

УДК 519.876.5

КОМПЬЮТЕРНАЯ СИСТЕМА ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ WERTSIM ДЛЯ ИНЖЕНЕРНОГО АНАЛИЗА СВАРКИ И РОДСТВЕННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

А.В. Масленников, И.В. Дикшев, М.С. Медведков (Москва), В.А. Ерофеев (Тула)

Введение

Процессы и явления реального мира разнообразны по формам проявления и динамичны по своей природе. Их поведение определяет многофакторное пространство воздействующих внешних и внутренних параметров. Результатом этого воздействия является состояние системы в конкретный момент времени.

Изучение поведения сложных физических систем проводится на основе натуральных и (или) вычислительных экспериментов. При этом натурные эксперименты всегда дороги и требуют большой подготовительной работы, но обладают ограниченным предсказательным эффектом. Вычислительные эксперименты основываются на математическом моделировании (ММ), быстры и недороги, позволяют проследить поведение сложных объектов во времени. Аппарат ММ представлен аналитическими и численными методами. Аналитические методы требуют наличия значительного объёма экспериментальных данных, при этом получить уравнение поведения сложного объекта не всегда представляется возможным. Численные методы, напротив, позволяют описать поведение практически любого процесса (явления), базируясь на принципе соблюдения законов сохранения природы (массы, энергии, импульса). Взаимосвязи явлений в сложных физических процессах учитываются сопряжёнными методами решения дифференциальных уравнений при соответствующих начальных и граничных условиях. Математический аппарат численных методов хорошо развит и проработан. Натурные эксперименты, в этом случае, служат лишь верификационным целям и требуются, как правило, в небольшом количестве.

Имитационное моделирование (ИМ), как частный случай ММ, занимает особое место в изучении эволюционного поведения сложных физических процессов и явлений, к которым относятся и высокотемпературные процессы обработки материалов, включая сварку и родственные технологии. Высокотемпературные процессы невозможно проанализировать лишь экспериментальными методами, так как составляющие их термодинамические, электромагнитные, механические и химические явления и свойства материалов при высоких температурах нелинейны [1], и находятся в тесной взаимосвязи.

В статье применение ИМ рассмотрено на примере сварочных процессов, которые и были положены в основу рассматриваемой системы CAE WeRTSim. Подход ИМ в данном случае имеет следующие аспекты:

- 1) разработка моделей физических процессов (систем нелинейных дифференциальных уравнений, описывающих высокотемпературные явления, происходящие при сварке (и родственных технологиях): теплопередача, плавление металла, образование напряжений и деформаций и др.);
- 2) численная аппроксимация (решение дифференциальных уравнений в частных производных);
- 3) вычислительные эксперименты (исследование процессов с помощью моделей);
- 4) анализ результатов вычислительных экспериментов;
- 5) оптимизация параметров (использование результатов моделирования для оптимизации параметров процесса с целью достижения требуемого качества сварного соединения, минимизации деформаций и повышения производительности).

Численная аппроксимация реализуется методами контрольных объёмов и конечных разностей (FDM – finite difference, FVM – finite volume method), предъявляющих по сравнению с другими методами (конечных элементов FEM – finite element method, сглаженных частиц SPH – Smoothed Particle Hydrodynamics) значительно меньшие требования к вычислительным мощностям, обладающих простотой применения и позволяющих легко контролировать соблюдение физических законов.

В настоящее время широкое распространение получили такие языки имитационного моделирования (ЯИМ), как MvStudium, MATLAB, Arena, GPSS, Extend, iThinkAnalyst, ProcessModel и др [2]. Они оперируют специфичными для ИМ понятиями, такими как сущности, ресурсы, очереди, события, временные интервалы и т.д., что позволяет формализовать сложные моделируемые системы, проводить эксперименты и анализировать различные сценарии, а также оценивать временные характеристики процессов. ЯИМ часто содержат встроенные механизмы для продвижения модельного времени, разрешения временных конфликтов, а также для работы с вероятностными и случайными величинами. Однако эти языки сложно применить для создания компьютерной симуляции на основе численного решения систем нелинейных дифференциальных уравнений, в том числе из-за отсутствия для них стандартных библиотек, реализующих численные методы. Поэтому для разработки имитационных моделей высокотемпературных процессов в CAE WeRTSim используются языки высокого уровня общего назначения, такие как Fortran, Object Pascal, C++ и др.

