УДК 519.87

МОДЕЛИРОВАНИЕ В СРЕДЕ ANYLOGIC ЭФФЕКТА МЯГКОЙ СИЛЫ В ПОПУЛЯЦИОННЫХ МОДЕЛЯХ

В.А. Бобров, Ю.И. Бродский (Москва)

Введение

Понятие мягкой силы ввёл Джозеф Най из Гарвардского университета в 1990-м г. [1], хотя нечто подобное можно найти даже в древности – например, Лао-цзы, в Дао-Дэ цзин [2]. Краеугольным камнем этой концепции являются культурные ценности, способные побудить других хотеть того, чего хочет оператор мягкой силы.

Модель хищник – жертва

Рассмотрим известную модель А. Лотки – В. Вольтерры «хищник – жертва» [3]:

$$\frac{dN}{dt} = \alpha N\left(1 - \frac{M}{\overline{M}}\right);$$
$$\frac{dM}{dt} = \beta M\left(\frac{N}{\underline{N}} - 1\right). \qquad (1)$$

Здесь N и M – численности популяции жертв и хищников соответственно, $\underline{N}$ – минимальное количество жертв, необходимое для того, чтобы прокормить популяцию хищников, а $\overline{M}$ – максимальное количество хищников, которое может выдержать популяция жертв. α и β – мальтузианские коэффициенты, отражающие скорость размножения популяций.

Суть модели (1), включая колебательный характер её решений (рис. 1), была описана (хотя и на естественном языке) Л.Н. Толстым [4] ещё почти за 40 лет до А. Лотки и В. Вольтерры.

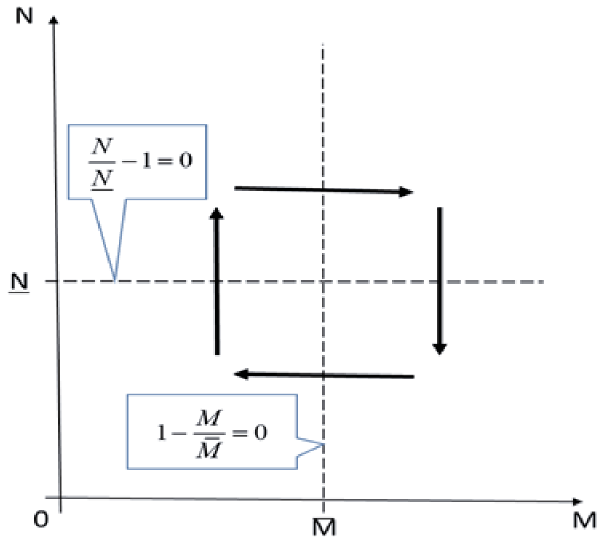

Рис. 1. Фазовая плоскость

Макроанализ

Преобразуем систему уравнений (1):

$$\frac{dN}{dt} = \frac{\alpha N(\bar{M} - M)}{\bar{M}};$$
$$\frac{dM}{dt} = \frac{\beta M(N - \underline{N})}{\underline{N}}.$$

Далее разделим первое уравнение на второе:

$$\frac{dN}{dM} = \frac{\alpha N\underline{N}(\bar{M} - M)}{\beta M\bar{M}(N - \underline{N})}. \qquad (2)$$

Разделим переменные в (2):

$$\frac{\bar{M} - M}{\beta M\bar{M}} dM + \frac{\underline{N} - N}{\alpha N\underline{N}} dN = 0,$$

Затем разобьем на простые дроби:

$$\frac{dM}{\beta M} - \frac{dM}{\beta \bar{M}} + \frac{dN}{\alpha N} - \frac{dN}{\alpha \underline{N}} = 0.$$

Проинтегрируем:

$$\frac{1}{\beta}\left(\ln M - \frac{M}{\bar{M}}\right) + \frac{1}{\alpha}\left(\ln N - \frac{N}{\underline{N}}\right) = C \qquad (3)$$

.

