

ПЛАНИРОВАНИЕ ЛОГИСТИЧЕСКИХ ОПЕРАЦИЙ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

А.Н. Горин (Воронеж)

Введение. При планировании операции массовой переброски грузов различного назначения из одного порта в другой, реализуемой группировкой кораблей, когда отдельные корабли и группы кораблей должны заходить в промежуточные порты для выполнения погрузочно-разгрузочных операций и, возможно, выполнения ремонтных работ, можно применять методы сетевого моделирования, ориентированные на планирование выполнения некоторого комплекса работ [1].

Для выполнения каждой работы требуется затратить временные ресурсы. Эквивалентом работ в логистической операции являются этапы выполнения всей операции, когда временные ресурсы затрачиваются на переходы кораблей в промежуточные порты и выполнение погрузочно-разгрузочных и иных работ.

Схема операции в данном случае может быть представлена в виде ориентированного графа, вершинами которого являются события, определяемые завершением определенного этапа всей операции, а дуги определяют этапы выполнения операции, связанные с необходимостью затрат временных ресурсов.

Постановка задачи. На практике время выполнения t_{ij} каждого этапа операции является непрерывной случайной величиной в силу воздействия погодных, организационных и иных факторов. Поскольку информация о статистических свойствах затрат временных ресурсов на выполнение этапов операции отсутствует, то в качестве исходных данных для планирования можно принять следующие: закон распределения для затрат времени на выполнение каждого из этапов операции является треугольным; плотность вероятности для времени выполнения этапа операции a_{ij} задается тремя параметрами t_{ij}^{\min} , t_{ij}^{\max} , t_{ij}^v , где i и j – номера вершин ориентированного графа, соответствующие началу и концу этапа операции; t_{ij}^{\min} , t_{ij}^{\max} – оптимистическая и пессимистическая оценки продолжительности этапа операции a_{ij} , соответствующие благоприятным и неблагоприятным условиям его выполнения; t_{ij}^v – наиболее вероятная продолжительность этапа операции a_{ij} .

Эффективность плана можно характеризовать вероятностью P выполнения всей операции за заданный директивный срок T_d

$$P(\bar{T}_{kr} < T_d), \quad (1)$$

где \bar{T}_{kr} – средняя продолжительность критического пути в графе, т.е. пути с наибольшей продолжительностью.

Ставится задача оценки вероятности (1) для различных вариантов плана операции.

Аналитический метод расчета. Для практики с достаточной точностью согласно центральной предельной теореме теории вероятностей [2] случайную величину T_{kr} можно считать нормально распределенной, если количество этанов

операции не менее пяти, а дисперсии σ_{ij}^2 для времени выполнения этапов операции a_{ij} имеют одинаковые порядки.

В этом случае вероятность (1) определяется выражением [1]

$$P(\bar{T}_{kr} < T_d) = FL\left(\frac{T_d - \bar{T}_{kr}}{\sigma_{T_{kr}}}\right) + 0,5, \quad (2)$$

где $FL(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{x^2}{2}} dx$ – функция Лапласа;

$\sigma_{T_{kr}}$ – среднее квадратичное отклонение для продолжительности критического пути, вычисляемое по формуле

$$\sigma_{T_{kr}} = \sqrt{\sum_{ij \in L_{kr}} \sigma_{ij}^2}, \quad (3)$$

где L_{kr} определяет этапы выполнения операции, находящиеся на критическом пути.

В общем случае при треугольном распределении вероятностей средняя продолжительность и дисперсия времени выполнения этапа операции a_{ij} вычисляются по формулам

$$\bar{t}_{ij} = \frac{t_{ij}^{\min} + t_{ij}^v + t_{ij}^{\max}}{3}, \quad (4)$$

$$\sigma_{ij}^2 = \frac{(t_{ij}^{\max} - t_{ij}^{\min})^2 + (t_{ij}^{\max} - t_{ij}^v)^2 + (t_{ij}^v - t_{ij}^{\min})^2}{36}. \quad (5)$$

На практике целесообразно использовать симметричное треугольное распределение.

Средняя продолжительность критического пути \bar{T}_{kr} вычисляется по формуле

$$\bar{T}_{kr} = \sum_{ij \in L_{kr}} \bar{t}_{ij}. \quad (6)$$

В таблице 1 в качестве примера приведены данные, позволяющие восстановить ориентированный граф, определяющий схему операции по переброске грузов, и параметры треугольного распределения вероятностей для каждого из этапов выполнения операции.

Кроме того, в таблице 1 приведены значения дисперсии для времени выполнения этапов операции, находящихся на критическом пути.

Среднее значение времени выполнения операции $\bar{T}_{kr} = 36$, а среднее квадратическое отклонение, вычисленное в соответствии с (3) $\sigma_{T_{kr}} = 4,183$.

