ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА ИЗОБРЕТАТЕЛЬСКИХ ЗАДАЧ[*]

А. Б. Бушуев, С. А. Чепинский (Санкт-Петербург)

Разработка средств имитационного моделирования изобретательских задач, да и всего математического аппарата научно-технического творчества, находится на первоначальном этапе своего развития. В математическом смысле класс изобретательских задач, находящийся на стыке мышления и техники, пока еще не выделился из совокупности общесистемных проблем теории развития и искусственного интеллекта. Существующее программное обеспечение в помощь изобретателю, например «Изобретающая машина» [1], имеет в основе математический аппарат экспертных систем и практически не связано с имитационным моделированием.

Сложность проблемы заключается в разделении и совмещении стадий функционирования и развития технических систем. Изобретатель, обдумывая новое техническое решение, т. е. развивая техническую систему, опирается на функционирование (работу) прототипа. В то же время работа системы является частью ее эволюции, и, по крайней мере, численные значения коэффициентов для моделей развития приходится брать из реальных технических систем.

Поскольку по законам диалектики переход к новому качественному решению не может происходить без скачка, необходимо учитывать тем или иным образом дискретность математических моделей изобретательских задач. К настоящему моменту складываются три основных вида дискретных моделей, применяемых для различных целей в изобретательской практике: а) дискретные во времени; б) дискретные в пространстве, но непрерывные во времени; в) дискретные и в пространстве, и во времени.

Модель, дискретная во времени. Такая модель используется в задаче оценки уровня развития технической системы [2, 3], который определяется по патентным формулам изобретений, защищающих техническую систему.

Рассмотрим хронологическую последовательность изобретений x_k , $k = 0,1,2,..$, в которой изобретение x_{k-1} является прототипом для изобретения x_k. Тогда каждое изобретение можно рассматривать как состояние одноканальной системы массового обслуживания с ожиданием, на которую поступает случайный поток признаков S_i, $I = 0,1,2,...$ В патентном праве признаками устройства являются элементы, узлы, детали, связи между ними, взаиморасположение и материал элементов и т.п. Признаки ограничительной части формулы изобретения поступают на обслуживание, образуя ядро изобретения $\mathrm{Ker} x_k$. Признаки отличительной части находятся в ожидании, образуя очередь $\mathrm{Lin}\, x_k$. Пусть $p_{ik}(\mathrm{Ker}\, x_k)$ – вероятность того, что признак S_i□Ker x_k, а $p_{jk}(\mathrm{Lin}\, x_k)$ – вероятность того, что признак S_j□Lin x_k, $i \neq j$, тогда можно показать, что $\lim p_{jk}(\mathrm{Lin}\, x_k)$ при $k \to \infty$ меньше или равен 0,5, а $\lim p_{ik}(\mathrm{Ker}\, x_k)$ равен 1. Действительно, у отличительного признака k-го изобретения есть только два исхода: либо выпасть из формулы $k+1$-го изобретения, либо перейти в ограничительные признаки $k+1$-го изобретения. Ограничительный же признак имеет более высокую вероятность «прижиться» в последовательности изобретений: хотя изобретатели и стараются выкинуть его для повышения новизны, однако не могут этого сделать из-за потери работоспособности устройства.

В общем случае в k-е ядро входит m-штук ограничительных признаков. Тогда плотность ядра определяется произведением вероятностей

$$p(k) = p_{1k}(\mathrm{Ker}\, x_k)\, p_{2k}(\mathrm{Ker}\, x_k) p_{3k}(\mathrm{Ker}\, x_k) ... p_{mk}(\mathrm{Ker}\, x_k) \quad (1)$$

[*] Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 06-08-01289-а.

в предположении, что признаки независимы. В противном случае необходимо учитывать условные вероятности.

Для описания эволюции ядра можно использовать дискретное уравнение Бернулли

$$p(k+1) = a_1\, p(k)+a_2\, p^2(k)+a_3\, p^3(k)+..., \tag{2}$$

в котором в целях упрощения ограничиваемся двумя членами ряда, т.е.

