ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ РАЗМЕЩЕНИЯ. ОСНОВНЫЕ МОДЕЛИ

М. А. Верхотуров, В. В. Мартынов, Э. А. Мухачева (Уфа)

Введение

Известно, что для повышения конкурентоспособности российских предприятий, выпускающих сложную продукцию, на внешнем рынке одним из обязательных условий является наличие для данной продукции методов компьютерной поддержки основных бизнес-процессов на всех этапах жизненного цикла (ЖЦ) изделий. Эту проблему призвано решить внедрение CALS-технологий, направленных на информационную интеграцию систем CAD/CAM/CAE/PDM/ERP, которая должна обеспечить технологию электронного документооборота уровня предприятия в соответствии с требованиями международных стандартов CALS.

Одной из CAD/CAM–систем является автоматизированная система размещения, призванная обеспечить рациональное использование материала и оптимальную работу раскройного оборудования. Это достигается за счет упаковки заготовок на материале в соответствии с определенными критериями (обычно коэффициент использования материала).

Система состоит из препроцессорного блока (ввод и обработка информации об объектах раскроя или интерфейс с CAD/CAM соответствующими системами), оптимизационного ядра (где моделируется собственно раскрой) и постпроцессорного блока (вывод информации о раскрое на оборудование – интерфейс с соответствующими CAM-системами).

Наиболее сложная наукоемкая часть системы – оптимизационное ядро, включающее имитационное моделирование процессов размещения. С точки зрения комбинаторной сложности данные задачи принадлежат к классу *NP*-трудных. Исследованию теоретических и практических подходов и методов решения данных задач посвящен этот доклад.

В зависимости от мерности раскраиваемого материала и формы заготовок (что определяет размерность задач), размещение принято подразделять на линейное, прямоугольное, фигурное и трехмерное. Подробнее о классификации задач размещения в [10].

1. Прямоугольное размещение

1.1. Простейшая одномерная задача раскроя и упаковки

Материал для раскроя на заготовки заданных размеров поступает в виде одинаковых стержней (полос). Требуется раскроить стержни на заготовки с наименьшими затратами материала. Задача линейного раскроя (**1 Dimensional Cutting Stock Problem, 1DCSP**) определяется информационным вектором: $(L; m; l=(l_1,l_2,\ldots,l_m); b=(b_1,b_2,\ldots,b_m))$, где L – длина раскраиваемого материала; m – количество различных деталей; $l=(l_1,l_2,\ldots,l_m)$ – вектор длин деталей; l_i – веса (цены) заготовок; $b = (b_1,b_2,\ldots,b_m)$ – ассортиментный вектор, b_i – требуемое количество (соотношение) i-х заготовок. Вектор $\alpha^j=(a_{1j},a_{2j},..,a_{mj})^T \in Z_+^m$ описывает шаблон с компонентами a_{ij},указывающими в нем количество заготовок типа $I = 1,\ldots,m$..

Обозначим x_j, $j = 1,\ldots,n$ – интенсивность применения раскроя j. Проблема планирования оптимального раскроя материала сводится к следующей задаче.

Задача 1DCSP. Требуется минимизировать функцию

$$\mu(x) = \left\{ \sum_{j=1}^{n} x_j \middle| x = (x_1, x_2, ..., x_n) \in Z_+^n;\ \sum_{j=1}^{n} x_j \alpha^j = b \right\}. \quad (10$$

Если считать, что все векторы α^j, $j=1,\ldots,n$ заданы, то **1DCSP** является задачей линейного целочисленного программирования. Однако количество n различных шаблонов раскроя очень велико, поэтому столбцы матрицы A задаются неявно через условие (2).

1.2. Задача прямоугольной упаковки в полубесконечную полосу

Среди задач упаковки в контейнеры (**BPP**) кроме одномерного случая рассматриваются задачи упаковки в полубесконечную полосу (**1.5DBPP**) Остановимся на ней подробнее. Пусть имеются прямоугольная полоса заданной ширины W и неограниченной длины и набор из m прямоугольных предметов заданных размеров (w_i,l_i), $i=1,\ldots,m$. Введем прямоугольную систему координат: оси Ox и Oy совпадают соответственно с нижней неограниченной и боковой сторонами полосы. Положение каждого прямоугольника P_i зададим координатами (x_i,y_i) его левого нижнего угла.

Задача 1.5DBPP. Набор векторов (x_i,y_i), $i=1,\ldots,m$ называется прямоугольной упаковкой (**Rectangular Packing , RP**), если для $i\neq j; i,j=1,\ldots,m$

$$x_i \ge (x_j + l_j) \vee x_j \ge (x_i + l_i);\ y_i \ge (y_j + w_j) \vee y_j \ge (y_i + w_i); \quad (1)$$

для $i=1,\ldots,m$ $x_i \ge 0 \wedge y_i \ge 0 \wedge y_i + w_i \le W$. (2)

Условия (1) означают непересечение прямоугольников между собой, а (2) – с гранями полосы. Если длина L занятой части полосы достигает минимума, то **RP** – оптимальная упаковка.