Для построения зависимости вероятности выполнения операции от значения директивного срока определим информативный диапазон изменения T_d по правилу трех сигм [2]: $20 \leq T_d \leq 50$.

Таблица 1 – Параметры треугольного распределения вероятностей для этапов выполнения операции

№№ по п/п	Начальный индекс i	Конечный индекс j	Минимальное время t_{ij}^{\min}	Вероятное время t_{ij}^v	Максимальное время t_{ij}^{\max}	Дисперсия σ_{ij}
1	1	2	4	7	10	1,5
2	1	5	5	10	15	
3	1	3	3	6	9	
4	2	5	1	3	5	
5	2	4	1	2	3	0,167
6	3	10	1	7	13	
7	4	7	1	3	5	
8	4	6	3	10	17	8,167
9	5	9	1	2	3	
0	5	10	1	2	3	
1	6	8	2	8	14	6
2	7	8	4	6	8	
3	8	9	4	5	6	0,167
4	9	10	1	4	7	1,5

Приведенных данных достаточно для вычисления вероятности (1) для заданных директивных сроков выполнения операции либо определения директивного срока для заданной вероятности.

Результаты расчетов в Mathcad приведены на рис. 1. Обозначения на рис. 1 соответствуют обозначениям в тексте.

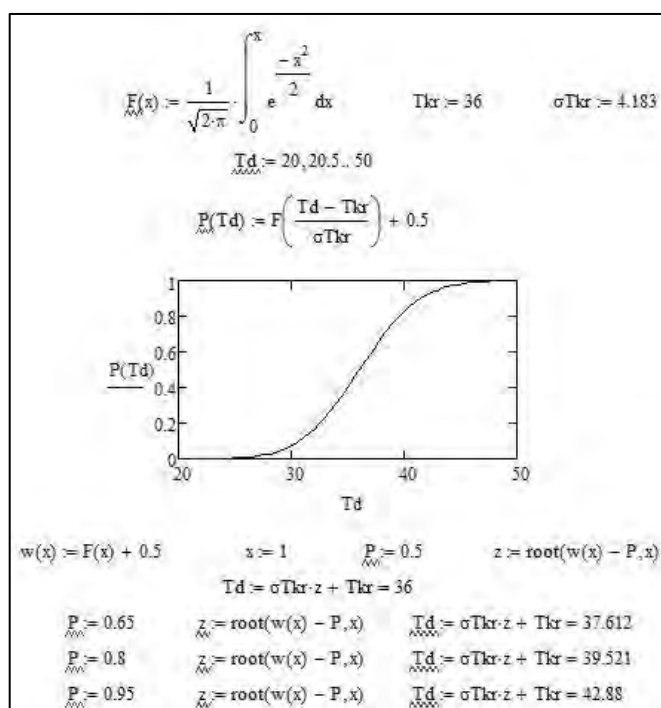


Рис. 1 – Результаты расчетов параметров плана в Mathcad

Имитационное моделирование процесса выполнения операции. Расчеты по формулам (2)-(6) предполагают, что критический путь остается одним и тем же при случайных значениях \bar{t}_{ij} , а меняется только его продолжительность.

Этот подход не в полной мере отражает реальную ситуацию, при которой из-за случайных значений времени выполнения отдельных работ могут изменяться не только продолжительность критического пути, но и сам критический путь.

В предположении изменения критического пути единственным способом получения значения искомой вероятности является имитационное моделирование процесса выполнения операции, суть которого заключается в следующем [3]:

- для данной структуры сетевого графика с помощью алгоритмических датчиков случайных чисел формируются все случайные продолжительности работ t_{ij} , которые образуют реализацию операции;

- в полученной реализации операции определяется критический путь, для которого вычисляется продолжительность \bar{T}_{kr} ;

- описанная процедура повторяется достаточно большое количество раз N , в результате получается ряд случайных значений для продолжительностей критических путей (в общем случае эти пути являются различными): $T_{kr1}, T_{kr2}, \dots, T_{krN}$;

- каждое значение полученного ряда T_{kri} сравнивается с директивным сроком выполнения плана T_d и вычисляется количество реализаций m , для которых выполняется неравенство $T_{kr} < T_d$;

- вычисляется приближенное значение вероятности выполнения плана в заданный срок в виде относительной частоты успешных испытаний

$$P(\bar{T}_{kr} < T_d) \cong \frac{m}{N}. \quad (7)$$

При описанной процедуре имитационного моделирования решается ряд частных задач, основными из которых являются:

- выбор способа размещения информации о параметрах сетевого графика в памяти;

- перенумерация вершин графа, которая на начальном этапе может быть произвольной (исходная вершина должна иметь номер 1);

- определение алгоритма генерирования случайных чисел, соответствующих треугольному закону;

- определение продолжительности критического пути на графе с помощью поиска в глубину.

