

МЕСТО ИМИТАЦИИ В МОДЕЛИРОВАНИИ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ

Ю. И. Рыжиков (Санкт-Петербург)

Исключительное многообразие структуры и сложности проблем, решаемых методами имитационного моделирования и их практических приложений определяют (или, по крайней мере, *должны* определять) и разнообразие используемых при этом подходов. Таковых видится по крайней мере четыре:

- аналитические;
- численные (на основе аналитических);
- программирование имитационных моделей на языках широкого применения (типа Фортрана);
- оно же – на специализированных языках имитации.

Аналитические методы

Математической основой описания процессов рассматриваемого типа является теория очередей (в отечественной терминологии – массового обслуживания). Эта теория со времен А.К. Эрланга (1910-е гг.) прошла длинный путь развития и позволяет решать весьма широкий круг задач. Ее достоинством (как и любого аналитического подхода) является семантическая емкость, позволяющая немедленно извлечь из конечной формулы ряд важных следствий. Для примера получим и прокомментируем формулу (Полячека – Хинчина) среднего времени ожидания w начала обслуживания в одноканальной системе $M/G/1$.

Пусть λ – интенсивность входящего потока, $\{b_i\}$ – моменты распределения длительности обслуживания. Вновь прибывающая заявка должна дожидаться завершения начатого обслуживания и обслуживания накопленной очереди. Средняя длительность остатка обслуживания составляет $b_2/(2b_1)$, вероятность занятости равна λb_1 (следствие закона сохранения заявок). Средняя длина очереди $q = \lambda w$ (формула Литтла – закон сохранения стационарной очереди), а каждая заявка очереди займет систему в среднем на время b_1 . Закон сохранения объема работы требует равенства $w = b_2/(2b_1) \cdot (\lambda b_1) + \lambda w b_1$, откуда следует

$$w = \frac{\lambda b_2}{2(1 - \lambda b_1)}.$$

Ясно, что при приближении коэффициента загрузки λb_1 к единице среднее время ожидания стремится к бесконечности, откуда следует принципиальная порочность часто используемой практики назначения быстродействия системы обслуживания равной интенсивности входящего потока. С другой стороны, при регулярном обслуживании $b_2 = b_1^2$, а при показательном $b_2 = 2b_1^2$. Таким образом, при равных b_1 во втором случае среднее время ожидания больше ровно вдвое. Этот наглядный пример указывает на существенную зависимость результатов от вида (высших моментов) используемых распределений и явную недостаточность или ошибочность некритического применения формул, выведенных еще Эрлангом для показательных распределений.

Теория очередей (и математическая статистика) образуют теоретический фундамент имитационного моделирования. А без фундамента исследователь не может чувствовать себя устойчиво. Разумеется, не стоит искать в ней готовые решения всех практических задач: некоторые нюансы учесть аналитически слишком трудно. Однако

базовые положения теории очередей должны использоваться в практике имитационного моделирования в целях:

- верификации разработанных моделей или их фрагментов сравнением с известным решением;
- проверки выполнения законов сохранения;
- калибровки датчиков случайных чисел;
- выбора определяемых в модели показателей (закон сохранения стационарной очереди позволяет выразить временные показатели через характеристики очереди и обратно).

Численные методы

Современная («продвинутая») теория очередей исследует весьма сложные математические модели, что определяет и сложность полученных результатов. Для примера сошлемся на теорию одноканальных приоритетных системы обслуживания, где эти результаты даются в виде систем функциональных уравнений в преобразованиях Лапласа, и на многоканальные немарковские системы (решение получено только для регулярного и эрлангова обслуживания). В связи с этим особую ценность приобретает *численная* реализация методов теории очередей. Ее основой является аппроксимация исходных распределений другими, сохраняющими заданное число их начальных моментов. В частности, используются:

- фазовые распределения с показательно распределенными задержками в фазе (эрлангово, гиперэкспоненциальное, коксово) – для расчета распределений вероятностей состояний сложных систем;
- гамма-распределение – для вычисления необходимых во многих задачах распределений числа заявок пуассоновского потока за случайный интервал времени;
- распределение Вейбулла – для построения по моментам функции распределения времени пребывания заявки в системе.

Применяются и другие численные методы: расчет моментов распределения многократным численным дифференцированием в нуле преобразования Лапласа; потокоэквивалентная декомпозиция сетей обслуживания, операции суммирования и прореживания потоков и преобразования их в узлах сети; свертка распределений в моментах; разнообразные итерационные схемы и, разумеется, стандартные алгоритмы линейной алгебры.

Численные методы благодаря большей реалистичности имеют более широкий спектр применений к реальным процессам (при доступности соответствующих программных систем). Кроме того, они могут служить эталонами для верификации сложных имитационных моделей. В отличие от последних, их результаты не зашумлены статистическими погрешностями; поэтому такие методы безусловно предпочтительны в составе алгоритмов оптимизации математических моделей (необходимость проверки *значимости* улучшения целевого показателя имитационной модели неимоверно замедляет поиск решения).

Моделирование на универсальных языках

Имитационное моделирование на алгоритмических языках широкого применения в принципе свободно от неизбежных при аналитических подходах ограничений на класс решаемых задач. Предварительно, однако, процесс должен быть сведен к *марковскому*, т. е. его будущее – в вероятностном смысле – должно полностью определяться текущим состоянием. В распоряжении программиста здесь оказываются:

- стандартные средства ввода-вывода и редактирования информации, в том числе построения графиков и анимации;
- богатейшие библиотеки подпрограмм численных методов и статистического анализа;
- возможность встраивания модели в контур любого алгоритма оптимизации;
- свободный выбор определяемых показателей;
- применение методов уменьшения дисперсии результатов моделирования.

