

УДК 519.87

**МОДЕЛИРОВАНИЕ СОЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМ ПРИ РАЗЛИЧНОЙ
ОРГАНИЗАЦИИ СТРУКТУРООБРАЗУЮЩИХ СЛОЁВ****В.А. Бобров (Москва)****Введение**

Социальные системы по большей части являются сложными, т.е. не существует способа точно и эффективно предсказывать их поведение в соответствии с какой-либо формализованной моделью. При этом часто встаёт вопрос об эффективной организации функционирования таких систем: например, речь может идти о коммерческих организациях, бюджетных учреждениях или даже об обществе в целом.

В работе [1] Ю.И. Бродским приведён анализ открытых сложных систем с точки зрения геометрической теории поведения [2]. Такие системы существуют в состоянии динамического равновесия, и ключевым для них оказывается «закон жертвы» – необходимость тратить часть энергии системой на поддержание своей структуры.

Сложные системы могут быть рассмотрены в «трёх мирах»: мире идей, мире информации и в материальном мире [3]. В контексте организации управления динамическим равновесием системы, наиболее интересующим нас оказывается информационный мир.

Предлагается рассматривать социальную систему как набор взаимосвязанных структурообразующих слоёв, объединённых в общую иерархическую систему, где агенты верхних слоёв оказывают влияние на агентов, находящихся на более нижних слоях. Сам процесс управления состоит в реализации некоторого принципа распределения агентов по этим слоям, т.е. совокупности механизмов отбора и отсева в слои.

Аналогично работе [4] поведение системы будет оцениваться в соответствии с реакцией образующих её агентов на некоторые происходящие события, что может оказывать как положительное, так и негативное влияние на систему.

В данной работе ставится цель привести описание простой модели структурообразующих слоёв социальной системы, а также рассмотреть и сравнить при помощи проведения ряда имитационных экспериментов различные способы управления её динамическим равновесием путём той или иной организации структурообразующих слоёв, отличающиеся как по требуемым энергетическим затратам на осуществление, так и по результативности функционирования.

1. Модель структурообразующих слоёв

Перейдём к описанию нашей базовой модели. Для этого рассмотрим структуру, напоминающую полное p -арное дерево.

Будем считать, что социум состоит из k структурообразующих слоёв, каждый из которых обладает фиксированной целочисленной вместимостью. В частности, самый нижний обладает вместимостью n , а каждый последующий вышестоящий – вместимостью в p раз меньше предыдущего (т.е. $\frac{n}{p}, \frac{n}{p^2}, \frac{n}{p^3}, \dots, \frac{n}{p^{k-1}}$), где p – некоторое целое число. Каждый слой полностью заполнен агентами в пределах своей вместимости. Для удобства, будем считать, что все слои пронумерованы: самый нижний имеет номер 1, находящийся над ним – 2 и так далее.

При этом подразумевается, что каждый агент, находящийся на слое выше самого нижнего, имеет p связанных с ним агентов на слое ниже – причём отсутствуют пересечения множеств таких агентов (содержательно эта связь может означать,

например, отношение «начальник – подчинённый»). Таким образом, для каждого агента A , находящегося на слое ниже самого верхнего, есть ровно один агент слоем выше, с которым он связан – далее будем обозначать его как $c(A)$.

Общее число агентов равно суммарной численности вместимостей слоёв, каждый агент в любой момент времени занимает некоторую позицию в общей иерархической структуре (в частности, принадлежит ровно одному слою).

Каждый агент A обладает характеристикой эффективности e_A , отражающей среднее качество принимаемых им решений. В предположении, что распределение качества принимаемых агентом решений нормально, введём общую характеристику всех агентов σ , задающую среднеквадратическое отклонение для этого распределения.

Также введём для каждого агента дополнительный мультипликативный коэффициент α_A , принадлежащий отрезку $[0,1]$ и отражающий влияние опыта агента на принятие им решений. Этот коэффициент будет определяться по следующему правилу: если число принятых агентом решений d_A на его текущей позиции не меньше порогового значения $\bar{d}$, то α_A принимается равным единице, в противном случае коэффициент вычисляется по формуле $\alpha_A = \frac{d_A}{\bar{d}}$.

Таким образом, качество очередного принятого агентом A решения q_A будет определяться по формуле: $q_A = \frac{\min(d_A, \bar{d})}{\bar{d}} * normal(e_A, \sigma)$, где под $normal(e_A, \sigma)$ понимается случайная величина, подчиняющаяся нормальному закону распределения с математическим ожиданием μ и среднеквадратическим отклонением σ .

Отметим, что, поскольку среднее качество принимаемых агентом решений, вообще говоря, может быть как положительно, так и отрицательно, влияние опыта в рамках описанной структуры модели также может оказываться не только положительным, но и отрицательным. Тем не менее, в ожидаемом сценарии агенты в среднем принимают решения с положительным эффектом и, соответственно, имеющийся у них опыт позитивно влияет на их результат и результат системы в целом.

