеточного автомата рассчитывалась на сетке 300 на 300, на каждом шаге дискретного времени во взаимной динамике деревьев учитывались

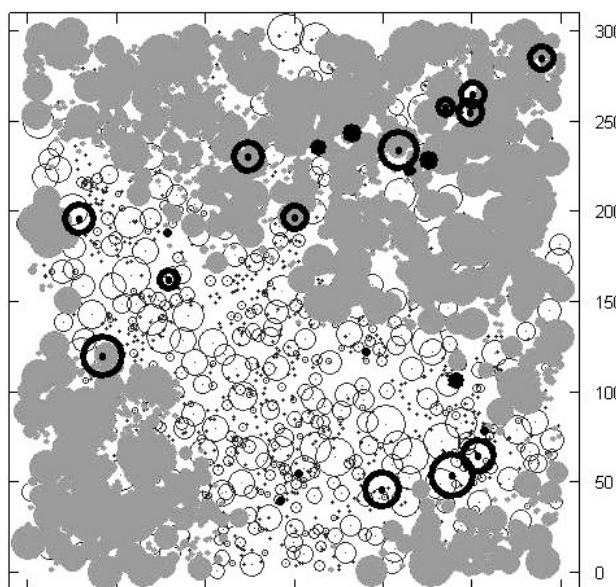


Рис. 3. Пространственное распределение елей, сосен и берез после временной эволюции в модели клеточного автомата

вышеприведенные особенности. На скорость роста каждого дерева влияли условия его месторасположения, для каждого узла сетки рассчитывался коэффициент благоприятного роста, влияющий на развитие растений, а также их смертность. В качестве начальных условий использовались как случайное распределение деревьев, так и неоднородности, которые в природе могут возникать по разным причинам, в частности, из-за хозяйственной деятельности человека.

На рис. 3 представлена типичная картина взаимодействия ели-березы и сосны. Каждый кружок на сетке представляет собой отдельное дерево. Сплошную окраску имеют символы, соответствующие ельнику, березняк обозначен кружками с тонкой линией, а сосны – толстой линией. Размер кружка пропорционален размеру кроны дерева. Данная картина

леса сложилась после 500 лет эволюции из случайного начального распределения. Интересно отметить, что, как и в макроскопическом моделировании, взаимодействующие растения формируют различные структуры – в данном случае хорошо видна попереч-

ная полоса березняка, разделяющая несколько ельников. Сосны, как наименее приспособленные к конкуренции, в этой триаде представлены лишь отдельно стоящими деревьями.

Выводы

Имитационное моделирование процессов роста леса, проведенное как на феноменологическом макро-уровне (уравнения реакции-диффузии), так и микроскопическом уровне (клеточный автомат), показало, что взаимодействие на уровне растений – главных игроков пермского леса – приводит к специфическому образованию паттернов в виде пространственно-неоднородного распределения древостоя той или иной породы. Кроме фундаментального аспекта, такое моделирование имеет и прямое значение для бережного использования лесных ресурсов и развития соответствующих отраслей экономики Пермского края. Практический интерес представляет процесс моделирования восстановления леса при вырубках, оценка его качественного и количественного состава. Основным направлением дальнейших исследований будет использование в рассмотренной пространственно-распределенной модели реальной лесоустойчивости информации Пермского края.

Литература

1. **Levin S. A.** Ecology 73, 1943. 1992.
2. **Greig-Smith P.** J.Ecol. 67, 755. 1979.
3. **Kershaw K. A.** Ecology 44, 377. 1963.
4. **Valentin C. J.M.d'Herbes and J.Poesen,** Catena 37, 1. 1999.
5. **Ponce V. M. and Cunha C. N.** J.Biogeogr. 20, 219. 1993.
6. **Лоренц Э.** Странные аттракторы. М.: Мир. С. 88–116. 1981.
7. **Cross M. S. and Hohenberg P. C.** Rev. Mod. Phys, 65, 673. 1993.
8. **Йосс Ж., Д Джозеф.** Элементарная теория устойчивости и бифуркаций. М.: Мир, 301 с. 1983.
9. **Николис Г., Пригожин И.** Самоорганизация в неравновесных системах. М.: Мир, 308 с. 1979.
10. **Lefever R. and O Lejeune.** Bull. Math. Biol. 59, 263. 1997.
11. **Lejeune O., Couteron P. and Lefever R.** Acta Oecol. 20, 171. 1999.
12. **Lejeune O., Tlidi M. and P Couteron.** Phys. Rev. E 66, 010901. 2002.
13. **Botkin D. B., Janak J. F., and J Wallis. R.** IBM J. Res. Dev., 16,101. 1972.
14. **Shugart H. H.** A Theory of Forest Dynamics. Springer-Verlag, New York. p. 328. 1984.
15. **Pacala S. W., Canham C. D. and Silander J. A. J.** Can. J. For. Res., 23, 1980. 1993.
16. Лесной фонд России. Справочник. М.: ВНИИЦлесресурс, 280 с. 1995.
17. **Schenk C. P., Or-Guil M., Bode V. and Purwins H.-G.** Phys. Rev. Letter 78, 3781. 1997.