Выражение (3) можно интерпретировать как функцию от N и M :

$$C(N, M) = \frac{1}{\alpha}\left(\ln N - \frac{N}{\underline{N}}\right) + \frac{1}{\beta}\left(\ln M - \frac{M}{\bar{M}}\right).$$

Назовём функцию $C(N, M)$ потенциалом системы хищник – жертва, а функции

$$C(N) = \frac{1}{\alpha}\left(\ln N - \frac{N}{\underline{N}}\right), \ C(M) = \frac{1}{\beta}\left(\ln M - \frac{M}{\bar{M}}\right),$$

потенциалами популяций жертв и хищников соответственно. Такое определение потенциала кажется удачным, поскольку оно имеет одинаковую функциональную форму для обеих популяций. Также отметим, что: $C(N, M) = C(N) + C(M)$.

Теперь найдём градиент функции $C(N, M)$ в точке $\left(N, M\right)$:

$$\left(\frac{1}{\alpha N} - \frac{1}{\alpha \underline{N}}, \frac{1}{\beta M} - \frac{1}{\beta \bar{M}}\right).$$

Вид градиента показывает, что функция $C(N, M)$ строго вогнута и достигает строгого глобального максимума в точке $\left(\underline{N}, \bar{M}\right)$.

Рассмотрим частную производную функции $C(N,M)$ по N:

$$\frac{\partial C(N,M)}{\partial N}=\frac{1}{\alpha}\left(\frac{1}{N}-\frac{1}{\underline{N}}\right).$$

При $N<\underline{N}$ производная строго положительна, при $N=\underline{N}$ она равна нулю, а при $N>\underline{N}$ она строго отрицательна.

Частная производная функции $C(N,M)$ по M:

$$\frac{\partial C(N,M)}{\partial M}=\frac{1}{\beta}\left(\frac{1}{M}-\frac{1}{\bar{M}}\right).$$

Аналогично, при $M<\bar{M}$ производная строго положительна, при $M=\bar{M}$ она равна нулю, а при $M>\bar{M}$ она строго отрицательна.

Поскольку для любого решения $N(t),M(t)$ системы хищник – жертва верно, что $C\big(N(t),M(t)\big)=const$, плоскость $C\big(N,M\big)=C$ и поверхность

$$C(N,M)=\frac{1}{\alpha}\left(\ln N-\frac{N}{\underline{N}}\right)+\frac{1}{\beta}\left(\ln M-\frac{M}{\bar{M}}\right),$$

пересекаются в случае $C\le C(\underline{N},\bar{M})$, и линия пересечения дает нам траекторию системы на фазовой плоскости.

Более того, из приведённого выше анализа производных следует, что если $N(t),M(t)$ и $\tilde{N}(t),\tilde{M}(t)$ – решения системы хищник – жертва при различных начальных условиях, $C\big(N(t),M(t)\big)=C$, $C\big(\tilde{N}(t),\tilde{M}(t)\big)=\tilde{C}$ и $C<\tilde{C}$, то фазовая траектория $\tilde{N}(t),\tilde{M}(t)$ лежит строго внутри фазовой траектории $N(t),M(t)$. Точка $\big(\underline{N},\bar{M}\big)$ является глобальным максимумом функции $C(N,M)$ и, следовательно, лежит внутри фазовой траектории любого решения (рис. 2).

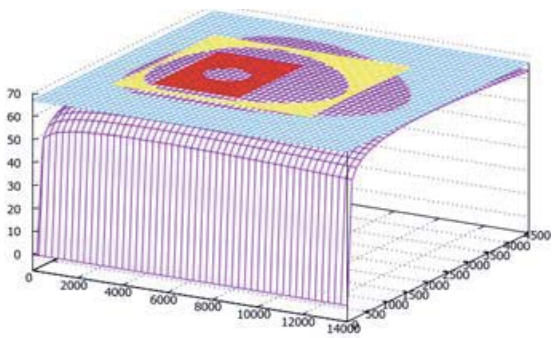

Рис. 2. Уровневые плоскости $C\big(N,M\big)=const.$

Тогда становится возможным говорить о том, что наш инвариант

$$\frac{1}{\alpha}\left(\ln N-\frac{N}{\underline{N}}\right)+\frac{1}{\beta}\left(\ln M-\frac{M}{\bar{M}}\right)=C,$$

– это степень близости (в топологическом, а не метрическом смысле) фазовой траектории $C(N,M)=const$ к стационарной центральной точке $(\underline{N},\bar{M})$. Для любого решения $N(t),M(t)$ эта степень близости остаётся постоянной. При этом фазовые траектории с большим значением $C(N(t),M(t))$ находятся внутри фазовых траекторий с меньшим значением, а стационарная точка $(\underline{N},\bar{M})$ находится внутри всех траекторий.