$$p(k+1) = \lambda\, p(k) - \rho\, p^2(k),\ k = 0,1,2,... \tag{3}$$

Уравнение (3) является дискретным аналогом уравнения Ферхюльста–Перла, которое описывает развитие популяций и имеет решение

$$p(k) = p(0)\prod_{j=0}^{k-1}\lambda - B_j\ , \tag{4}$$

где $B_j = B_{j-1}\ (\lambda - B_j)$, $i = 1,2,3,...$, $B_0 = \rho p(0)$. Коэффициенты λ и ρ определяются экспериментально. Огибающей решетчатой функции $p(k)$ является так называемая S-образная кривая, или логиста [4]. По виду S-кривой и оценивается уровень развития технической системы. График при изменении k имеет три этапа: медленного роста, бурного роста и насыщения (когда $p(k) \approx 1$). Если поступивший на обслуживание признак настолько сильный, что способен обеспечить работоспособность системы без старых ограничительных признаков, то они покидают формулу, плотность ядра резко падает, и система переходит на развитие по новому принципу действия, по новой логисте.

Модель, дискретная в пространстве и непрерывная во времени [5]. Такая модель используется для имитационного моделирования структурно-энергетических схем (СЭС). СЭС составляется на основе функциональной схемы системы и отражает преобразование потока энергии/информации системой [6]. Функциональная схема дискретизируется по пространству вдоль линии преобразования, т. е. разбивается на одинаковые ячейки типа «поле–вещество–поле» или $П_{i-1}\rightarrow В_i\rightarrow П_i$, где i – порядковый номер поля. Под веществами в теории решения изобретательских задач (ТРИЗ) [4] понимаются любые элементы, устройства, узлы системы, ее функциональные части. Поля отражают, в принципе, любое взаимодействие между веществами. Например, вещественно-полевая СЭС датчика давления может быть представлена в виде $П_0\rightarrow В_1\rightarrow П_1\rightarrow В_2\rightarrow П_2\rightarrow В_3\rightarrow П_3$, где $П_0$ – входное измеряемое поле давления; $В_1$ – гибкая мембрана, поле прогиба $П_1$ которой действует на шток-сердечник индуктивного преобразователя перемещений $В_2$, выходной ток которого в виде электрического поля $П_2$ поступает на вход электронного усилителя-преобразователя $В_3$, выходной усиленный сигнал которого в виде информационного поля $П_3$ выдает цифровой код измеренного давления.

Каждое поле как воздействие можно охарактеризовать потенциалом или потенциальной функцией V_i, которая для технических систем отождествляется с потенциальной энергией. Очевидно, возможности продвижения поля через вещество $В_i$ связаны с выполнением условия $V_{i-1} > V_i$. Это условие вытекает из причинно-следственной связи между полями $П_{i-1}$ и $П_i$, а в структуре определяется по направлению прохождения энергии/информации через вещество $В_i$. Для активных веществ, питающихся от внешних источников, энергетическое условие меняет знак $V_{j-1} < V_j$.

Проходя через вещество, поле резко изменяет свои свойства: физическую природу и (или) интенсивность. Поэтому для моделирования скачка преобразования веществом $В_i$ поля $П_{i-1}$ в поле $П_i$ используем математическую катастрофу типа «сборки» с потенциальной функцией

$$V_i = 0{,}25\, p_i^{\,4} - 0{,}5\, a_i\, p_i^{\,2} + b_i\, p_i\,, \qquad (5)$$

где в качестве координаты p_i выбрана вероятность преобразования поля $П_{i-1}$ в поле $П_i$**;** a_i и b_i – управляющие параметры катастрофы.

Считая вещество $В_i$ градиентной системой, из условия $-\partial V_i/\partial p_i = k_i T_i dp_i/dt$ получаем дифференциальное уравнение для эволюции вероятности $p_i(t)$

$$k_i T_i dp_i/dt = -\, p_i(t)^3 + a_i\, p_i(t) - b_i\,, \qquad (6)$$

где T_i **–** постоянная времени, характеризующая инерционные свойства вещества $В_i$; k_i – масштабирующий множитель, выравнивающий размерности.

При $b_i = 0$ получаем однородное дифференциальное уравнение, определяющее саморазвитие координаты $p_i(t)$ от начального условия $p_i(0)>0$ до установившегося значения $p_{iуст} = (a_i)^{1/2}$. Параметр $b_i \neq 0$ определяет влияние поля $П_{i-1}$ на координату $p_i(t)$, т. е. внешнее воздействие со стороны предыдущей координаты $p_{i-1}(t)$, и позволяет при моделировании структуры состыковать элементарные ячейки. Для стыковки ячеек определим внешнее воздействие на i-ю ячейку

$$b_i = d_i p_{i-1}(t), \qquad (7)$$

где d_i – коэффициент диффузии. Тогда дифференциальное уравнение любой ячейки структуры будет иметь вид

$$k_i T_i dp_i/dt = -\, p_i(t)^3 + a_i\, p_i(t) - d_i p_{i-1}(t), \qquad (8)$$

где V_i определяется из выражения (5), а система уравнений типа (8) для разных i задает имитационную модель всей структуры. Коэффициенты в уравнениях (8) определяются при масштабировании катастрофы для каждого вещества $В_i$ [7].