В данной статье рассматривается отечественный CAE (Computer-Aided Engineering) продукт WeRTSim (Welding and Related Technologies Simulation), разработкой и развитием которого занимается российская компания АО "Юмосс". Продукт разработан на основе ИМ машиностроительных технологий высокотемпературной обработки металлов и объединяет в одной информационной системе различные виды сварки, поверхностное упрочнение, наплавку, пайку, поверхностное легирование, напыление, резку, перфорирование, аддитивные технологии для 3D-печати металлических изделий и др. Продукт предназначен для выполнения быстрых инженерных расчётов.

1. Сварочная технология, как пример высокотемпературного процесса

Любая сварочная технология (СТ) представляет собой технологический процесс получения неразъёмных соединений материалов за счёт образования межатомных связей между свариваемыми частями при их местном или общем нагреве, пластическом деформировании или совместном действии того и другого. Причём наибольшее распространение в промышленности получили высокотемпературные сварочные процессы [3], в которых источником нагрева зоны соединения служит электрическая дуга, лазерный (электронный) луч, джоулево тепло или энергия трения в контакте. Результатом сварки является образование общей расплавленной зоны (сварочной ванны), переходящей в закристаллизовавшийся металл (сварной шов), рис. 1.

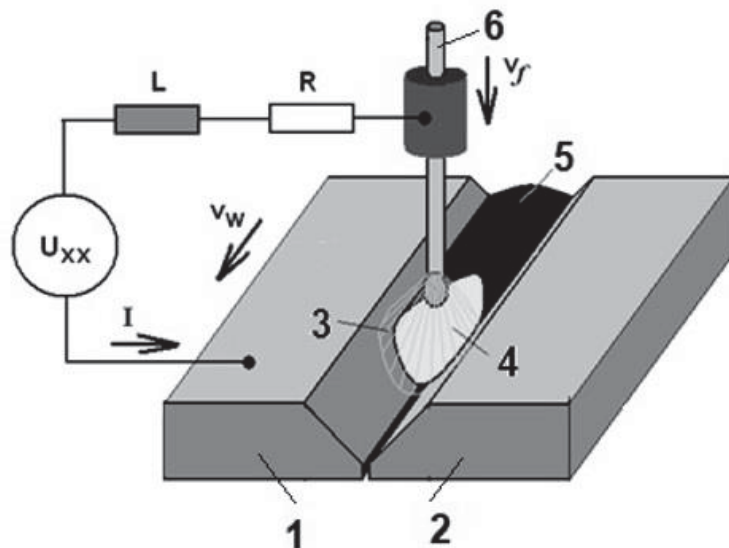


Рис. 1. Схематичное представление сварки плавлением (1 – первая свариваемая деталь, 2 – вторая свариваемая деталь, 3 – электрическая дуга, 4 – сварочная ванна, 5 – сварной шов, 6 – электродная проволока; U_{XX} -L-R – сварочная электрическая цепь, I – сварочный ток, v_w – скорость сварки, v_f – скорость подачи электродной проволоки)

СТ характеризуется разнообразием конструктивных и технологических параметров и материалов: защитная среда (газ, флюс, вакуум), скорость процесса и скорость подачи электродного (присадочного) материала, углы наклона горелки, параметры фокусировки луча, вольт-амперная характеристика источника питания сварочной дуги, толщина свариваемого материала, наличие зазора, смещение кромок и геометрия их разделки, форма неплавящегося электрода и др.

Одной из проблем реализации СТ является возникновение дефектов, таких как: несплавления между отдельными проходами, холодные и горячие трещины, отклонения формы и размеров сварного шва от нормативных размеров и пр., рис. 2. Кроме того, деформации сварной конструкции, изменение химического состава и механических характеристик металла вследствие нагрева до высоких температур и последующего охлаждения предъявляют серьезные требования к проектированию СТ.

Дефекты сварки возникают как следствие неудачно выбранной комбинации параметров процесса, так и их случайных отклонений от нормы под воздействием внешних и внутренних факторов. Кроме того, на начальном этапе создания производства нового изделия технологию изготовления проектируют на основе предшествующего опыта, обобщенного в стандартах и технологических инструкциях. Вероятность возникновения дефектов формирования сварного шва, как правило, не оценивается. После запуска производства из-за неполного соответствия имеющегося опыта реальным условиям производства нового изделия неизбежно появление некоторого количества изделий, качество которых не соответствует заданным требованиям.

