

РЕШЕНИЕ ОПТИМИЗАЦИОННЫХ ЗАДАЧ НА ОСНОВЕ ИМИТАЦИОННЫХ МОДЕЛЕЙ

С. В. Микони (Санкт-Петербург)

Введение

Одной из областей применения имитационных моделей является решение оптимизационных задач, в частности, задач планирования. Высокая размерность этих задач часто становится препятствием на пути применения моделей математического программирования (МП). Построение модели МП оказывается весьма трудоёмким процессом, а реализация громоздких математических моделей на вычислительных средствах оказывается весьма затруднительной, а порою и невозможной.

Решение оптимизационной задачи на основе имитационной модели заключается в отборе наилучшего результата моделирования. Процесс перебора результатов моделирования с целью выделения наилучшего варианта можно сопоставить с процессом перебора вершин многогранника, выполняемым при решении задачи линейного программирования. Однако замена формальной математической модели на имитационную модель не гарантирует получения оптимального результата.

В работе рассматривается метод решения оптимизационных задач с использованием имитационных моделей на примере расстановки на ночь поездов метрополитена.

Поиск оптимального решения на основе имитационной модели

Для моделирования на компьютере имитационная модель предметной области (ПО) представляется входными $x_i \in X$, выходными $y_j \in Y$ и управляющими $u_s \in U$ переменными, связанными функциональными зависимостями $f_1, \dots, f_j, \dots, f_n$ [1]:

$$y_1 = f_1(x_1, \dots, x_i, \dots, x_m, u_1, \dots, u_s, \dots, u_k),$$

.....

$$y_j = f_j(x_1, \dots, x_i, \dots, x_m, u_1, \dots, u_s, \dots, u_k),$$

.....

$$y_n = f_n(x_1, \dots, x_i, \dots, x_m, u_1, \dots, u_s, \dots, u_k).$$

Порождение вариантов ПО заключается в нахождении значений выходных переменных $y_l = (y_{l,1}, \dots, y_{l,j}, \dots, y_{l,n})$, $l=1, \dots, N$, для каждого фиксированного набора управляющих переменных $u_l = (u_{l,1}, \dots, u_{l,s}, \dots, u_{l,k})$ на заданной последовательности воздействий $x = (x_1, \dots, x_L)$ длины L . Значения функций используются в качестве критериев для выбора наилучшего варианта настройки модели: $u^* = (u_{1,1}^*, \dots, u_{s,1}^*, \dots, u_{k,1}^*)$.

Количество вариантов N , порождаемых комбинированием числа значений z_s , $s=1, \dots, k$, управляющих параметров, определяется произведением:

$$N = \prod_{s=1}^k z_s. \quad (1)$$

Если число значений для всех управляющих параметров одинаково: $z_1 = \dots = z_s = \dots = z_k$, то количество вариантов N вычисляется как степень от числа значений: z^k .

Из формулы (1) нетрудно заключить, что число результатов моделирования N связано экспоненциальной зависимостью с числом управляющих переменных. Существенное влияние на величину N оказывает число значений z_s s -го управляющего пара-

метра. Следовательно, для уменьшения величины N следует стремиться к минимизации как числа управляющих переменных, так и их значений.

Сужение области результатов моделирования Y , как правило, достигается эмпирическим подбором управляющих переменных и их значений на основе анализа предметной области. Диапазон значений $[u_{s,\min}, u_{s,\max}]$ s -й управляющей переменной u_s задаётся исходя из опытных данных или теоретических предположений. Дискретность диапазона $\Delta u_s = z_s - 1$ подбирается исходя из минимизации числа шагов моделирования.

Из способа задания условий моделирования следует, что, если даже удаётся подобрать границы области, включающей оптимальный вариант u^* , согласно теореме Куна-Таккера, гарантия его получения отсутствует в силу дискретного задания переменных. Тем не менее во многих практических задачах нас может устроить приближённое – квазиоптимальное решение, которое находится из множества настроек управляющих переменных U .

Сокращению множества потенциальных решений оптимизационной задачи способствует то обстоятельство, что не все варианты моделирования являются *допустимыми*. Отбор допустимых вариантов может осуществляться *в процессе* моделирования проверкой значений выходных переменных $y_1, \dots, y_j, \dots, y_n$ на выполнение заданных ограничений $c_1, \dots, c_j, \dots, c_n$.

Несмотря на принятые меры по сокращению множества U допустимых вариантов решения задачи, оно может включать десятки, а то и сотни вариантов решения. Они представляются массивом векторов выходных переменных $y_l = (y_{l,1}, \dots, y_{l,j}, \dots, y_{l,n})$, $l = 1, \dots, N$. Для нахождения квазиоптимального варианта u^* следует воспользоваться методами многокритериальной оптимизации. Согласно [2] в том случае, когда нас интересуют экстремальные значения параметров y_j , $j = 1, \dots, n$, осуществляется отбор недоминируемых вариантов решения (множества Парето). Когда известны ограничения на значения параметров y_j , $j = 1, \dots, n$, осуществляется сужение допустимого множества вариантов. Однако методы отбора наилучших вариантов решения не гарантируют выделения единственного варианта. Для его нахождения используются либо экспертные методы, пригодные для трёх-пяти вариантов решения, либо методы упорядочения вариантов с использованием функции полезности относительно экстремальных или заданных значений параметров [2].