Отметим, что написанное выше вызывает некоторые ассоциации между потенциалом системы и энтропией: во-первых, поскольку потенциал определяет меру близости к равновесию (стационарной точке системы, обладающей максимальным потенциалом), а во-вторых, из-за существенной роли логарифма в определении потенциала.

Имитационные эксперименты с классической моделью

Далее в качестве инструмента имитации использовалась система AnyLogic [5]. Использовались системно-динамические возможности системы версии 8.9.4. Без имитации эволюцию исследуемых дифференциальных уравнений можно было бы определить лишь качественно, уравнения нелинейны и их аналитические решения нам неизвестны. Тем более, при проведении экспериментов в игровых постановках, когда параметры становятся управлениями игроков, быстрота и наглядность результатов, полученных с помощью AnyLogic, неоценима. В особенности, при объяснении обнаруженных довольно тонких эффектов студентам.

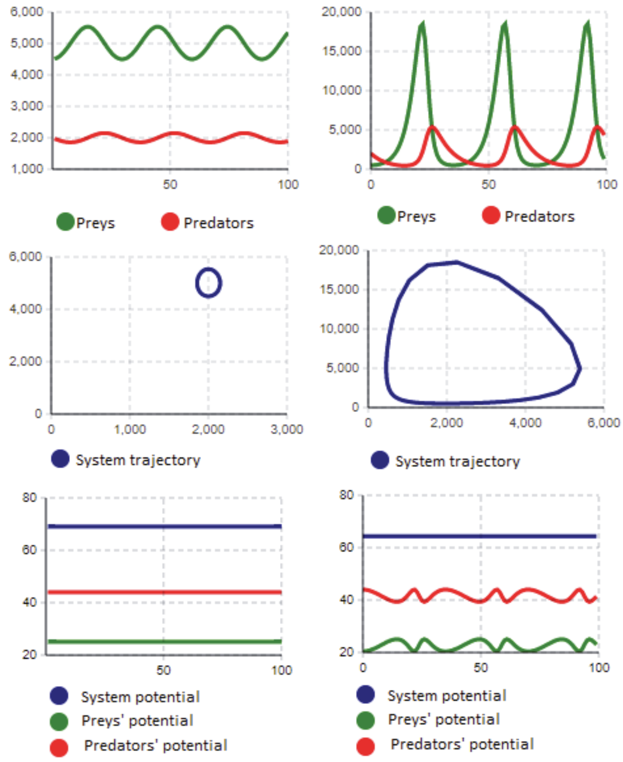

Рис. 3. Моделирование системы «хищник – жертва»

На рис. 3 приведены примеры графиков модели при различных начальных условиях. Графики показывают, что потенциал системы сохраняется на всей траектории, хотя часть потенциала жертв может перейти к хищникам – и наоборот, что похоже на то, как при перемещении массивной точки вокруг центра тяжести часть её потенциальной энергии может переходить в кинетическую и наоборот, но общая энергия при этом сохраняется и определяет вид траектории. Если фазовая траектория системы проходит вблизи стационарной точки, потенциалы популяций являются практически постоянными (их отклонения обладают высшим порядком малости, чем отклонения траектории от стационарной точки).

При этом чем больше потенциал системы, тем ближе траектория к стационарной точке – в данном примере, точке (5000, 2000).

Также график показывает, что частота колебаний остаётся постоянной лишь в небольшой окрестности стационарной точки $(\underline{N}, \overline{M})$ и уменьшается при уменьшении потенциала. Ещё одно наблюдение – в небольшой окрестности центра динамика численностей популяций практически синусоидальна, а фазовая траектория – практически окружность, что становится совершенно неверным при малых значениях потенциала.

Управление численностью хищников: мягкая сила или вооруженная борьба?