Обобщением этой задачи являются проблемы двух и трехмерной упаковки, **2DBPP** и **3DBPP**.

1.3. Задача гильотинного раскроя

С решением **1.52DBPP** и **2DBPP** связана и задача реализации упаковок. Она зависит от особенностей раскройного оборудования или характера упаковки. Часто встречается **задача гильотинного раскроя-упаковки**, когда возможными являются только сквозные резы, параллельные кромкам материала. Для ее решения применяются методы, аналогичные одномерному случаю.

Обзор эвристических методов для решения задач гильотинного раскроя и прямоугольной упаковки представлен в статье A.Lodi, S.Martello & D.Vigo в 2002г. [4]. Там приведены известные детерминированные эвристики: **следующий** по убыванию длины (**NFDL**); **первый** по убыванию подходящей длины (**FFDL**); **лучший** подходящий по убыванию длины (**BFDL**) (рис. 1). Однако лучшие результаты достигнуты в безуровневых алгоритмах. Основная безуровневая стратегия известна под названием **нижний левый** (**Bottom Left**, **BL**) и состоит в упаковке элемента в самую нижнюю позицию, с выравниванием по левому краю.

Среди простых алгоритмов решения задач **1.5DBPP** и **2DBPP** выделяются те, которые служат декодерами в многопроходных алгоритмах. Их разработка стала актуальной в связи с появлением и развитием вероятностных методов локального поиска оптимума. Они вычисляют значение целевой функции и моделируют эскиз упаковки. Для этого с помощью декодера достаточно найти прямую схему кодирования, которой является последовательность координат (x,y), удовлетворяющая условиям допустимости упаковки. В качестве исходных кодов часто используют приоритетные списки (перестановки прямоугольников) [9]. Затем с помощью декодера переходят к прямой схеме. Различные варианты реализации простых декодеров использует И. П. Норенков в рамках генетического алгоритма [11]. I. Imahori (Япония) в 1995 г. разработал схему парных последовательностей (**Sequence Pair, Seq Pair**) кодирования упаковок для комбинаторного поиска [3]. Новыми декодерами являются декодеры парных списков, представляющие реализацию блочных технологий, разработанных А. С. Мухачевой (рис. 2) [8].

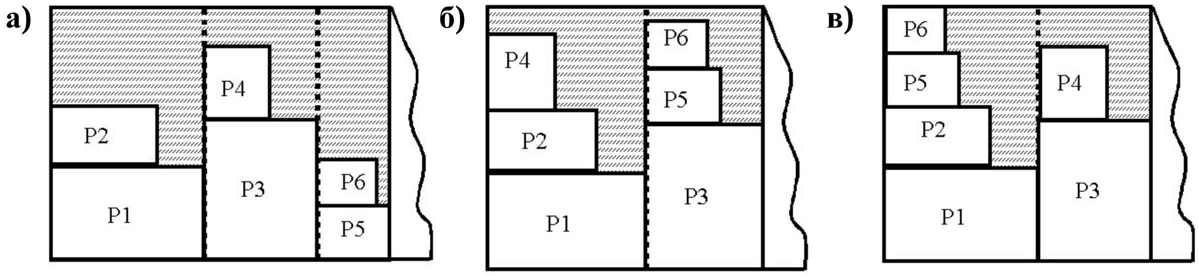


Рис. 1. Стратегии упаковок: а – NFDL; б – FFDL; в – BFDH

Разрабатываются простые эвристики для решения задач гильотинного раскроя большой размерности. Ряд таких алгоритмов разработан А. И. Ермаченко и Т. М. Сиразетдиновым [6]. Это **рекурсивный метод** с неявным перебором фрагментов карт, при котором полная карта строится один раз. Другая эвристика **поиска пустых корзин** также строит полную карту раскроя один раз.