Создание модели ведется в хорошо отработанной программной среде с помощью естественных языковых конструкций. С другой стороны, оно требует умения *программировать* на упомянутом языке (не путать со знанием синтаксиса языка!), описания на этом языке логики работы модели, генерации необходимых псевдослучайных чисел и процедур накопления результатов моделирования и их статистической обработки. Необходимы навыки работы с данными сложной структуры (очереди, стеки, списки) и знание основных положений теории очередей.

Имитационные модели в связи с богатой логикой, взаимной зависимостью ветвей алгоритма и статистическими погрешностями, могущими в ряде случаев замаскировать ошибку, весьма трудны в отладке.

Имитация на языках моделирования

При программировании на специализированных языках моделирования типа GPSS значительная часть вышеперечисленных трудностей снимается благодаря тому, что соответствующие функции берет на себя системный компилятор (интерпретатор), реализующий некоторую *сеть обслуживания* достаточно высокой степени универсальности. Здесь пользователь должен только описать структуру этой сети (не логику ее работы, что неизмеримо проще) на входном языке системы и указать необходимые ему показатели. Достоинством систем подобного рода являются развитые средства визуализации хода моделирования. Ряд их особенностей может оказаться полезным и при реализации моделей на универсальных языках. Некоторые системы более узкой специализации (например, Net Cracker) предоставляют обширную базу данных по типовым узлам и ребрам сети.

За перечисленные преимущества приходится платить

- необходимостью освоения новой системы программирования (как правило, по скверно написанным руководствам), что окупается лишь при потребности в разработке длинной серии моделей;
- работой «втемную», т. е. без ясного понимания логики и возможностей интерпретатора, что может привести к трудно диагностируемым ошибкам;
- избыточностью создаваемой «имитации» в подавляющем большинстве случаев, что многократно замедляет процесс моделирования (по опыту автора в сравнении GPSS и Фортрана – до 80 раз даже при закрытых окнах и отключенном показе таймера);
- принципиальной невозможностью выхода из диапазона стандартизованных возможностей (в GPSS, к примеру, нет средств моделирования многоканальных приоритетных систем; дисциплин выбора заявок, отличных от FCFS и LCFS; получения распределений числа заявок в очередях и построения графиков в логарифмическом масштабе и т. п.). Возможно, что часть этих проблем может быть решена какими-то косвенными методами, но пути к ним далеко не очевидны.

Наметившееся увеличение гибкости систем моделирования (в GPSS World – появление языка PLUS) позволяет перенести в них значительную часть приемов и опыта моделирования на универсальных языках. С другой стороны, знакомство с логикой интерпретатора GPSS (в этом, к сожалению, Help и другая сопроводительная документация помогают плохо) может подсказать «фортранирующему» программисту ряд полезных идей.

Следует особо обсудить использование имитационных моделей в квалификационных работах. Поскольку принципы создания имитационных моделей в сущности элементарны, представление последних диссертационные советы рассматривают не как подтверждение высокой научной квалификации автора, а наоборот – как свидетельство его слабой теоретической подготовки. В особенности это относится к моделированию в специализированных средах, где не нужно даже уметь самому строить модели. Имитационные модели могут быть существенным элементом диссертации только в комбинации с аналитическими методами – как средство их обоснования и верификации, а также при значительном вкладе в методику моделирования или, по крайней мере, при использовании продвинутых приемов – регенеративного анализа, методов понижения дисперсии и т.п. Это возможно только при работе на алгоритмических языках широкого применения. Разумеется, не исключается большая практическая ценность разработанных имитационных моделей.

Заключение

Представляется очевидной необходимость дальнейшего развития и комбинированного использования (особенно при решении практических задач) всех описанных подходов – в пропорциях, определяемых конкретной ситуацией. В вузах при обучении компьютерному моделированию приоритет должен отдаваться основам теории очередей и «универсальному» подходу, закладывающим необходимый *фундамент*. С *технологиями* работы в специализированных системах достаточно ознакомления на немногих практических занятиях, и в процессе самостоятельной работы. На отраслевых курсах переподготовки они должны дополняться подробным изучением базовых концепций и технологий специализированных систем.

Литература

1. **Климов Г.П.** Стохастические системы обслуживания. – М.: Наука, Физмат, 1968. – 243 с.
2. **Рыжиков Ю.И.** Машинные методы расчета систем массового обслуживания. – Л.: ВИКИ им. А.Ф. Можайского, 1979. – 177 с.
3. **Рыжиков Ю.И.** Имитационное моделирование систем массового обслуживания. – Л.: ВИКИ им. А.Ф. Можайского, 1991. – 111 с.
4. **Рыжиков Ю.И.** Имитационное моделирование. Теория и технологии (подготовлено к изданию) – СПб, 2003, 367 с.
5. **Рыжиков Ю.И.** Компьютерный расчет систем и сетей с очередями (подготовлено к изданию) – СПб, 2003, 357 с.
6. **Советов Б.Я., Яковлев С.А.** Моделирование систем. – М.: Высшая школа, 1998. – 320 с.
7. **Советов Б.Я., Яковлев С.А.** Моделирование систем: практикум – М.: Высшая школа, 1999. – 224 с.