Предположим, жертвы недовольны своей ролью корма для хищников и решили бороться с угнетением со стороны последних. Первое, что приходит на ум и что делали угнетенные народы на протяжении всего 20-го века, – это уничтожать хищников или, по крайней мере, значительно сокращать их численность. Как показывает история 20-го века, уничтожить всех скорее всего не удастся, а сокращение численности, как мы увидим, не решает проблему.

На рис. 4 показан следующий эксперимент: предположим, что было около 1000 жертв и около 2000 хищников, тогда число последних было сокращено до 300 за раз. Система просто переключилась на другую, более внешнюю траекторию, с более высокими пиками как для хищников, так и для жертв. Во втором примере было около 5000 жертв и более 6000 хищников, а уменьшенное число последних составило 1500, то есть более чем в четыре раза меньше. Траектория перешла на внутреннюю траекторию с малыми амплитудами колебаний. Принципиально в модели ничего не изменилось.

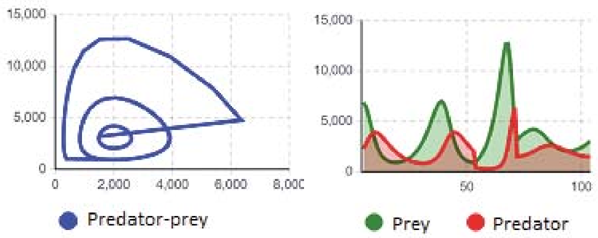

Рис. 4. Мгновенное устранение части хищников из системы

Что должны делать жертвы, чтобы улучшить свое положение в системе, если устранение части хищников не дает эффекта?

Давайте попробуем привнести конкуренцию в динамику популяции жертв. Добавим слагаемое конкуренции с емкостью окружающей среды N^* к уравнению динамики численности жертв в (1):

$$\frac{dN}{dt} = \alpha N\left(1 - \frac{N}{N^*} - \frac{M}{\overline{M}}\right).$$

Центр $\left(\underline{N},\bar{M}\right)$ (см. рис. 1) становится устойчивым фокусом и смещается влево (см. рис. 5) к точке

$$\left(\underline{N},\bar{M}(1-\frac{\underline{N}}{N^*})\right).$$

Как только соотношение $N^* \le \underline{N}$ начинает выполняться, хищникам нет места в системе, они вымирают (см. рис. 5 и рис. 6).

