

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ГИБКИХ СВЯЗЕЙ В СИСТЕМАХ БУКСИРОВКИ ПОДВОДНЫХ ОБЪЕКТОВ

В. А. Наумов (Калининград)

Различные системы, включающие буксируемые подводные объекты (БПО), широко используются в океанографии, военно-морском флоте, промышленном рыболовстве и других отраслях, [1-3]. Основные подсистемы СБПО: судно-носитель (СН), подъемная лебедка (ПЛ), гибкие связи (ГС – канаты, тросы, кабели), БПО. Совершенствование конструкции и повышение эффективности эксплуатации таких систем невозможно без математических моделей (ММ). Так как подсистемы имеют разную физическую природу, для их моделирования применяют существенно отличающийся математический аппарат.

Основу ММ СН составляют уравнения движения надводного судна. Блок вырабатывает мгновенные значения вектора скорости пространственного движения СН. При этом должны учитываться воздействия на СН внешних возмущений: ветра, волн, течений (см., например, [4]). Программа моделирования ПЛ использует дифференциальные уравнения электромеханических систем [5]; выходные переменные в точке схода ГС: сила натяжения и скорость. Для моделирования динамики БПО необходимо решить внешнюю задачу гидромеханики: обтекание твердого тела вязкой жидкостью. Главная проблема здесь – это определение сил и моментов гидродинамического сопротивления. Сложность решения зависит от формы и конструкции БПО. В аналитическом виде оно получается при схематизации БПО твердым телом простой формы, например, сферой.

Отдельное направление – моделирование внешних возмущений (ветровых и волновых), действующих на системы БПО [6]. При исследовании эффективности системы регулирования движения БПО имитационная модель должна также включать блок контроля и управления [7].

В данной статье остановимся на ММ ГС в системах БПО. Для описания движения ГС в вязкой жидкости используют две основные группы ММ. В первую входят модели, основанные на дифференциальных уравнениях механики гибкой нити в частных производных. Во второй группе ММ ГС представляются с помощью некоторого количества дискретных упругих стержней, соединённых между собой.

Система дифференциальных уравнений динамики движения упругой нити в вязкой среде в трехмерной постановке давно известна [8]. Но, практически, она используется для расчета характеристик ГС, находящихся в равновесии, или задач в квазистатическом приближении. Дискретная ММ ГС гораздо лучше подходит для решения динамических задач. Однако адекватность таких моделей реальным объектам, нередко, весьма далека от сколько-нибудь приемлемого уровня (см., например, [9]). В работах М.Ф. Глушко с соавторами [10] были разработаны дискретные ММ канатов с большим приближением к реальной структуре ГС и точностью расчета. Физическая модель [10] представляет собой довольно сложную, статически неопределимую стержневую конструкцию, для расчета которой использовались методы строительной механики.

Предпринимаются попытки применения дискретной модели взаимодействующих частиц для решения задач динамики ГС в СБПО. Так в [11] разработан метод линеаризации дифференциальных уравнений движения ГС в рамках такой модели, утверждается, что найдено решение системы линейных алгебраических уравнений, но никаких результатов решения не приводится.

Сравнительно новое направление в механике канатов и кабелей, основанное на континуальном подходе, подразумевает представление ГС сплошным анизотропным цилиндром. При таком подходе точность расчетов (в отличие от дискретной модели) повышается с ростом плотности упаковки проволок в пакете. При этом форма поперечного сечения отдельной проволоки, практически, не играет роли. В настоящее время решен ряд задач механики деформируемой ГС на основе модели упругого спирально-анизотропного тела [12]. Но все эти задачи носят статический характер.

Определяющую роль в ММ ГС играет правильное определение сил гидродинамического сопротивления, действующих на канат (кабель) [13]. В инженерных приложениях силу лобового сопротивления, как правило, рассчитывают по формуле:

$$R_x = 0,5 \cdot C_K \cdot \rho \cdot F \cdot V^2, \quad (1)$$

где  $\rho$  – плотность воды,  $V$  – скорость,  $F$  – характерная площадь,  $C_K$  – коэффициент гидродинамического (лобового) сопротивления.