Проиллюстрируем решение оптимизационной задачи изложенным методом на примере расстановки на ночь поездов метрополитена [3].

Содержательная постановка задачи

Расстановка поездов на ночь является одной из задач, решаемых при составлении графика движения поездов в метрополитене. Каждый поезд должен занять заранее предписанное ему место в линии метрополитена (в тупиках, на станциях и возле них).

Решение задачи было бы тривиальным, если бы в течение дня сохранялось количество поездов на линии и порядок их следования. Однако эти параметры меняются в силу изменения парности поездов в разное время дня, выбытия их из линии для осмотра и ремонта, убытия в депо и прибытия из него. Переупорядочение поездов в направлении заданного порядка осуществляется в метро за счёт перепуска последующего поезда вперёд на конечной станции либо перевода на обратный путь на оборотной станции (сокращённый оборот поезда). Отрицательным свойством этих операций является увеличение интервалов движения поездов и времени их простоя на станциях. Таким образом, имеет место следующая оптимизационная задача – *минимизировать* время переупорядочения поездов на линии $T_{\text{пор}}$ при ограничениях на интервал времени движения поездов, их простоя на станциях, количество оборотных станций и другие ресурсы. Задача может быть формализована моделью линейного программирования.

Оптимизационная модель задачи

Поставленная задача имеет следующую целевую функцию: $T_{\text{пор}} \rightarrow \min$.

Модель должна удовлетворять следующим ограничениям (нормам):

- 1) среднее время прохождения перегона между i -й и j -й станциями $t_{\text{пер},ij} = t_{\text{пер},\text{норм}}$;
- 2) среднее время стоянки на станции $t_{\text{ст},i} = t_{\text{ст},\text{норм}}$;
- 3) время ухода (прихода) j -го поезда из (в) линии $t_{\text{ух},j} \leq t_{\text{ух},j\text{ план}}$;
- 4) интервал между техническим обслуживанием $t_{\text{обитт},j} \leq t_{\text{обитт},\text{план}}$;
- 5) время технического обслуживания j -го поезда $t_{\text{обсл},j} \leq t_{\text{обсл},\text{норм}}$;
- 6) время ожидания выхода j -го поезда в линию (отстоя) $t_{\text{отст},j} \leq t_{\text{отст},\text{норм}}$;
- 7) равномерность интервала движения $|t_{\text{инт},i} - t_{\text{инт},i-1}| \leq \varepsilon$.

Количество отправок поездов в двух направлениях линии метрополитена определяется как $2nN(D/T)$, где:

D – время движения транспорта в течение суток;

T – время оборота транспортного средства в линии.

Каждая переменная задаёт время отправления j -го транспортного средства с i -й станции в обоих направлениях движения в течение рабочего дня. Для линии, имеющей порядка 20 станций и более десятка поездов, график движения содержит от сотен до тысяч этих переменных. Таким образом, решение сформулированной задачи методом линейного программирования представляется затруднительным в силу большой её размерности и необходимости варьирования исходными данными. Поэтому для решения задачи разработана имитационная модель линии метрополитена. Она позволяет моделировать процесс расстановки поездов на ночь, реализовывать различные способы перепорядочения поездов, определять параметры движения для каждого варианта. Последние могут использоваться в качестве исходных данных для составления заключительного этапа графика движения поездов.

Решение задачи на основе имитационной модели

Для построения имитационной модели движения поездов в линии метрополитена в [3] принята многоагентная парадигма, которая рассматривает станции как коллективный орган, принимающий решения по поддержанию интервальности движения поездов в линии. В качестве агентов многоагентной системы будем использовать станции, а в качестве управляемых объектов – поезда, курсирующие в линии.

Использование модели многоагентной системы позволяет перейти от централизованного синтеза графика движения поездов к децентрализованному синтезу. При этом централизованное принятие решений за все элементы системы (станции) заменяется совокупностью принятия локальных решений (на каждой станции).

Как известно из теории управления, его децентрализация требует решения следующих проблем:

- распределения полномочий в системе между целым и его частями;
- установления сфер действия частей;
- координации действия частей для достижения цели целого.

В рамках решаемой задачи за графистом остаётся принятие следующих решений:

- установление количества поездов в линии;
- обеспечение их парности (движения в противоположных направлениях);
- установление максимальной интервальности движения;
- выбор оборотных станций (для наилучшей расстановки составов на ночь);
- установление критериев оценки вариантов синтезируемых графиков.