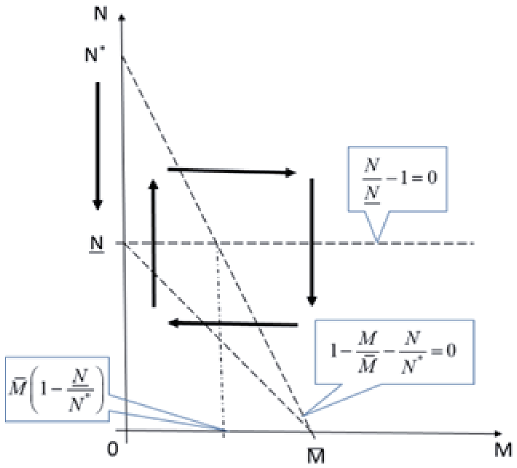

Рис. 5. Конкуренция среди жертв

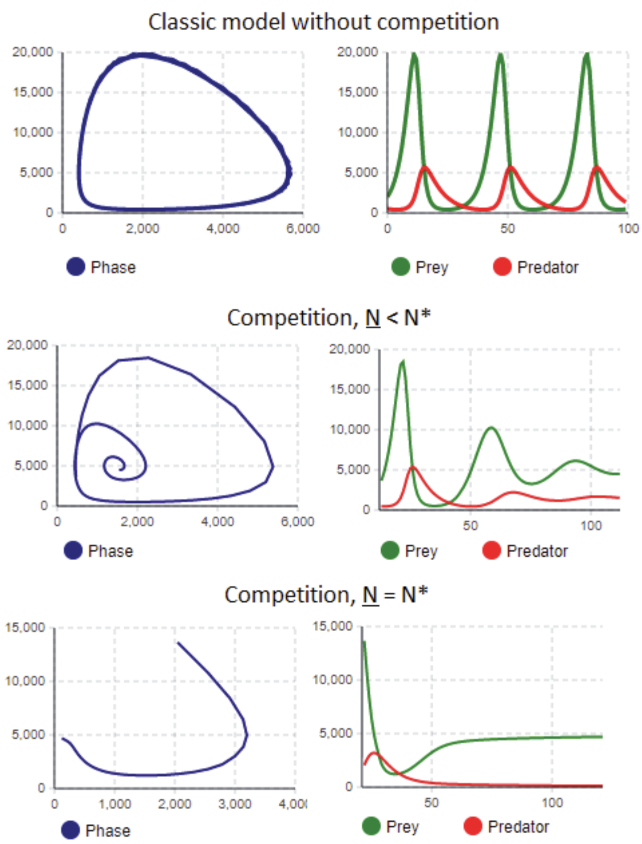

Рис. 6. Конкуренция среди жертв как мягкая сила

Обратите внимание, что условием вымирания хищников является освоение жертвами всего ресурса в процессе конкуренции за ресурс:

$$\frac{\underline{N}}{N^*} \geq 1.$$

В то же время жертвы ничего не теряют: их численность по-прежнему колеблется в пределах $\underline{N}$, и после вымирания хищников им можно ослабить конкуренцию – и увеличить N^*.

Хочется обратить внимание на то, что некоторые религии, и такие мыслители, как Л.Н. Толстой [4] и М.К. Ганди [6], выступают за непротивление злу насилием как альтернативу возмездию по принципу «око за око», и этот их тезис часто кажется нам непонятным, непрактичным, идеалистическим и т.д. Наше моделирование (см. рис. 4) показывает, что прямая борьба с хищниками не приносит жертвам никаких результатов. Тем не менее мы видим, что жертвы вполне реально могут избавиться от хищников без какого-либо насилия, исключительно за счет самоорганизации – усиления внутренней конкуренции, т.е. через самоуправление, самоподдержку, самоорганизацию, путем взятия на себя задачи регулирования численности собственной популяции.

Если посмотреть на конкуренцию в модели «хищник – жертва» глазами разумного хищника, то, наоборот, для поддержания статус-кво в системе хищники должны всячески избегать конкуренции между жертвами. Например, изолировать их друг от друга и досыта кормить (как, например, кур на птицефабрике или коров на ферме).

В то же время в такой системе среднее количество жертв может быть намного больше, чем могло бы быть в природе без разумных хищников. В этом случае возникает вопрос: если мы рассматриваем среднюю численность популяции как критерий ее успешности, то является ли наличие разумных хищников злом или, наоборот, благом для популяции жертв в такой системе?

Мягкая сила в модели конкуренции

Рассмотрим теперь модель конкуренции А. Лотки и В. Вольтерры [3].

$$\begin{aligned} \frac{dN}{dt} &= \alpha N\left(1 - \frac{N}{N^*} - m\frac{M}{M^*}\right), \\ \frac{dM}{dt} &= \beta M\left(1 - n\frac{N}{N^*} - \frac{M}{M^*}\right). \end{aligned} \tag{4}$$

Здесь N и M – размеры популяций конкурентов, α, β - мальтузианские коэффициенты, N^* и M^* – емкости среды, то есть максимальное количество каждого типа конкурентов, для которых (при отсутствии другого типа) системный ресурс достаточен, n и m – коэффициенты двойных стандартов, они показывают, во сколько раз межпопуляционная конкуренция (с «чужими») отличается от внутрипопуляционной конкуренции (со «своими»).

Двойные стандарты характеризуются различным применением принципов, законов, правил и оценок к одним и тем же действиям различных субъектов в зависимости от степени лояльности этих субъектов к оценивающему или других причин, приносящих ему выгоду. Оказывается, что двойные стандарты являются эффективными механизмами управления в конкурентных системах [7].

Интересно рассмотреть систему (4) не в биологической области, как [3], а в социальной [8], где система (4) становится ограничением дифференциальной игры – способность социальных систем быстро изменять поведение в ответ на текущую ситуацию – превращает динамическую систему (4) в позиционную дифференциальную игру, в которой игроки управляют коэффициентами двойных стандартов n и m. Именно поэтому в межгосударственных отношениях так популярны двойные стандарты.