В значительной части практически важных случаев форма ГС может отличаться от прямолинейной. Опубликованные эмпирические формулы зависимости  $C_K$  от кривизны ГС [14, 15] имеют низкую точность, их применение ограничено условиями экспериментов. Покажем, что от их использования можно отказаться, если найти  $C_K$  как интегральный коэффициент (называемый еще эффективным) по формуле:

$$C_K = \int_0^L C_R(s) ds, \quad (2)$$

где

$L$  – длина ГС;

$s$  – дуговая координата;

$C_R(s)$  – локальный коэффициент сопротивления, который не остается постоянным вдоль ГС, в общем случае зависит от числа Рейнольдса  $Re = V \cdot d / \nu$  ( $d$  – диаметр ГС,  $\nu$  – коэффициент кинематической вязкости воды), местного угла атаки  $\alpha$  и некоторых других характеристик ГС. Их полный перечень можно найти в [14, 15].

Далее будем полагать область гидродинамического сопротивления ГС автомодельной. Для локального коэффициента лобового сопротивления ГС  $C_R(\alpha)$  воспользуемся формулой, которая дает хорошее согласие с опытными данными при  $n = 2,7$  [3]:

$$C_R = C_0 + (C_{90} - C_0) \cdot (\sin \alpha)^n, \quad (3)$$

где  $C_0$ ,  $C_{90}$  – коэффициенты сопротивления ГС большого удлинения при продольном ( $\alpha=0$ ) и поперечном ( $\alpha=90^\circ$ ) обтекании, соответственно.

Коэффициенты подъемной силы и боковой силы будем вычислять, как в [15]:

$$C_{ПС} = C_{90} \cdot \sin^2 \alpha \cdot \cos \alpha, \quad C_b = b_0 \cdot \sin^3 \alpha \cdot \cos \alpha, \quad (4)$$

где  $b_0$  – эмпирический коэффициент, зависящий от конструкции каната.

В лабораторных опытах, выполненных в КГТУ, получились меньшие значения  $C_b$ , чем по (4). Поэтому требуются дальнейшие исследования боковой силы, действующей на трос в потоке. В рассматриваемом далее случае в силу симметрии задачи (см. рис. 1а) боковой силой можно пренебречь.

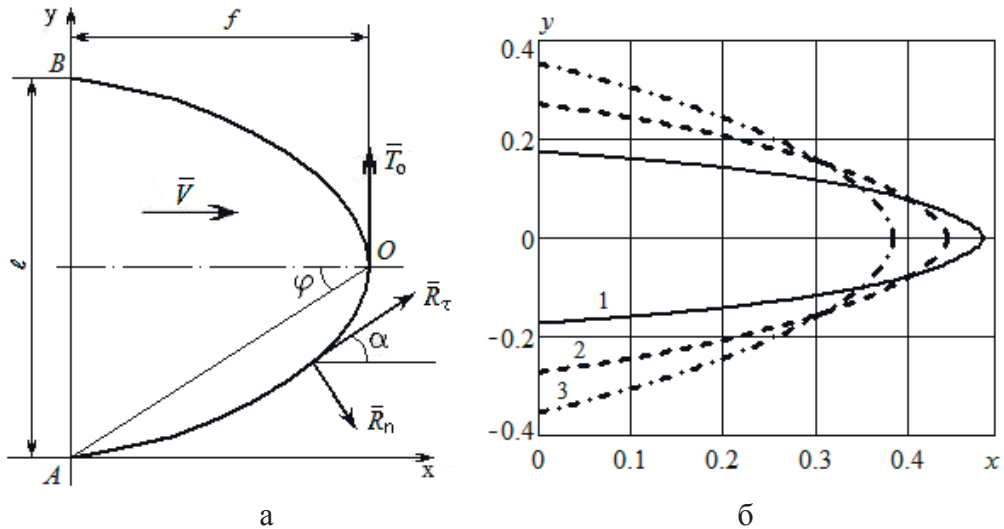


Рис. 1. Равновесие криволинейной ГС, закрепленной в двух точках потока: а – расчетная схема; б – результаты расчета: 1 –  $\tau_0 = 0,13$ ; 2 –  $\tau_0 = 0,28$ ; 3 –  $\tau_0 = 0,5$

На рис. 2 представлены результаты испытаний, опубликованные в [14, 15].