Поэтому одной из важнейших задач проектирования технологии в сварочном производстве является обеспечение качества сварных соединений, заключающаяся в минимизации брака, минимизации сварочных деформаций и обеспечении оптимальных механических характеристик сварного шва и зоны термического влияния и др.

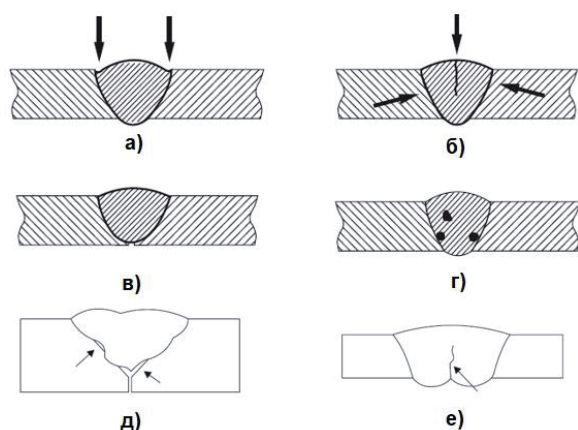


Рис. 2. Схематичное представление некоторых видов дефектов сварных соединений: а) – подрез; б – холодные трещины; в – непровар корня шва; г – поры; д – несплавления с металлом разделки кромок; е – несплавления между швами отдельных проходов

Традиционно отработку и корректировку новой сварочной технологии и её параметров проводят в заводских лабораториях на опытных образцах. Если качество не соответствует требованиям, то чаще всего на производстве вводятся переходы и операции контроля и корректируются значения параметров сварочного процесса. Реже (в отдельных случаях) возможна замена сварочных материалов, оборудования и оснастки.

Другими словами, применяется метод проб и ошибок, что, в свою очередь, влечёт значительную длительность и стоимость разработки и адаптации технологии. Причём корректировку технологии выполняют до получения удовлетворительного качества сварки, и на этом начальный этап создания технологии завершается (что ещё не гарантирует её оптимальность). Затем на этапе внедрения возникает необходимость её корректировки, что связано с несоответствием лабораторных условий реальным условиям сварки на производстве. Задача технолога на этом этапе состоит в том, чтобы сделать технологию сварки малочувствительной к этим отклонениям. Таким образом, прогнозирование качества сварных соединений как на стадии проектирования технологии, так и в процессе её реализации, является актуальной задачей.

Значительно повысить скорость и снизить стоимость разработки и адаптации технологии сварки можно за счёт применения цифровых двойников технологии, основанных, в свою очередь, на ИМ отдельных сварочных процессов. Они позволяют проводить анализ количественных показателей качества сварки (геометрии и строения шва, свойств и напряжённого состояния металла после сварки, деформации сварной конструкции и т.п.), значительно снизив объём дорогостоящей натурной отработки проектируемой технологии. Кроме того, они незаменимы в исследовании многопараметрических нелинейных процессов, экспериментальное изучение которых традиционными методами трудноосуществимо или вовсе невозможно.

2. Задачи прогнозирования качества сварочной технологии

Исходными данными для проектирования технологии сварки являются конструкция сварного узла, тип сварного соединения, марка свариваемого сплава, требования к производительности и качеству сварки. Способ (особенности) сварки обычно указывается конструктором сварного узла.

Проектирование СТ предполагает решение задач по обеспечению требуемого качества и производительности при минимальных затратах ресурсов:

- определение геометрии зоны сварки (сварочной ванны¹, сварного шва²) и зоны термического влияния (ЗТВ)³ на основе заданной комбинации сварочных параметров (термодинамический анализ [4]);
- анализ влияния изменений варьируемых параметров на геометрию сварного шва и ЗТВ (параметрическое исследование – полнофакторный или дробнофакторный эксперимент);
- прогноз качества сварного соединения на основе термодинамического анализа с учетом возможных отклонений параметров (предиктивная аналитика);
- сравнение качества сварных соединений, полученных при одинаковых комбинациях сварочных параметров, но с разными влияющими факторами – замена присадочной проволоки на плакирующий слой, замена газового лазера на твердотельный, замена одной электродной (присадочной) проволоки на другую, смена формы неплавящегося электрода и т.д. (диагностика);
- определение неизвестного параметра по заданному результату и комбинации входных параметров (параметрический синтез);
- оптимизация процесса сварки по различным критериям оптимальности (минимизация энергозатрат, максимизация качества, максимизация стабильности и производительности процесса и др.) [5].