Выделим следующие диапазоны коэффициентов двойных стандартов:

1) сверхтолерантность, $-\infty < n, m < 0, nm < 1$;

2) толерантность, $0 \le n, m < 1$;

3) отношение без предубеждений и предпочтений (нет двойных стандартов), n и m равны 1;

4) нетерпимость, $1 < n, m < \infty$.

Оказывается [7], что если коэффициент двойных стандартов меньше единицы (толерантность), то культуры дружественны – они могут сосуществовать вместе. Если коэффициент двойных стандартов в какой-либо культуре больше единицы (нетерпимость), эта культура представляет реальную опасность для другой и может со временем вытеснить ее из системы.

Теперь посмотрим на ситуацию, например, с позиции представителя культуры N. Во-первых, значение $\frac{N}{N^*}$ ему хорошо известно, потому что это способ отношения к соотечественникам в культуре N – манера правильного поведения, которой учат с детства. Во-вторых, также известна величина $m\frac{M}{M^*}$; это конкурентное давление культуры M, которое представители культуры N непосредственно наблюдают и ощущают, потому что они находятся под этим давлением. Скорее всего эти значения не равны $\frac{N}{N^*} \neq m\frac{M}{M^*}$, поскольку культуры действительно разные.

Далее, вполне естественно предположить, что если $\frac{N}{N^*} > m\frac{M}{M^*}$, то культура M нравится представителю культуры N. Обычно любому человеку приятно, когда давление на него ослабевает. Возможно, он оценивает эту ситуацию примерно так: «Ах, какие милые эти воспитанные люди из M – не такие, как мои грубые соотечественники!». Напротив, если $\frac{N}{N^*} < m\frac{M}{M^*}$, то представителю N не нравятся M; очень немногим людям нравится давление, более сильное, чем обычно. Скорее всего он подумает: «Ну и дикари же эти M! Жить рядом с ними совершенно невозможно! Они совершенно не умеют себя вести!».

На самом деле как первая, так и вторая оценки могут быть глубоко ошибочными. В системе (4) ничто не зависит от сравнения значений $\frac{N}{N^*}$ и $m\frac{M}{M^*}$, а также от сравнения значений $\frac{M}{M^*}$ и $n\frac{N}{N^*}$. Поведение системы (4) зависит только от комбинации диапазонов коэффициентов двойных стандартов n и m [7].

Например, если $\frac{N}{N^*} >> m\frac{M}{M^*}$, но в то же время $m > 1$, ситуация может быть опасной для культуры N; через некоторое время она может полностью исчезнуть из-за соседства с «милыми и воспитанными» людьми, особенно если положит свое управление $n \le 1$, пребывая в иллюзии дружбы с культурой M, из-за первого неравенства.

Наоборот, если $\frac{N}{N^*} < m\frac{M}{M^*}$ и, более того, $\frac{N}{N^*} << m\frac{M}{M^*}$, но $m < 1$, нет никакой опасности для культуры N исчезнуть рядом с культурой M. Конкурирующая культура может быть неприятной из-за того, что ее конкурентное давление сильнее, но это ни в коем случае не смертельно, поскольку в таком соседстве нет опасности исчезнуть. Более того, если $n > 1$, то культура N со временем вытесняет чужую культуру.

Однако, если система (4) становится дифференциальной игрой, коэффициенты двойных стандартов n и m непосредственно не соблюдаются. Чтобы представитель культуры N определил m, необходимо сравнить наблюдаемое им $m\frac{M}{M^*}$ с $\frac{M}{M^*}$, но последнее значение, как правило, ему неизвестно: изучение иностранных культур – удел довольно узкого круга специалистов.

Единственной верной мерой культуры является лишь сама эта культура, а не какая-либо другая. Внешнее конкурентное давление чужой культуры следует сравнивать с ее собственной внутренней конкуренцией, но ни в коем случае не с внутренней конкуренцией родной культуры.

Выводы

Мягкая сила (конкуренция между жертвами) способна решить проблему жертв в модели «хищник – жертва», но вооруженная борьба жертв против хищников не может этого сделать. Это заставляет вспомнить произведения Л.Н. Толстого и М.К. Ганди о непротивлении злу насилием.

