

УДК 519.67

ВЛИЯНИЕ ДЕТАЛИЗАЦИИ ВЛАСТНОЙ ИЕРАРХИИ В СИСТЕМЕ «ВЛАСТЬ-ОБЩЕСТВО» НА РЕЗУЛЬТАТЫ ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ЕЁ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ДИНАМИКИ

М.Е. Степанцов (Москва)

В ряде исследований региональной социально-экономической динамики при помощи классической модели А.П. Михайлова «Власть – общество» [1] использовался переход от краевой задачи для дифференциального уравнения в частных производных:

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k(p, \frac{\partial p}{\partial x}, x, t) \frac{\partial p}{\partial x} \right) + F(p, x, t) \\ \frac{\partial p}{\partial x} \Big|_{x=0} = \frac{\partial p}{\partial x} \Big|_{x=1} = 0 \end{cases},$$

где $p(x, t)$ – количество власти, основная переменная модели, зависящая от времени и уровня властной иерархии $x \in [0; 1]$; $F(p, x, t)$ – функция реакции общества как источника властных полномочий, к системе обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающих многоуровневую иерархическую властную структуру [2]. Данная модель может учитывать экономические и социальные факторы, вводимые в рамках подхода Солоу [3]:

$$\begin{cases} \frac{dp_1}{dt} = (k_1(p_2 - p_1) + F_1(p_1, t)) \frac{\gamma}{c} \\ \frac{dp_i}{dt} = (k_i(p_{i+1} - 2p_i + p_{i-1}) + F_i(p_i, t)) \frac{\gamma}{c} \\ \frac{dp_n}{dt} = (k_n(p_{n-1} + p_n) + F_n(p_n, t)) \frac{\gamma}{c} \\ L = L_0 e^{\nu t} \\ \frac{dK}{dt} = -\mu K + \rho(1 - a - \omega P - m_1 QP)X \\ X = (A_1 P - A_2 P^2)(1 - m_2 Q)K^\alpha L^{1-\alpha} \\ c = (1 - \rho)(1 - a - \omega P - m_1 QP) \frac{X}{L} \end{cases} \quad (1)$$

где: p_i – количество власти на i -м уровне иерархии;

k_i и F_i – соответственно коэффициент перетекания власти и функция реакции общества;

L – количество занятых в экономике;

L_0 – его значение в момент времени, выбранный в качестве начального;

ν – коэффициент прироста населения;

K – объем основных производственных фондов;

X – валовый выпуск;

a – коэффициент прямых затрат;

ρ – норма накопления;

α – эластичность производственной функции по фондам;

c – уровень потребления на одного работающего.

Взаимосвязь экономической системы и властных структур задаётся переменными P (суммарное количество власти в иерархии) и Q (объем коррупции), а также коэффициентами γ , ω и $m_{1,2}$, означающими, соответственно, влияние уровня

потребления на динамику власти, долю продукта, идущую на нужды властной иерархии, и влияние коррупции на экономическое производство.

Данная модель адекватно описывает систему в целом. Однако при попытке использовать ее для имитационного моделирования региональной динамики (например, [4]) возникают трудности, связанные с различиями социально-экономических особенностей регионов и муниципалитетов и, в целом, с негибкостью модели, не позволяющей расширить её область применимости.

Для решения этой проблемы автор использовал дискретную модификацию этой модели, основанную на клеточном автомате. Эта модификация порождает макродинамику, совпадающую с макродинамикой непрерывной модели, и при этом позволяет исследовать явления, которые не могут быть описаны при помощи непрерывной модели.

В большинстве исследований рассматривалась трёхуровневая иерархия власти (федеральный центр – регионы – муниципалитеты). Отдельный муниципалитет соответствовал клетке клеточного автомата, а регион – связному множеству клеток. Состояние клетки соответствовало количеству власти в данном муниципалитете. Также клетка в модели характеризуется функцией реакции общества (как и в [5], всегда использовалась кубическая функция), а также такими параметрами как численность населения муниципалитета, объём основных производственных фондов муниципалитета и уровень коррупции в муниципалитете.

Правила клеточного автомата задаются в соответствии с методом замены дифференциальных уравнений клеточными автоматами [6]. Динамика экономических показателей системы основывается на интерпретации Колемаевым [7] модели Солоу. Алгоритм полученной модели, таким образом, соответствует системе (1). Он неоднократно был изложен автором, в том числе в докладах на конференциях ИММОД, поэтому повторно здесь приводиться не будет.