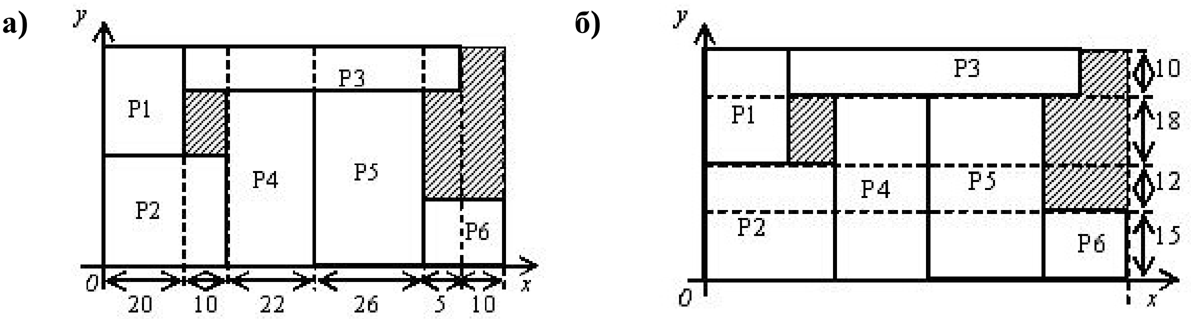


Рис. 2. Блок-структуры упаковки: а –вертикальная блок-структура; б – горизонтальная блок-структура

2. Регулярное размещение в полосе и на плоскости

Укладкой называется такое размещение геометрических объектов (ГО), когда они не имеют пересечений. Существуют регулярные и нерегулярные укладки.

Регулярные укладки в R^n-пространстве образованы параллельными переносами группы ГО той же размерности на векторы

$$\vec{a}_{j,m} = \vec{b}_j \times m \text{, где } m = \pm 1, \pm 2, ..., \pm \infty; j \le 1, 2, ..., n. \quad (4)$$

Остальные укладки составляют группу *нерегулярных*.

Выражение для определения плотности заполнения χ ГО $S_i, i = 1, 2, ..., n$ пространства R^n можно записать как

$$\chi = \sum_{i=1}^{n} \left[S_i\right] \Big/ \left[R^n\right], \qquad (5)$$

где $\sum_{i=1}^{n} \left[S_i\right]$ – суммарная метрическая характеристика, инцидентная ГО, $\left[R^n\right]$ – полное значение метрической характеристики для данной области. Для каждого типа размещения выражение (5) конкретизируется, включая в себя параметры размещения.

Функцией цели для данных задач обычно является плотность укладки, которая должна быть максимальной, при определенных ограничениях.

Для определения оптимальных регулярных укладок в качестве метода моделирования геометрических преобразований разработан оригинальный метод моделирования «годографа», позволяющий избавиться от недостатков кинематических методов. На базе этого метода разработаны алгоритмы оптимального размещения конгруэнтных заготовок и блоков заготовок в полосе и рационального решетчатого размещения на плоскости и в ограниченных областях (рис. 3) [5,7].

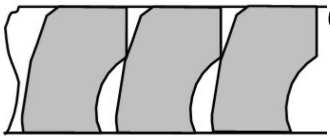
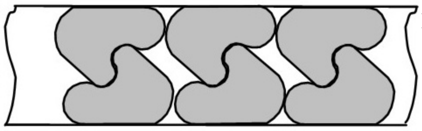
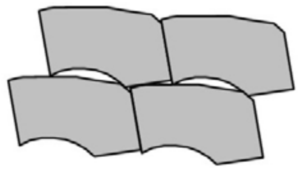
а)  б)  в) 

Рис. 3. Некоторые результаты регулярного размещения:
а – ГО в полосе; б – блок ГО в полосе; в – решетчатое размещение ГО

3. Нерегулярное размещение плоских геометрических объектов в заданных областях

Задача нерегулярного размещения ГО (*Irregular Cutting Stock Problem, ICSP*) рассматривается в следующей постановке: имеется область упаковки W и множество геометрических объектов $P = \{p_1,..., p_n\}$. Произвольную зафиксированную точку c_i объекта p_i назовем центром этого объекта. Картой раскроя называется изображение области упаковки W с расположенными на ней объектами $p_i, i = 1,...,n$, удовлетворяющими условиям: $p_i \cap p_j = \varnothing$, $p_i \cap W = p_i$.

Пусть $S(x)$ *площадь* области (объекта) x. Предполагается также, что $S(W) >> \sum_{i=1}^{n} S(p_i)$.

Разделим карту раскроя на две части: *деловой остаток* U и *занятую* ее *часть* Q, так что $Q = W \setminus U$. Распределим *незанятую часть* H *использованной области* упаковки Q между объектами $p_i, i = 1,...,n$ и внешностью области упаковки $\overline{Q}, i = 0$ на части $y_i, i = 0,1,...,n$ так, чтобы выполнялись следующие условия: $y_i \cap y_j = \varnothing, \bigcup_{i=0}^{n} y_i = H$, $\bigcup_{i=1}^{n} p_i \cup \bigcup_{i=0}^{n} y_i = Q$.

Целевая функция записывается следующим образом: $S(H) = S(\bigcup_{i=0}^{n} y_i) \to min$.