Модель, дискретная в пространстве и во времени. К такого рода моделям приводит процесс моделирования алгоритма решения изобретательских задач (АРИЗ) [4], в котором необходимо математически задать понятие «свойство». Первоначально модель технической системы, или, лучше сказать, ее «узкого места», представляется в виде технического противоречия (ТП), т. е. диалектико-логической модели. Например, для проблемы городского транспорта можно сформулировать следующее ТП: если автобус большой (длинный или высокий, или широкий), то он более комфортабельный, но менее маневренный, если автобус маленький (короткий и т. д.), то он более маневренный, но менее комфортабельный. Свойства маневренности и комфортабельности конкурируют в мышлении изобретателя, решающего задачу по АРИЗ, обостряются и приводят к конфликту.

Модель [8] развития противоречивых свойств ТП получена на основе математической катастрофы типа «гиперболическая омбилика»:

$$Kdx/dt = -\,3xy - ay; \qquad (9)$$

$$Kdy/dt = 3xy - ax, \qquad (10)$$

где t – время, x и y – координаты, определяющие эволюцию противоположных свойств технического противоречия во времени с начальными условиями $y(0) = -x(0)>0$; K и a – параметры, определяющие свойства мышления. График решения (9), (10) представляет собой две антисимметричные относительно оси времени S-кривые, которые при $t\to\infty$ максимально расходятся, предельно обостряя конфликт и включая механизм поиска нового решения, которое в АРИЗ называется Х-элементом. Как доказано в [8], математическая модель поисковых движений в подсознании представляет собой хаотический аттрактор Ресслера. В результате поиска в момент «озарения» происходит «захват» Х-элемента, новое решение пробивается в сознание изобретателя. Критерием захвата служит степень удаления нового решения от идеального конечного результата. Система мысленного поиска замыкается обратной связью и переходит в режим слежения за X-элементом, дифференциальное уравнение которого в режиме слежения имеет вид

$$K\mathrm{d}z/\mathrm{d}t = 3xy - az, \tag{11}$$

где z – координата, определяющая эволюцию X-элемента.

Естественно, возникает вопрос: каким свойством z должен обладать X-элемент, чтобы разрешить противоречие между свойствами x и y, например, между маневренностью и комфортабельностью?

Будем считать, что решение получено, тогда в (11) можно перейти в установившийся режим, откуда получаем алгебраическую модель

$$z = 3xy/a = Cxy. \tag{12}$$

Теперь для определения свойства z перейдем в (12) к пространственно-временной дискретизации, используя кинематическую систему физических величин, предложенную Р.О. ди Бартини [9]. Фрагмент системы Бартини поясняет таблица, в которой в базисе длины L и времени T приведены размерности физических величин.

Кинематическая система физических величин

D	L^{-1}	L^0	L^1	L^2	L^3	L^4
T^{-3}	$L^{-1}T^{-3}$	L^0T^{-3}	Плотность потока	Напряженность эл.-магн. поля Вязкость	Ток Массовый расход	Импульс
T^{-2}	Изменение объемной плотности	Угловое ускорение	Линейное ускорение	Разность потенциалов	Масса Количество электрич-ва	Магнитный момент
T^{-1}	Электр. объемная плотность	Частота Угловая скорость	Линейная скорость	Обильность двумерная	Расход объемный	Скорость смещения объема
T^0	Кривизна Изменение проводимости	Безразмерная величина Константа	Длина Емкость Самоиндукция	Поверхность (площадь)	Объем	Момент инерции плоской фигуры
T^1	Проводимость	Период	Длительность расстояния	L^2T^1	L^3T^1	L^4T^1

Таблица может быть продолжена в любую сторону путем изменения степеней m и n у L^m и T^n. Например, сила имеет размерность L^4T^{-4}, давление – L^2T^{-4}, энергия и статистическая температура – L^5T^{-4} и т.д. Числа m и n – любые целые для реального трехмерного пространства $|m+n|\leq 3$.