Дискретная версия модели позволяет проводить имитационное моделирование системы власти, с высокой точностью отображая структурные и географические её особенности. Однако при моделировании системы «власть – общество» в России была использована имитационная система со всего 100 муниципалитетами и 8 регионами. В случае же моделирования США вообще рассматривалась двухуровневая иерархия власти, в то время как муниципальный уровень управления присутствует в моделируемой реальности.

В связи с этим возникает законный вопрос: влияет ли такое уменьшение детализации моделируемой властной иерархии на результаты моделирования и, если да, то как?

Для исследования этого вопроса были проведены следующие вычислительные эксперименты.

1. Сравнение динамики количества власти и макроэкономических показателей в системах, представленных клеточными автоматами с полями размерами 10x10 (использовалось в ряде работ автора) и 50x50.

2. Сравнение социально-экономической динамики при изменении числа регионов в случае рассмотрения двухуровневой и трёхуровневой иерархий.

3. Сравнение социально-экономической динамики в системах, где параметры модели Солоу были одинаковы в каждом муниципалитете и различались.

В первой серии вычислительных экспериментов рассматривался выход на стационарные значения среднего количества власти по муниципалитетам системы (основной переменной модели) и нормы потребления (главного показателя уровня жизни).

Использовались те же значения параметров модели Михайлова и социально-экономических показателей, что и в [8]. Для каждого муниципалитета (клетки автомата) значения параметров функции реакции общества, заданной выражением $F(p) = -(p - p_1)(p - p_2)(p - p_3)$, были взяты равными $p_1 = 2$, $p_2 = 5$, $p_3 = 7$. Использовались следующие значения параметров модели Солоу: $v=0,02$, $a=0,5$, $\rho = \alpha = 0,3$ (оптимальная по Колемаеву норма накопления), $A_1 = 10$, $A_2 = 1$.

Начальные значения переменных модели были приняты равными $K(0)=1000$ и $L(0)=1000$ в каждом муниципалитете, доля расходов на поддержание властных структур была принята $\omega = 0,04$.

Были проведены 100 вычислительных экспериментов длительностью по 100 шагов по времени для каждого из двух размеров поля клеточного автомата. Динамика выхода среднего количества власти и нормы потребления на постоянные значения практически не отличалась для двух размеров поля (примеры результатов вычислительных экспериментов приведены на рис. 1 и рис. 2).

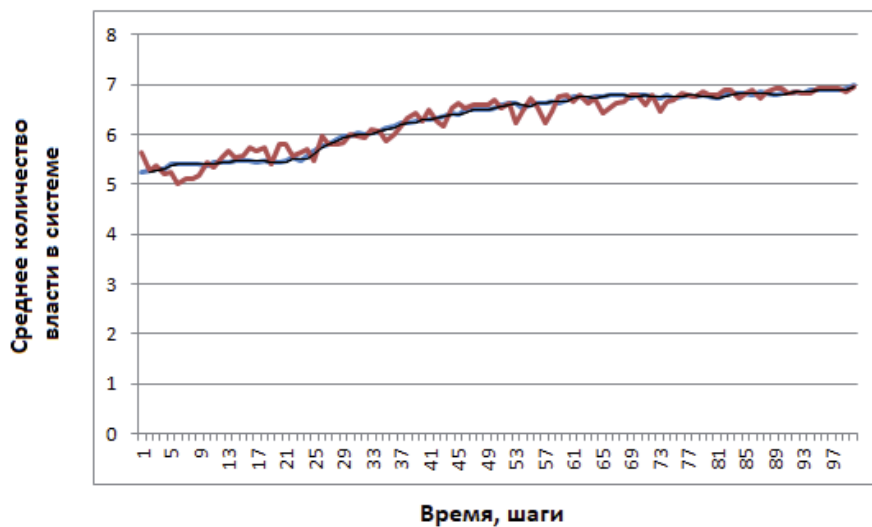


Рис. 1. Динамика выхода среднего количества власти в системе на стационарное значение 7 в случаях поля 10x10 (красная кривая) и 50x50 (синяя кривая)



Рис. 2. Динамика удельного потребления (в условных единицах на душу населения) в случаях поля 10x10 (красная кривая) и 50x50 (синяя кривая)

При этом в случае поля 50x50 кривые получались более гладкими, поскольку усреднение проводилось по большему количеству клеток.