Решение этих задач базируется на результатах термодинамического анализа (определение геометрии зоны сварки и ЗТВ).

3. Актуальность разработки CAE WeRTSim

Опыт применения CAE-систем в разработке технологических процессов в различных отраслях промышленности во всём мире очень обширен. Программное обеспечение, лежащее в основе этого анализа, базируется в подавляющем большинстве случаев на методе конечных элементов (FEM – finite element method). Такая популярность метода объясняется его возможностью достаточно точно описывать целый объект (конструкцию) анализа со всеми конструктивными деталями (закруглениями, пазами, отверстиями и т.п.), а также хорошо проработанным математическим аппаратом.

Существующие в настоящее время конечно-элементные CAE-системы, такие как ANSYS, MARC, ABAQUS, Sysweld, Simufact Welding и др., содержат модули для решения задач по анализу прочности конструкций, решению задач термо-, гидро- и газодинамики, задач по расчёту электростатических и электромагнитных полей. Присутствуют сегодня на рынке такого ПО и отечественные аналоги для сварки, например Bazis, Вертикаль. Они предлагают пользователю обширный набор инструментов для детального анализа напряжённо-деформированного состояния всей конструкции (с учётом всех термомеханических явлений и металлургических эффектов) [6].

Учёт значительного количества физических явлений (включая второстепенные, с точки зрения анализа технологии), а также большого числа конечных элементов (из которых состоит расчётный объект), ведёт на практике к чрезмерно длительному времени термодинамического анализа (иногда сутками и неделями) и предъявляет серьёзные требования к используемой IT-инфраструктуре [7] и служит, в первую очередь, для решения конструкторских задач. Для решения большинства

¹ Сварочная ванна – это область расплавленного металла, образующаяся в процессе сварки под воздействием источника тепла (например, дуги, плазмы или луча лазера). Она состоит из расплавленного основного металла и, при использовании присадочного (электродного) материала, расплавленного присадочного (электродного) металла.

² Сварной шов – закристаллизовавшийся после сварки объем расплавленного металла.

³ Зона термического влияния – это область основного металла, прилегающая к сварному шву, которая не расплавилась, но подверглась нагреву в процессе сварки, что изменило её микроструктуру и свойства.

технологических задач сварки анализа и синтеза (в локальной области зоны сварки и ЗТВ) нет необходимости учитывать весь спектр физических явлений и рассматривать всю конструкцию. Если для научно-исследовательских и образовательных организаций временной фактор не является критическим, то для промышленных предприятий он представляет собой большое препятствие для массового внедрения подобных инструментов из-за жёстких временных ограничений на принятие решений.

ФЕМ-пакеты ориентированы в основном на решение задач термо-механического анализа и не позволяют решать более сложные задачи (обратные задачи математической физики [8]) синтеза и оптимизации. При этом основной результат сварки (сварной шов) в ФЕМ-пакетах либо задаётся в виде аппроксимированной поверхности (что явно недостаточно при многопроходной сварке для анализа раскладки сварных швов в разделке кромок, анализа дефектов, напряжений и деформаций), либо получается моделированием, но с использованием всего лишь несколько теоретических (сильно упрощённых) моделей источников распределения тепла, основанных на источнике Голдака [9] и требующих дополнительной калибровки и длительного времени расчёта.

Актуальной и существенной на сегодняшний день проблемой является то, что почти все эти продукты разработаны западными компаниями. В условиях санкционного давления на Россию продажи и техническая поддержка западных программных решений полностью прекращены. Остро встал вопрос создания и адаптации отечественных решений аналогичного класса для обеспечения технологического суверенитета РФ.

Отечественные решения в области моделирования сварочных процессов представлены либо аналогичными FEM-системами [10] со всеми их ограничениями, либо упрощёнными и/или аналитическими расчётами. В этих решениях реализованы не все актуальные для промышленности виды сварки (например, гибридные виды) и родственные технологии (например, напыление, резка). Также в них не учтена специфика каждого процесса (траектории движения инструмента, многопроходность, источники энергии и пр.). Алгоритмы этих продуктов также не позволяют решать большинство типовых задач проектирования сварки, ограничиваясь, главным образом, на прямых задачах моделирования – получении температурных полей и физических характеристик в зависимости от заданных обобщённых параметров процесса.