Программа имитационного моделирования разработана в среде Delphi 7. Исходные данные для программы оформляются в виде файлов текстового формата.

Интерфейс программы является интуитивно понятным (рис. 2). Кроме того, в программу включена справочная система.

В таблице 2 приведены значения T_d для разных значений вероятности выполнения плана операции.

Таблица 2 – Результаты расчетов по аналитической и имитационной моделям

	P=0.5	P=0.65	P=0.8	P=0.95
Аналитическая модель	36	37,61	39,52	42,88
Имитационная модель	36	37,7	39,6	42,9

Несмотря на близость результатов для обоих вариантов расчета, предпочтение следует отдать имитационному моделированию, поскольку в этом случае учитывается факт увеличения директивного срока для одного и того же значения вероятности выполнения операции.

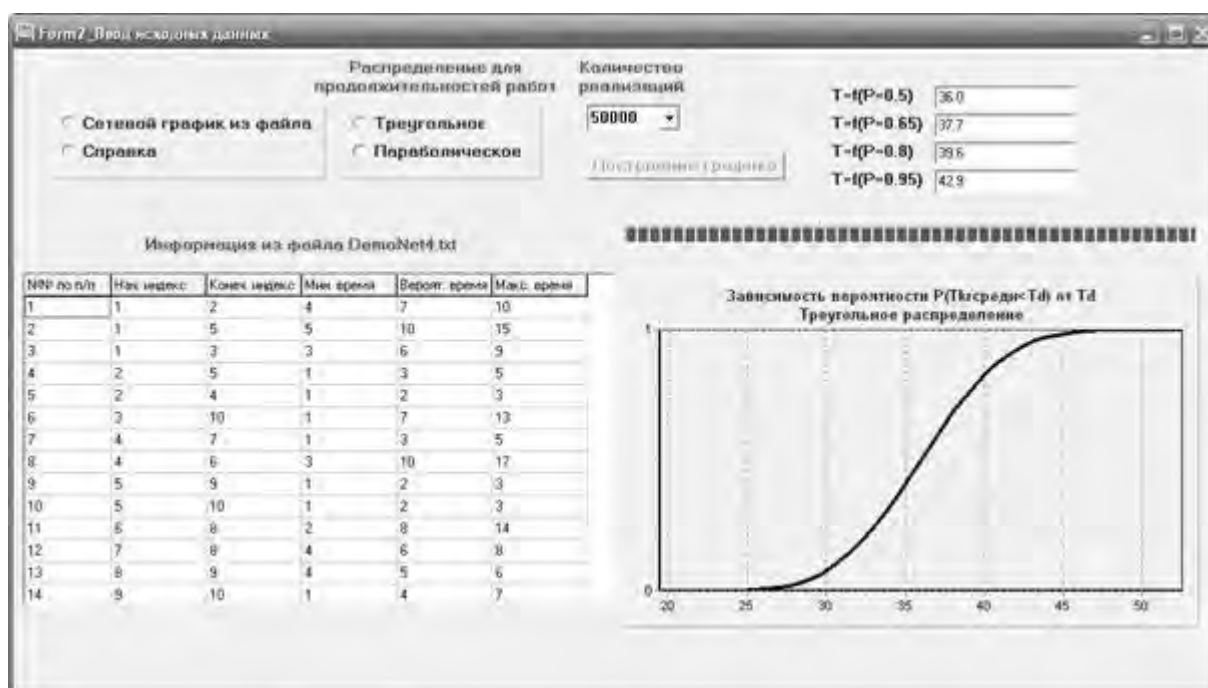


Рис. 2 – Окно программы имитационного моделирования с графиком искомой зависимости

Заключение

При имитационном моделировании оценки времени выполнения операции имеют большие значения при том же значении вероятности, но относительная погрешность для рассмотренных исходных данных не превышает 0,25 %.

Программа имитационного моделирования позволяет:

- упростить подготовку исходных данных;
- автоматизировать процесс моделирования;
- получить результаты в наглядном виде;
- не использовать процедуру решения интегрального уравнения.

Кроме того, положительной стороной имитационной модели является ее универсальность. Она может быть легко применена для формирования планов операций для любых схем.

Литература

1. **Фадин А.Г.** Моделирование радиоэлектронных систем на ЭВМ. – Воронеж: ВИРЭ, 2000. – 493 с.
2. **Пугачев В.С.** Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1979. – 496 с.
3. **Афанасьевский Л.Б., Горин А.Н., Чурсин М.А.** Метод имитационного моделирования как средство анализа стохастических сетевых графиков // Вестник ВГУ. Системный анализ и информационные технологии, 2015, № 2. С. 54-59.