Вторая серия экспериментов основывалась на имитационной системе размера 10x10, моделировавшей властную структуру, состоящую из 100 муниципалитетов, объединенных в 9 регионов. С её помощью рассматривался процесс добавления в систему нового (девятого) региона, ранее исследованный автором.

Как и в прежнем исследовании, численность населения системы была принята равной 153 миллионам человек. Каждому из четырех муниципалитетов нового региона было приписано значение численности населения, равное двум миллионам, а в восьми других 47 муниципалитетах также было приписано население в количестве двух миллионов, а остальным 49 – по одному миллиону. В модели Солоу коэффициенты были взяты из [10], так что производственная функция системы имела вид $X = 0,189K^{0,886}L^{0,246}$. Начальное количество власти было принято равным 7 на всех уровнях властной иерархии. Все начальные значения переменных для присоединяемого региона были положены равными 0.

В двух вариантах экспериментов использовались трёхуровневая (как в исходном исследовании) и двухуровневая иерархия власти.

Во втором случае клеточный автомат включал девять клеток, соответствующих девяти регионам, и строился методом замены дифференциальных уравнений на основе системы, аналогичной (1), но с двумя уровнями иерархии:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dp_f}{dt} = \left(k_f(p_r - p_f) + F_f(p_f, t) \right) \frac{\gamma}{c} \\ \frac{dp_i}{dt} = \left(k_i(p_f - p_i) + F_i(p_i, t) \right) \frac{\gamma}{c} \\ L = L_0 e^{\gamma t} \\ \frac{dK}{dt} = -\mu K + \rho(1 - a - \omega P - mQP)X \\ X = (A_1 P - A_2 P^2)(1 - mQ)K^\alpha L^{1-\alpha} \\ c = (1 - \rho)(1 - a - \omega P - mQP) \frac{X}{L} \end{array} \right. \quad (2)$$

При помощи построенных имитационных систем были проведены по 100 вычислительных экспериментов для случаев трёх- и двухуровневой иерархии власти с одними и теми же начальными данными на временном отрезке в 60 шагов, соответствующем 5 годам реального времени.

Как и в исходном исследовании, основным результатом изменения числа регионов стало снижение уровня удельного потребления примерно на 5% в год, а единственным эффективным методом преодоления этой проблемы оказываются внешние инвестиции в экономику в объеме 13 триллионов условных денежных единиц. Динамика этого процесса не зависит от того, трех- или двухуровневую систему мы рассматриваем; для обоих случаев она представлена на рис. 3.

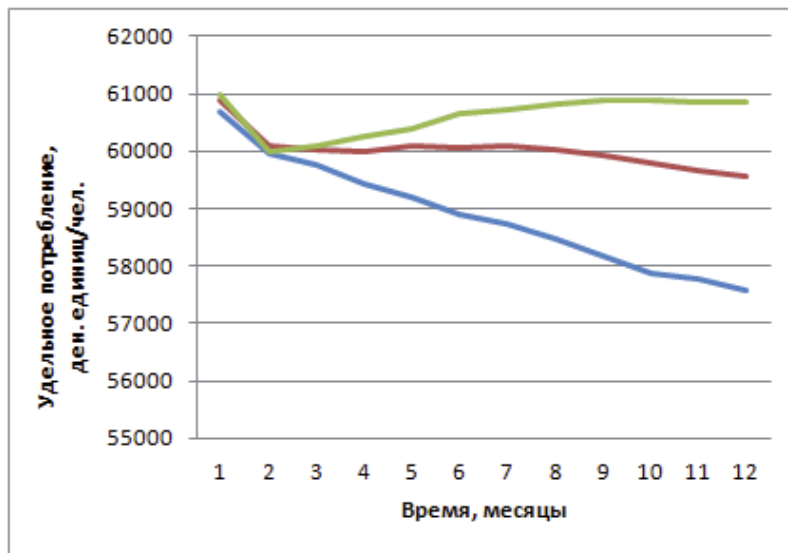


Рис. 3. Динамика удельного потребления при отсутствии дополнительных инвестиций (синяя кривая), 8 трлн. инвестиций (красная кривая) и 13 трлн. инвестиций (зеленая кривая)

При этом в исходном исследовании системы с трёхуровневой иерархией наблюдался эффект частичной временной потери управляемости в некоторых муниципалитетах. В системе с двухуровневой иерархией никакое подобное явление не имело места, то есть снижение детализации привело к изменению динамики системы в той её части, которая определялась наличием такой детализации.