Таким образом, присутствующие сегодня на рынке коммерческие программные средства, основанные на FEM-анализе, не позволяют быстро и в полном объёме решать специфические задачи проектирования технологии сварки и родственных технологий.

4. CAE WeRTSim

В основу CAE *WeRTSim* положена инвариантно-модульная, расширяемая платформа, позволяющая интегрировать новые процессы и алгоритмы численного анализа. На рис. 3 представлена общая структура системы с последовательностью переходов от задания исходных данных до получения результата.

Блок «Программы для решения типовых задач проектирования технологии сварки» содержит алгоритмы расчёта параметров режима, оптимизации и диагностики, необходимых для решения описанных выше типовых задач технологии сварки.

Эти алгоритмы взаимодействуют с блоком «Компьютерные модели сварочных процессов» (см. ниже), в который входят численные физико-математические модели сварочных и родственных процессов для термодинамического, термодиформационного и фазового анализа. При расчёте используются нелинейные, температурно-зависимые свойства свариваемых материалов, присадочных и электродных проволок и плакирующих слоёв, такие как: энтальпия, теплопроводность, плотность, удельное электрическое сопротивление, модуль упругости, предел текучести. Эти данные являются справочными и хранятся в реляционной базе данных.

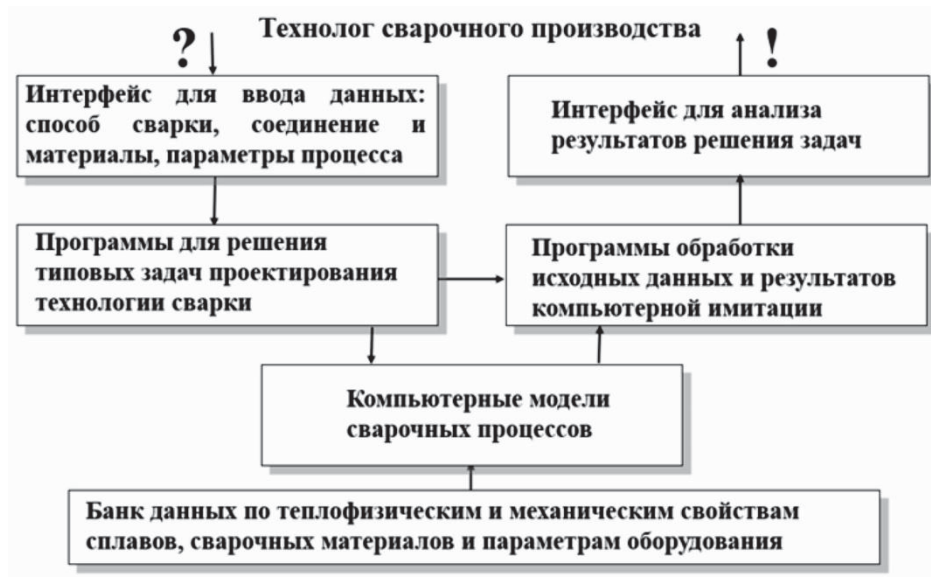
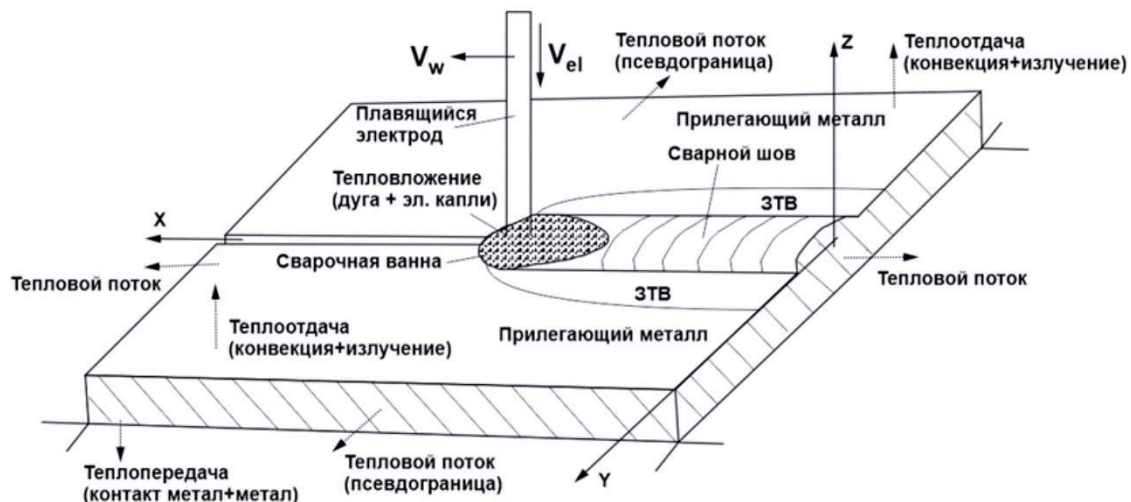