Переходя к размерностям в (12), получаем дискретную математическую модель, связывающую конкурирующие свойства ТП со свойством нового решения, разрешающего противоречие:

$$L^{m3}T^{n3}=C\,L^{m1}T^{n1}\,L^{m2}T^{n3}. \tag{13}$$

Постоянная C в общем случае является размерной константой, т. е. $C = L^pT^{\,q}$, где конкретные значения p и q задают то или иное свойство нового решения, поскольку изобретательская задача принципиально может иметь несколько решений.

Например, если задать маневренность автобуса через радиус циркуляции, то получим $L^{m1}T^{n1}=L^{1}T^{0}$=м. Комфортабельность зададим количеством квадратных метров площади салона автобуса на одного человека, т. е. $L^{m2}T^{n2}=L^{2}T^{0}$=м^2/чел=м^2. Если решением изобретательской задачи является сочлененный автобус («гармошка»), имеющий в динамике свойство переменности объема, тогда можно найти постоянные p и q модели (13): $L^{3}T^{0}=L^{0}T^{0}\,L^{1}T^{0}\,L^{2}T^{0}$, откуда $p = q = 0$.

Выводы. Полученные модели отличаются степенью учета содержательного смысла работы моделируемой системы. При оценке развития системы по формулам изобретений не рассматривается смысл технического решения, поскольку в формуле изобретения защищается, по сути, только конструкция. Однако это не означает, что содержательный смысл не присутствует в такой оценке, так как защищенное патентом решение обладает новизной, имеет изобретательский уровень и промышленно применимо. Поэтому смысл учитывается косвенно, при патентной экспертизе.

Информационно-энергетическая модель наиболее тесно связана со смыслом развития системы в мышлении изобретателя при разработке ее структуры. Моделируя или, в данном случае, развивая систему, изобретатель в «быстром» времени выявляет кривую развития всей системы на основании кривых развития подсистем. Моделирование позволяет выявить «узкое» место, торможение развития.

Моделирование свойств противоречия и есть моделирование «узкого» места, т. е. того звена, за которое можно вытянуть всю цепь. Хотя такое моделирование и не решает изобретательскую задачу, поскольку еще нужно обнаружить это «узкое» место или его создать, а также грамотно сформулировать противоречие, однако оно облегчает поиск подходящего физического свойства, которым должно обладать новое решение.

Литература

1. **Цуриков В. М.** Проект изобретающая машина: интеллектуальная среда поддержки инженерной деятельности//Журнал ТРИЗ. 1991. Т. 2, № 1. С. 17–34.
2. **Бушуев А. Б., Михайлов С. В., Рюхин В. Ю., Мансурова О.** К. Оценка уровня развития технических систем по формулам изобретений//Изв. вузов. Приборостроение.1998. Т. 41, № 7. С. 65–68.
3. **Бушуев А. Б., Чепинский С. А.** Структурно-патентный анализ технических систем//Сб. докладов Международной конференции TRIZfest-07 «Теория и практика решения изобретательских задач». М., 2007. С. 240–246. http://www.metodolog.ru/01169/01169.html
4. **Альтшуллер Г. С.** Найти идею. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1991. 324 с.
5. **Бушуев А. Б., Мансурова О. К.** Динамическая модель структурно-энергетических схем изобретений//Проблемы машиноведения и машиностроения. Межвуз. сб. Вып. 36. СПб.: СЗТУ, 2006. С. 61–69.
6. **Голдовский Б. И., Вайнерман М. И.** Рациональное творчество. М.: Речной транспорт, 1990. 120 с.
7. **Бушуев А. Б.** Модель процесса управления конфликтом в изобретательской задаче//Проблемы машиноведения и машиностроения. Межвуз. сб. Вып. 34. СПб.: СЗТУ, 2005. С. 45–50.
8. **Бушуев А. Б.** Х-элемент: поиск, захват, слежение//Сб. докладов Международной конференции ТРИЗФЕСТ 2006 «Три поколения ТРИЗ». СПб., 2006. С. 310–317. http://matriz.ru/6activity/06-works/06-works-05.pdf
9. **Ди Бартини Р. О., Кузнецов П. Г.** Множественность геометрий и множественность физик//Материалы семинара «Кибернетика электроэнергетических систем». Брянск,1974. http://situation.ru/app/rs/lib/pobisk/ur_model_sys/ur_model_sys.htm