На станции возлагаются решения, соответствующие их назначению и путевому развитию: функцией выдержки поездов обладает каждая станция линии, функцией ухода/прихода – станции ухода, функциями переупорядочения поездов – оборотные и конечные станции. Для решения задачи упорядочения поездов они нумеруются в том порядке, в каком им надлежит находиться на станциях ночной стоянки поездов (НСП).

В качестве сферы действия каждой станции в режиме движения без переупорядочения поездов устанавливается предыдущий перегон по направлению движения, а для оборотной или конечной станции при переупорядочении поездов – совокупность перегонов между ними.

Координация действия станций организуется относительно данных (текущего состояния линии), ограничения сфер действия станций и контроля заданных параметров движения в линии.

Поскольку каждый поезд к концу дня должен занять место стоянки на заданной станции, задача расстановки заключается в переупорядочении поездов в процессе их движения в соответствии с порядком следования станций в линии. Под решением задачи упорядочения будем понимать приведение исходного порядка следования поездов в линии к *лексикографическому* порядку их номеров ($N_i < N_{i-1}$).

Принятие решения о движении поездов на оборотной или конечной станции осуществляется на основе вычисления и сопоставления *циклических разностей* номеров поездов, образующих поездную ситуацию на этой станции. Под *поездной ситуацией* понимается совокупность поездов, находящихся на самой станции и на смежных ей перегонах в обоих направлениях движения. Циклическая разность вычисляется на оборотных и конечных станциях имитационной модели линии метрополитена для каждой пары номеров поездов, которые при выборе направления или очередности движения могут находиться в отношении «предыдущий/последующий» (N_{np}, N_{cl}).

В качестве модуля *циклической разности* принимается наибольший номер N относительной нумерации поездов. Циклическая разность $dN = (N_{np} - N_{cl}) \bmod N$ вычисляется по следующему правилу:

если $N_{np} \leq N_{cl}$, то $dN = N_{cl} - N_{np}$, иначе $dN = (N - N_{np}) + N_{cl}$.

Под *вариантом* упорядочения поездов, полученным на имитационной модели линии метрополитена, понимается расстановка поездов в лексикографическом порядке как функция исходной расстановки и значений управляющих переменных:

- перечень оборотных станций, используемых для оборота поездов;
- интервал отправления с оборотной станции $\{0, 1\}$;
- использование конечной станции для изменения порядка поездов.

Результаты решения задачи

Из всех возможных комбинаций значений управляющих переменных не все оказываются результативными, т.е. не обеспечивают лексикографического порядка поездов. Во избежание закливания программы вводится ограничение на число итераций поездов в линии. К функциональным ограничениям относится время упорядочения поездов. Полученные с учётом этих ограничений варианты упорядочения поездов считаются *допустимыми*. Их число достигает нескольких десятков вариантов. Из них выбираются наилучшие варианты на основе следующих выходных параметров, принимаемых за критерии оценивания:

1. полное время расстановки поездов (до станции НСП);
2. время упорядочения поездов;
3. максимальный интервал между поездами;
4. максимальное время простоя поезда;
5. число промежуточных оборотов;

6. максимальный интервал ожидания в оборотной станции;
7. интервал ожидания перед оборотной станцией в пути 1;
8. интервал ожидания перед оборотной станцией в пути 2.

Для выбора наилучшего варианта упорядочения привлекаются такие методы многокритериальной оптимизации, как отбор по Парето или/и по ограничениям на значения критериев, упорядочение на основе функции полезности. В выборе и настройке метода оптимизации принимают участие эксперты-графисты.

Заключение

Обобщая рассмотренный подход на широкий класс оптимизационных задач, можно сделать вывод о том, что, несмотря на разнообразие используемых имитационных моделей, существует возможность использования *единых* методов многокритериальной оптимизации для нахождения квазиоптимального варианта решения. Поскольку результаты моделирования на любой имитационной модели представляются n -мерным массивом выходных векторов $y_l = (y_{l,1}, \dots, y_{l,j}, \dots, y_{l,n})$, $l=1, \dots, N$, независимо от их содержательной интерпретации они могут сохраняться в реляционной базе данных. Для нахождения квазиоптимального варианта решения может использоваться общая для всех имитационных моделей специализированная система многокритериального оценивания вариантов, имеющая возможность импорта исходных данных из базы данных общего назначения. При этом предпочтение следует отдавать системе, имеющей широкий спектр методов выбора и анализа его результатов. В качестве таковой можно рекомендовать систему выбора и ранжирования СВИРЬ, обладающую свойствами универсальности и эргономичности [4].

Литература

1. Павловский Ю.Н. Имитационные модели и системы. –М.: ФАЗИС, ВЦ РАН, 2000. –131 с.
2. Микони С.В. Теория и практика рационального выбора. –М.: Маршрут, 2004. – 462с.
3. Mikoni S. Multi-Agent Model for Metro Scheduling// Proceedings of the 1-st International Workshop of Central and Eastern Europe on Multi-Agent Systems. CEEMAS'99, St.Petersburg, 1999. –P.187–196.
4. www.pgups.ru/nauka/mikoni