Рис. 3. Обобщённая структура CAE WeRTSim

Блоки ввода исходных данных и анализа результатов предназначены для обработки и представления информации в файловом, графическом и текстовом форматах.

Областью численного анализа является локальная зона высокотемпературной обработки материала, дискретизируемая множеством равноотстоящих точек в окрестности формирования сварного шва в координатах источника энергии. Свойства вещества в точках пространства определяются принадлежностью к газовой среде, расплаву или твёрдому металлу. Принадлежность определяется решением системы нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных, которая описывает нестационарные физические явления при формировании зоны плавления [11], рис. 4.

Рис. 4. Зоны моделирования и граничные условия
(схематично, на примере GMAW-процесса (Gas metal arc welding))

Дифференциальные уравнения (ДУ) полностью абстрагированы от условий протекания реального процесса, учитываемых уравнениями однозначности (краевыми условиями) и определяющими свойства объекта и окружающей среды, геометрические размеры тела, условия взаимодействия граничных поверхностей с окружающей средой, а также начальное состояние системы «объект – окружающая среда». Совместное

решение ДУ с краевыми условиями обеспечивает единственность решения для каждого конкретного случая сварки.

Результатом решения ДУ являются распределения в пространстве мощности источника энергии и теплоты, а также расположение поверхностей раздела сред с разными физическими свойствами. Причём, система уравнений описывает процесс с момента начала воздействия источника энергии до достижения установившегося состояния или окончания процесса. Её численное решение осуществляется с малым шагом по времени и пространственным координатам, позволяющим учитывать взаимодействие физических явлений с высокой точностью [12].

Основу термодинамического анализа в *WeRTSim*, независимо от рассматриваемого процесса, составляет численное решение системы нелинейных дифференциальных уравнений: энергии (1) с граничными условиями, деформации расплава с граничными условиями геометрии расплавленной зоны (2) (или анализа зоны пластической деформации в случае сварки трением с перемешиванием), распределения мощности по свободной поверхности и трёхмерное уравнение теплопереноса с внутренним источником теплоты и граничными условиями теплоотдачи.

$$\frac{\partial H(T)}{\partial t} = \nabla \cdot (\lambda(T) \nabla T) - \nabla \cdot (\rho(T) \vec{v} H(T)) + q_{vol}, \quad (1)$$

где $H(T)$ – удельная температурно-зависимая энтальпия; t – время; $\lambda(T)$ – температурно-зависимая теплопроводность; $\rho(T)$ – температурно-зависимая плотность; $\vec{v}$ – конвективная скорость движения вещества (расплав); q_{vol} – удельная объёмная мощность тепловыделения.

Область решения уравнения (1) включает зону расплавленного металла (сварочную ванну), металл шва (закристаллизовавшийся металл), ЗТВ и прилегающий металл с фиктивными границами на боковых гранях (см. рис. 4). На верхней поверхности учитывается теплоотдача конвекцией и излучением, на нижней – теплопередача в контакте между поверхностями свариваемой детали и сварочного приспособления. Благодаря такому рассмотрению локальной зоны при численном анализе достигается значительное сокращение времени расчёта.