В третьей серии экспериментов использовалась имитационная система, аналогичная той, что применялась в первой серии, за тем исключением, что параметры модели Солоу $\alpha = 0,3$ и $A_1 = 10$ варьировались от муниципалитета к муниципалитету случайным образом. В качестве закона распределения был взят нормальный со средними, равными указанным значениям, и стандартными отклонениями, равными 0,03 и 0,1, то есть в 10 раз меньшими соответствующих средних.

Были проведены 100 вычислительных экспериментов длительностью по 100 шагов по времени для случаев одинаковых параметров модели Солоу в каждом муниципалитете (первый случай) и распределённых по вышеописанному закону (второй случай). Для значений нескольких переменных на шаге 100 были вычислены их средние значения для первого и второго случаев и была проведена проверка статистических гипотез о равенстве их средних значений. Уровни значимости, полученные при этих проверках, приведены в таблице 1.

Таблица 1. Уровни значимости различий между результатами двух экспериментов для некоторых усреднённых значений переменных после 100 шагов.

Переменная	Уровень значимости
Количество власти	0,47
Норма потребления	0,55
ВВП	0,32

Таким образом, можно утверждать, что значимых различий между макродинамикой системы с одинаковыми параметрами моделей Солоу в каждой клетке

автомата и системы с различающимися параметрами с теми же средними значениями нет. При этом динамика переменных в отдельных клетках автомата во втором случае заметно отличается от первого.

Проведённое исследование позволяет сделать следующий вывод. При использовании дискретной клеточно-автоматной модификации модели А.П. Михайлова «Власть – общество» для решения некоторых прикладных задач допустимо некоторое снижение детализации структуры властной иерархии. Такое снижение не меняет макродинамику модели и, в частности, значения макроэкономических переменных, получаемые при решении задач.

Если же в задаче требуется исследовать микродинамические характеристики, например, региональные различия или иные эффекты, проявляющиеся на уровне отдельных клеток автомата, снижение детализации способно их нивелировать и, таким образом, сделать модель непригодной для решения подобных задач.

Литература

1. **Михайлов А. П.** Математическое моделирование власти в иерархических структурах // Математическое моделирование. 1994. Т.6, № 6. С. 108-138.
2. **Петров А. П.** О модели «власть-общество» с периодической функцией реакции гражданского общества // Математическое моделирование. 2008. Т. 20. № 11. С. 80-88.
3. **Solow R.M.** Technical Change and the Aggregate Production Function // The Review of Economics and Statistics. 1957. August. Vol.39. No. 3. P. 312-320.
4. **Ахременко А. С., Петров А. П.** Влияние системы перераспределения общественных ресурсов на экономическую эффективность, поддержку власти и социальное неравенство: к динамической математической модели // XII всероссийское совещание по проблемам управления ВСПУ-2014. Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН. 2014. С. 6170-6181.
5. **Дмитриев М.Г., Павлов А.А., Петров А.П.** Модель «власть-общество-экономика» для случая слабо коррумпированной дискретной иерархии // Математическое моделирование, 2012. Т. 24, № 2. С. 120-128.
6. **Степанцов М. Е.** О сходимости решения, получаемого при помощи клеточного автомата, к решению исходной задачи Коши // Математическое моделирование. 2025. Т. 37, № 3. С. 75-84.
7. **Колемаев В.А.** Математическая экономика. М.: ЮНИТИ, 1998.
8. **Степанцов М. Е.** Моделирование системы «власть – общество – экономика» с элементами коррупции на основе клеточных автоматов // Математическое моделирование, 2017. Т. 29, № 9. С. 101-109.
9. **Тоффоли Т., Марголус Н.** Машины клеточных автоматов. М.: Мир, 1991.
10. **Пшеничникова С. Н.** Анализ производственной функции Кобба-Дугласа для экономик России и ряда стран региона центральной и Восточной Европы // Известия Юго-Западного государственного университета. Сер. Экономика. Социология. Менеджмент. 2017. Т.7. № 3(24). С. 148-166.