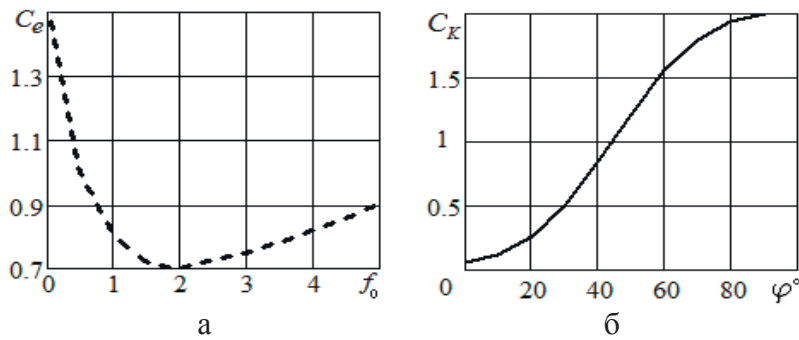


Рис. 2. Интегральный коэффициент гидродинамического сопротивления криволинейной ГС: а – опытные данные из [14], б – из [15]

Кривая на рис. 2а имеет минимум, кривая на рис. 2б монотонно убывающая. Это не обязательно означает их качественное различие, так как на рис. 2а сила лобового сопротивления была разделена на произведение диаметра троса  $d$  и длины хорды  $AB$ :

$$C_e = R_x / (k \cdot \ell), \quad k = \frac{1}{2} \rho \cdot d \cdot V^2. \quad (5)$$

Оси координат направим, как показано на рис. 1а: ось  $Ox$  – по вектору  $V$ , ось  $Oz$  – вертикально вверх, ось  $Oy$  образует с ними правую тройку ортогональных осей. Для описания локальных сил используем ортонормальную систему  $(\tau, n, b)$ .

Система уравнений равновесия ГС в безразмерной форме [16]:

$$\tau \cdot \frac{d\alpha}{d\sigma} + (P(\alpha) + \cos^2 \alpha \cdot \sin \alpha) \cdot \sin \alpha = 0, \quad \frac{d\tau}{d\sigma} - (P(\alpha) - \sin^3 \alpha) \cdot \cos \alpha = 0, \quad (6)$$

$$\frac{dx}{d\sigma} = -\cos \alpha, \quad \frac{dy}{d\sigma} = -\sin \alpha, \quad P(\alpha) = \chi + (1 - \chi) \cdot (\sin \alpha)^{2,7}, \quad \chi = C_0 / C_{90}; \quad (7)$$

$$x = X / L, \quad y = Y / L, \quad \sigma = s / L, \quad \tau = T / (L \cdot k \cdot C_{90}).$$

Решение будем искать на дуге  $OA$ , так как схема 1а имеет осевую симметрию. Граничные условия: угол атаки и сила натяжения в точке  $O$ , координаты точки  $A$ :

$$\alpha(0) = \pi/2, \tau(0) = \tau_0; x(0,5) = 0, y(0,5) = 0. \quad (8)$$

Краевая задача (6)-(8) решалась численным методом в среде Mathcad. Результаты расчета формы ГС при различных значениях  $\tau_0$  приведены на рис. 1б; на рис. 3а показано влияние этого же параметра на безразмерную нормальную силу гидродинамического сопротивления ГС. Чтобы сравнить данные экспериментов разных авторов с результатами расчетов, использован нормированный (иначе его называют приведенным) коэффициент сопротивления ГС ( $0 \leq ck \leq 1$ ):

$$ck = (C_K - C_0) / (C_{90} - C_0). \quad (9)$$

На рис. 3б видно, что результаты расчета, пересчитанные в координатах  $\varphi-ck$ , хорошо согласуются с опытными данными, взятыми с обоих рисунков 2а и 2б.

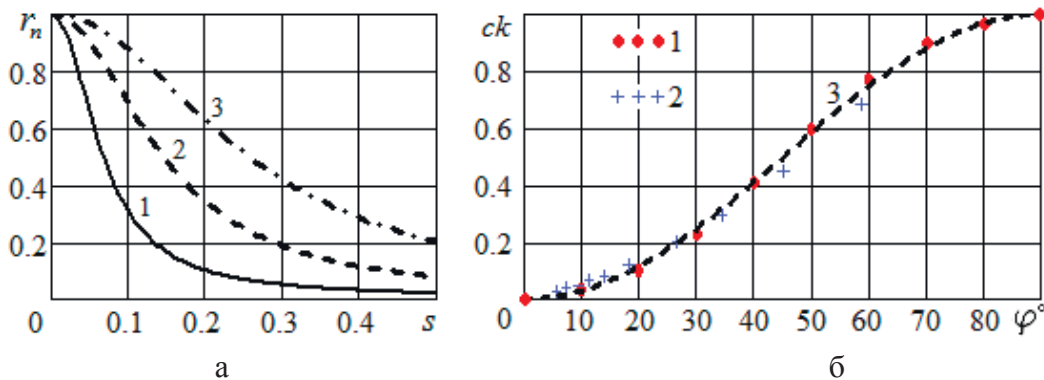


Рис. 3. Результаты расчета:

- а – безразмерная нормальная сила сопротивления: 1 –  $\tau_0 = 0,13$ ; 2 –  $\tau_0 = 0,28$ ; 3 –  $\tau_0 = 0,5$ ;  
 б – приведенный коэффициент лобового сопротивления ГС: 1 – данные опытов [13],  
 2 – [14], 3 – расчет

Таким образом, при решении статических (квазистатических) задач предпочтительнее для описания ГС в СБПО использовать дифференциальные уравнения гибкой нити, в необходимых случаях с учетом упругости. Динамические нагрузки, возникающие при движении ГС можно найти с помощью одной из дискретных моделей. Однако следует помнить, что такой расчет будет носить оценочный характер, точность которого нужно проверять экспериментально.

В автомобильной области локальные коэффициенты сопротивления криволинейной ГС, необходимые при решении дифференциальных уравнений равновесия нити, определяются коэффициентами сопротивления прямолинейной ГС и углом атаки с достаточной степенью точности. Результаты решения краевой задачи равновесия ГС, закрепленной в двух точках однородного потока, хорошо согласуются с опытными данными. Интегральный коэффициент гидродинамического сопротивления криволинейной ГС является возрастающей функцией угла  $\varphi$ .

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 19-48-390004.

### Литература

1. Поддубный В.И., Шамарин Ю.Е., Черненко Д.А. и др. Динамика подводных буксируемых систем: монография. Санкт-Петербург: Судостроение, 1995. 200 с.
2. Кувшинов Г.Е., Наумов Л.А., Чупина К.В. Системы управления глубиной погружения буксируемых объектов: монография. Владивосток: Дальнаука, 2005. 285 с.

3. **Великанов Н.Л., Наумов В.А.** Гидродинамическое сопротивление систем из стержней и нитей: монография. Калининград: Изд-во КГТУ, 2015. 192 с.
4. **Нечаев Ю.И., Бухановский А.В., Иванов С.А.** Виртуальное моделирование динамики судна на морском волнении в интеллектуальных тренажерах // Искусственный интеллект. 2004. № 3. С. 350-359.
5. **Великанов Н.Л., Наумов В.А., Примак Л.В. Ахмедов И.М.** Динамика электрической подъемной лебедки // Механизация строительства. 2017. № 8. С. 41-45.
6. **Кувшинов Г.Е., Наумов Л.А., Чупина К.В.** Влияние морского ветрового волнения на глубоководный привязной объект: монография. Владивосток: Изд-во Дальневосточного государственного технического ун-та, 2008. 215 с.
7. **Блинцов А.В., Бурунина Ж.Ю., Клименко П.Г. и др.** Специализированный моделирующий комплекс для исследования эффективности системы управления подводной буксируемой системой // Збірник наукових праць Національного університету кораблебудування. 2012. № 1. С. 92-97.
8. **Меркин Д.Р.** Введение в механику гибкой нити. М.: Наука, 1980. 240 с.
9. **Великанов Н.Л., Наумов В.А., Альтшуль Б.А.** Гидродинамическое сопротивление ваера при стационарном движении трала // Рыбное хозяйство. 2018. № 6. С. 87-90.
10. **Глушко М.Ф., Малиновский В.А., Шигарина Л.И. и др.** Нелинейные уравнения равновесия прямого каната // Прикладная механика. 1979. № 12. С. 127-129.
11. **Недоступ А.А., Ражев А.Ю.** Применение неявных конечно-разностных схем в задачах моделирования динамики траловых систем // Морские интеллектуальные технологии. 2017. № 4(38), Т.2. С. 202-206.
12. **Мусалимов В.М.** Механика деформируемого кабеля: монография. Санкт-Петербург: Изд-во СПбГУ ИТМО, 2005. 203 с.
13. **Наумов В.А.** Силы гидродинамического сопротивления гибких связей буксируемых подводных объектов // Морские интеллектуальные технологии. 2017. № 3(37), Т.1. С. 158-162.
14. **Розенштейн М.М., Недоступ А.А.** Механика орудий рыболовства: учебник. Москва: Моркнига, 2011. 528 с.
15. **Белов В.А.** Гидродинамика нитей, сетей и сетных конструкций: монография. Калининград: Изд-во КГТУ, 2000. 201 с.
16. **Ахмедов И.М., Наумов В.А.** Коэффициент гидродинамического сопротивления криволинейного каната // Известия КГТУ. 2015. № 38. С. 53-60.