Суть постановки задачи – разместить геометрические объекты так, чтобы для полученной карты раскроя минимизировались непокрытые части (остатки) области размещения. Она полностью согласуется с общеизвестной постановкой по минимизации занятой части полосы (листа), но, в отличие от последней, применима и для областей размещения произвольной формы.

Качество карты раскроя характеризуется величиной *коэффициента раскроя* K_p, определяемой как: $K_p = \dfrac{S(P)}{S(Q)}$, где $S(P) = \sum_{i=1}^{n} S(p_i)$.

Даже с введением одного из самых распространенных упрощений – фиксации ориентации ГО, данная задача остается чрезвычайно сложной многоэкстремальной задачей математического программирования в пространстве высокой размерности с невыпуклой и несвязной областью допустимых решений.

Задачу 3 можно рассматривать как задачу дискретной оптимизации. Она переводится в этот класс при помощи принципа пообъектного размещения, который заключается в том, что на каждом шаге решения оперируют отдельными ГО, т. е. производят некоторые геометрические преобразования (изменение координат размещения и угла поворота ГО в области) каждого из них. В этом случае для решения задачи размещения используются методы моделирования геометрических преобразований, одним из наиболее применяемых из которых является метод, основанный на моделировании движения ГО в области допустимых размещений с учетом их взаимного непересечения. Он базируется на понятии годографа функции плотного размещения [12].

Основная проблема при решении задач дискретной оптимизации заключается в том, что одни из используемых методов приводят к большому перебору, другие останавливаются в точках локального оптимума, а таких точек может оказаться слишком много, и они могут сильно отличаться от глобального оптимума.

В последнее время широкое распространение получили такие эвристические методы, которые подходят для нахождения приближенных решений задач дискретной оптимизации любого типа, т. е. являются инвариантными по отношению к виду задачи. Это так называемые метаэвристические методы. Эти методы часто основаны на разумных умозаключениях (метод "поиск с запретами" TS – tabu search) или на механизмах функционирования, "скопированных" с живой (генетический алгоритм GA – genetic algorithm, алгоритм муравьиной колонии AC – ant colonies) или неживой природы (моделирование отжига SA – simulated annealing, алгоритм всемирного потопа GDA –great deluge algorithm и др.) [1]. Подробное применение этих методов для решения ICSP приведено в [2].

Литература

1. **Aarts E., Lenstra J. K. (eds.).** Local search in combinatorial optimization, John Wiley & Sons Ltd, 1997.–315 p.
2. **Holland J.H.** Adaptation in Natural and Artificial Systems. Ann Arbor: The University of Michigan Press, 1975.–96 p.
3. **Imahori S., Yaguira M., Ibaraki T.** Local Search Heuristics for the Rectangle Packing Problem With General Spatial Costs//MIC'2001 – 4th Metaheuristics International conference. –P. 471–476.
4. **Lodi A., Martello S., Vigo D.** Heuristic algorithms for the three-dimensional bin packing problem//European Journal of Operational Research. –2002. 141. –P. 410–420.
5. **Martynov V.** Geometrical objects regular placement onto a stock sheet or strip//Pesquisa Operacional.– SP – BRAZIL, Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, dezembro de 1999. –Vol. 19. –No.2. –P. 211–222.

6. **Ермаченко А. И., Сиразетдинов Т.М.** Рекурсивный метод для решения задачи гильотинного раскроя//Принятие решений в условиях неопределенности. Сб. научн. статей. –Уфа: УГАТУ, 2000. –С. 35–39.
7. **Мартынов В. В., Валиуллин А.М.** Регулярное размещение двумерных геометрических объектов сложной формы/Прикладная геометрия: электронный журнал. – М.: МАИ. –Вып. 3. –№ 4. http://www.mai.ru/~apg/–13.
8. **Мухачева А. С., Мухачева Э. А.** Конструирование алгоритмов локального поиска оптимума прямоугольной упаковки на базе двойственных задач линейного раскроя // Информационные технологии. –2002. –№ 6. –С. 25–30.
9. **Мухачева А. С., Чиглинцев А. В., Смагин М. А., Мухачева Э. А.** Задачи двумерной упаковки: развитие генетических алгоритмов на базе смешанных процедур локального поиска оптимального решения//Информационные технологии. –2001. –№ 9. Приложение.
10. **Мухачева Э. А., Верхотуров М. А., Мартынов В. В**. Модели и методы расчета раскроя-упаковки геометрических объектов. –Уфа: УГАТУ, 1998. –213 с.
11. **Норенков И. П.** Эвристики и их комбинации в генетических методах дискретной оптимизации//Информационные технологии. –1999. –№1. –С. 2–7.
12. **Стоян Ю. Г.** Размещение геометрических объектов. – Киев: Наук. думка, 1975.