Также интересно взглянуть на модель глазами хищника. Оказывается, необходимо поместить жертв в клетки, как кур, или в стойла, как коров на ферме, и кормить их досыта, чтобы исключить конкуренцию. Не напоминает ли это о городах-курятниках и набирающей в последнее время популярность идее о всеобщем базовом доходе?

Элементарная модель «конкуренция» учит нас, что неверно оценивать одну культуру по меркам другой; такое измерение неверно, поскольку не информативно. Адекватным средством измерения для культуры является сама эта культура, но ни в коем случае не какие-либо другие культуры.

По субъективному мнению авторов, этот парадокс иллюстрирует, почему Россия не слишком успешно прорубала «окно в Европу» со времен Святослава Игоревича. Поскольку в Европе $m\frac{M}{M^*} << \frac{N}{N^*}$, однако $m > 1$, что было привлекательно, но не очень полезно для динамики населения N славян с точки зрения нашей модели конкуренции. Славяне когда-то жили в Европе, но от них мало что осталось. В то же время русские выжили под Ордынским игом, а южные славяне – под Османской империей ($m < 1$), хотя в фольклоре выживших остались очень неприятные воспоминания об этих исторических периодах, $\frac{N}{N^*} << m\frac{M}{M^*}$.

Эти простейшие модели А. Лотки и В. Вольтерры, заложившие основы математической биологии в начале XX века, будучи перенесены в область социальных систем, конечно, не могут претендовать на точность численного прогнозирования из-за своей примитивности.

Однако они привлекают внимание исследователя к следующим качественным вопросам, касающимся динамики социальных систем:

1. Действительно ли призывы Л.Н. Толстого и М.К. Ганди к непротивлению так наивны, как кажутся на первый взгляд? Двадцатый век был веком вооруженной борьбы социальных «жертв» против социальных «хищников». Был ли результат достаточно хорош? Может быть, было бы лучше заняться устойчивым развитием?

2. Хорошо ли понимают наши политики, сталкивающиеся с проблемами межкультурного взаимодействия, с кем дружить, а за кем присматривать с большой

осторожностью? Модель эффекта мягкой силы в конкурентной модели показывает, что очень легко сделать неправильный выбор даже в простейшей системе из двух дифференциальных уравнений с двумя переменными!

Можно утверждать, что социальные системы гораздо сложнее, чем простые двумерные дифференциальные уравнения. Например, они состоят из агентов, которые имеют свое собственное поведение и цели. Однако оказывается, что описанные здесь эффекты мягкой силы и двойных стандартов проявляются и в агентных аналогах систем (1) и (4), реализуемых клеточными автоматами [9].

Литература

1. **Nye J.S.** Soft Power: The Means to Success in World Politics, Public Affairs, NY, 2004.
2. Дао-Дэ цзин: Книга о Пути жизни / Сост. и перевод В. В. Малявина. М.: Феория, 2010.
3. **Вольтерра В.** Математическая теория борьбы за существование. Пер. с франц. О. Н. Бондаренко. Под ред., с послесловием Ю. М. Свирежева. М.: Наука, 1976, 287 с.
4. **Толстой Л.Н.** В чем моя вера? // Полное собрание сочинений в 90 тт. М.: ГИХЛ, 1928 – 1958. Т. 23, 1957. (http://tolstoy.ru/creativity/90-volume-collection-of-the-works).
5. **Григорьев И.** AnyLogic за три дня. Практическое пособие по имитационному моделированию, AnyLogic, 2024.
6. **Ганди М.К.** Моя жизнь, или История моих экспериментов с истиной, М.: АСТ, 2022. 576 с.
7. **Бродский Ю.И.** Толерантность и нетерпимость с точки зрения системной динамики и исследования операций. М.: ВЦ РАН, 2008. 53 с.
8. **Бродский Ю.И.** Межкультурное взаимодействие как позиционная дифференциальная игра //Моделирование, декомпозиция и оптимизация сложных динамических процессов, 2013. Т. 28, №1(28), С. 124-141.
9. **Бобров В.А., Бродский Ю.И.** Моделирование клеточными автоматами эффектов двойных стандартов и мягкой силы при конкуренции // Математическое моделирование и численные методы, 2021. №4, С. 121-134. DOI:10.18698/2309-3684-2021-4-12134.