Формирование свободных поверхностей расплава описывается уравнением (2) равновесия давлений на поверхностях сварочной ванны (рис. 5):

$$\sigma(T) \nabla \cdot \frac{\nabla Z(x,y)}{\sqrt{1+\nabla Z(x,y)^2}} - \rho g Z(x,y) = \frac{P_{li}(x,y)}{\sqrt{1+\nabla Z(x,y)^2}} + P_{tr} + P_{si}, \quad (2)$$

где $\sigma(T)$ – температурно-зависимое поверхностное натяжение расплава; $\rho g Z(x,y)$ – гидростатическое давление (P_{fs} на рис. 5), $P_{li}(x,y)$ – давление дуги; P_{tr} – давление электродных капель, P_{si} – внутреннее давление.

Совместное решение уравнений (1), (2) с начальными и граничными условиями с применением оптимизированных алгоритмов (FDM – finite difference, FVM – finite volume method) численного решения систем ДУ позволяет достаточно быстро получить термодинамическое состояние системы [13], необходимое для дальнейших расчётов фазового состава и напряжённого состояния с помощью соответствующих модулей системы.

В основе алгоритма термодинамического анализа лежит схема расщепления трёхмерного теплопереноса по координатам. Каждое из одномерных уравнений решается методом TDMA (tridiagonal matrix algorithm) с итерациями, учитывающими нелинейность теплофизических свойств.

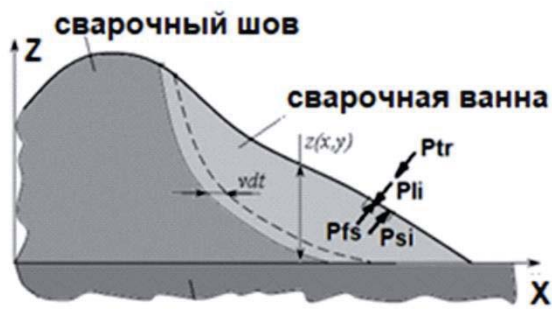


Рис. 5. Компоненты давления на элементарной площадке поверхности сварочной ванны (схематично)

Расчёт напряжённо-деформированного состояния в локальной зоне производится в соответствии с [14]. В случае необходимости расчёта деформации всей сварной конструкции имеется возможность генерации параметров источника Голдака [9] для их передачи в какой-либо FEM-пакет, обеспечивая возможность интеграции со сторонними коммерческими продуктами.

Таким образом, CAE *WeRTSim* включает в себя имитационные модели (модули) различных процессов, таких как сварка [11, 15], наплавка, резка и др.

Основным конкурентным преимуществом подхода, лежащим в основе *WeRTSim*, является расчётное время (от нескольких минут до часа), которое определяется количеством выбранных для решения сопряжённых задач (термическая, деформационная), количеством сварочных проходов и пакетных расчётов (Batch). Расчётная сетка генерируется непосредственно в расчётном модуле без участия пользователя на основе информации о конфигурации выбранного в препроцессоре сварного соединения. Кроме того, модель каждого процесса учитывает его индивидуальную специфику, заключающуюся в: описании источника теплоты и распределении его энергии на поверхности сварочной ванны (парогазового канала) с учётом пластической деформации; возможности учёта алгоритма работы источника питания (после проведения серии специальных экспериментов); возможности задания в препроцессоре индивидуальных параметров.

Обобщённое сравнение возможностей CAE *WeRTSim* с коммерческими FEM-продуктами позволяет констатировать следующие преимущества:

- полностью отечественная разработка;
- не требуется специальное обучение для работы с продуктом;
- простой и наглядный пользовательский мультязычный интерфейс для ввода исходных данных, представления результатов моделирования и управления вычислительными экспериментами, понятный инженерам-технологам по сварочному производству и позволяющий им концентрироваться исключительно на выполнении своих прямых задач;
- генерация расчётной сетки производится автоматически препроцессором;
- расчёт локальной зоны сварки (шов, ЗТВ, прилегающий металл);
- время расчёта составляет от нескольких секунд до часа;
- возможность анализа и расчёта параметров режима многопроходной сварки;
- возможность раскладки отдельных швов многопроходного шва в разделке¹;
- расширяемая платформа для новых технологических процессов и материалов;
- расчёт расхода вспомогательных материалов при сварке (проволока, газ);
- учёт специфики различных процессов (источник тепла, граничные условия);
- расчёт свободной поверхности расплава и сварного шва;
- моделирование сварки разнородных и разнородных материалов;
- моделирование сварки стыков произвольной формы;

¹ Разделка – область сварного соединения, заполняемая металлом при многопроходной сварке.

- расчёт параметров источника Голдака [9];
- наличие модулей анализа, синтеза, оптимизации и диагностики;
- оценка прочности и напряженно-деформационного состояния;
- формирование отчётных документов расчёта (протоколов, карт и т.п.);
- возможность системной интеграции с CAD-программами, FEM-пакетами и системами управления промышленными роботами.

Таким образом, рассмотрение при численном анализе только локальных зон плавления (пластической деформации), термического влияния и прилегающего металла (а не всей конструкции) позволяет значительно сократить время расчёта. Использование унифицированного математического аппарата к описанию общих для рассматриваемых процессов физических явлений и специфики каждого процесса в виде индивидуальных граничных условий сделало возможным разработать прототип платформы, позволяющей неограниченно расширять её новыми имитационными моделями процессов.

В конечном итоге пользователь САЕ *WeRTSim* получает в своё распоряжение удобный, интуитивно понятный инструмент инженерного анализа на основе ИМ с хорошо знакомыми ему понятиями и терминами, не требующий дополнительной квалификации в области FEM-анализа, что позволяет ему концентрироваться исключительно на решении его прямых технологических задач.

Литература

1. **Reisgen U, Schiebahn A, Sharma R., Maslennikov A, Rabe P, Erofeev V.** A method for evaluating dynamic viscosity of alloys during friction stir welding. *Journal of Advanced Joining Processes* 2020; 1: <https://doi.org/10.1016/J.JAJP.2019.100002>.
2. **Эльберг М.С.** Имитационное моделирование : учеб. пособие / М. С. Эльберг, Н. С. Цыганков. Красноярск : Сиб. федер. ун-т, 2017. 28 с.
3. **Николаев Г.А. и др.** Сварка в машиностроении: Справочник в 4-х т. М.: Машиностроение, 2018.
4. **Самарский А.А. Вабищевич П.Н.** Вычислительная теплопередача. М.: Едиториал УРСС, 2003. 784 с.
5. **Полосков С.И., Ерофеев В.А., Масленников А.В.** Прогнозирование качества сварных соединений на основе физико-математической модели процесса орбитальной сварки // *Сварочное производство*. 2005. № 2. С. 8.
6. **Девятков С.** Моделирование сварочных процессов с помощью программного обеспечения фирмы ESI Group. *CADmaster*, 2011, №2. С 48-52.
7. **Karkhin V.A.** Mathematical Modelling of Weld Imperfections and Their Influence on Welded Structures. *Welding in the World*, 2016. DOI: 10.1007/s40194-016-0324-8.
8. R. C. Aster, B. Borchers and C. H. Thurber. *Parameter estimation and inverse problems*, 3rd edition, Cambridge, Elsevier, 2019, 404 pp.
9. J. Goldak et al. A new finite element model for welding heat sources. *Metallurgical transactions B*. Vol 15B, June 1984. P. 299-305.
10. **Санджиев Н.В., Сердюков Д.А.** Сравнение зарубежных и отечественных программ для расчета задач методом конечных элементов // *Синергия наук*. 2016. № 6. С. 522-527.
11. **Судник В.А., Ерофеев В.А., Масленников А.В. и др.** Математическая модель сварки под флюсом и явлений в дуговой каверне // *Сварочное производство*, 2012, № 7. С. 3-12.
12. **Мазо А.Б.** Основы теории и методы расчёта теплопередачи. Учебное пособие. Казань: Казан. ун-т, 2013. 144 с.

13. Software package simweld for simulation of gas-metal-arc-welding processes of steels and aluminium alloys. Dilthey U., Mokrov O., Pavlyk V., Dikshev I. Mathematical Modelling of Weld Phenomena 7, eds. H.Cerjak, H.K.D.N. Bhadeshia and E.Kozeschnik, Verlag der TU Graz, Österreich, 2005, 1057-1078.
14. **Ерофеев В.А., Полосков С.И., Шолохов М.А.** Компьютерный анализ накопления пластических деформаций при многослойной дуговой сварке и наплавке // Заготовительные производства в машиностроении. 2023. Т.21. № 3. С. 106-111.
15. **Мосин А.А., Ерофеев В.А., Шолохов М.А., Фивейский А.М.** Оптимизация двухэлектродной сварки под флюсом угловых швов мостовых металлоконструкций // Заготовительные производства в машиностроении. 2020. Т. 18. № 9. С. 402-407.