Будем считать, что в каждый шаг времени каждый агент, находящийся на самом нижнем слое, сталкивается с некоторым событием, реакция на которое окажет влияние на систему. При этом на результат оказывают влияние и агенты, расположенные на более высоких слоях, связанные с выбранным. Опишем это следующим образом: в каждый шаг времени каждый агент A принимает одно решение, качество которого по-прежнему будем обозначать как q_A . Тогда влияние одного события определяется некоторой функцией f от k переменных – качества принятых решений агентами, находящимися на первом, втором и последующих слоях. Общий же результат системы R за шаг времени может быть определён как среднее арифметическое влияния всех произошедших событий:

$$R = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n f(q_{A_j}, q_{c(A_j)}, q_{c(c(A_j))}, \dots).$$

Выбор конкретной функции f , вообще говоря, является достаточно нетривиальным шагом, и при этом может достаточно существенно влиять на получаемые результаты. Хотя наилучший выбор возможен, вероятно, только в зависимости от конкретной области моделирования, можно высказать общие соображения, которыми должна обладать эта функция. А именно ожидается, что она должна существенно зависеть от всех своих переменных и быть монотонно неубывающей по каждой из них – иными словами, достаточно заметное влияние

должны оказывать агенты каждого из слоёв, а общий результат должен быть тем лучше, чем качественнее принятые ими решения. Примерами таких функций могут выступать функции суммы, минимума, максимума, различные виды средних значений.

Для начальных имитационных экспериментов хорошо подойдёт выбор f как суммы своих параметров: во-первых, она позволяет каждому агенту безусловно влиять на систему (т.е. изменение качества принятого решения агентом всегда приводит к изменению результата системы), а, во-вторых, влияние агентов на более верхних слоях оказывается заметно более существенным.

Также в этом случае можно упростить формулу вычисления общего результата системы:
$$R = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n f(q_{A_j} + q_{c(A_j)} + q_{c(c(A_j))} + \dots) = \sum_A \frac{q_A p^{(l(A)-1)}}{n},$$
 где $l(A)$ – номер слоя, на

котором находится агент A ; напомним, что нумерация слоёв идёт с самого нижнего слоя, начиная с единицы. При этом становится возможным легко вычислить влияние каждого агента на систему R_A – оно определяется соответствующим слагаемым суммы – и каждого слоя – как суммы влияний всех агентов этого (i -го) слоя, т.е. появляется понятие результата слоя R_i , причём можно ожидать, что значения результатов различных слоёв окажутся сопоставимыми величинами.

2. Базовая конфигурация модели

Теперь рассмотрим результаты моделирования при некоторых наборах значений параметров нашей модели. В следующих примерах, если не указано обратное, будем предполагать их следующие значения:

1) Число структурообразующих слоёв k возьмём равным 4, при этом самый нижний слой будет обладать вместимостью $n=10000$, а каждый последующий – в $p=10$ раз меньшей. Таким образом, слои будут обладать численностями 10000, 1000, 100 и 10, а совокупное число агентов будет равно 11110.

2) Эффективность агентов e_A будем определять в соответствии с нормальным распределением с математическим ожиданием 2 и среднеквадратическим отклонением 1. Таким образом, подавляющая часть агентов (более 95%) будет обладать положительной эффективностью.

3) Величину σ – среднеквадратическое отклонение распределения качества принятых агентами решений – положим равной 5. При таком её значении, агенты будут достаточно часто принимать как положительные, так и отрицательные по своему влиянию решения.

4) Пороговое значение $\bar{d}$ числа принятых агентом решений возьмём равным 10, а динамику модели будем наблюдать на 50 её первых итерациях.

5) В качестве функции f , исходя из описанных ранее соображений, возьмём сумму параметров.

Для начала посмотрим как система ведёт себя «в естественном покое», когда начальное распределение агентов по слоям определено случайно и никаких изменений в этом распределении не происходит.

На графике (рис. 1) представлена динамика общего результата системы: по горизонтальной оси отложен номер шага моделирования, а по вертикальной – общий результат системы. В легенде для каждого слоя дополнительно указано среднее за весь период моделирования значение «вклада» этого слоя в результат системы R_i .

Результаты соответствуют ожиданиям: на первых итерациях наблюдается рост (как результата системы в целом, так и отдельных слоёв), связанный с накоплением опыта агентами, который затем сменяется длительным промежутком стабильности,

когда результат каждого из слоёв оказывается в районе математического ожидания распределения эффективности агентов, равного двум. Также заметна разница во влиянии стохастических факторов: с ростом номера слоя, результат слоя становится всё менее стабильным во времени, а для четвёртого (крайне малочисленного слоя) наблюдается даже довольно явное отличие среднего результата за все итерации – вероятно, вызванное отклонением от среднего сгенерированных значений эффективности для агентов этого слоя.

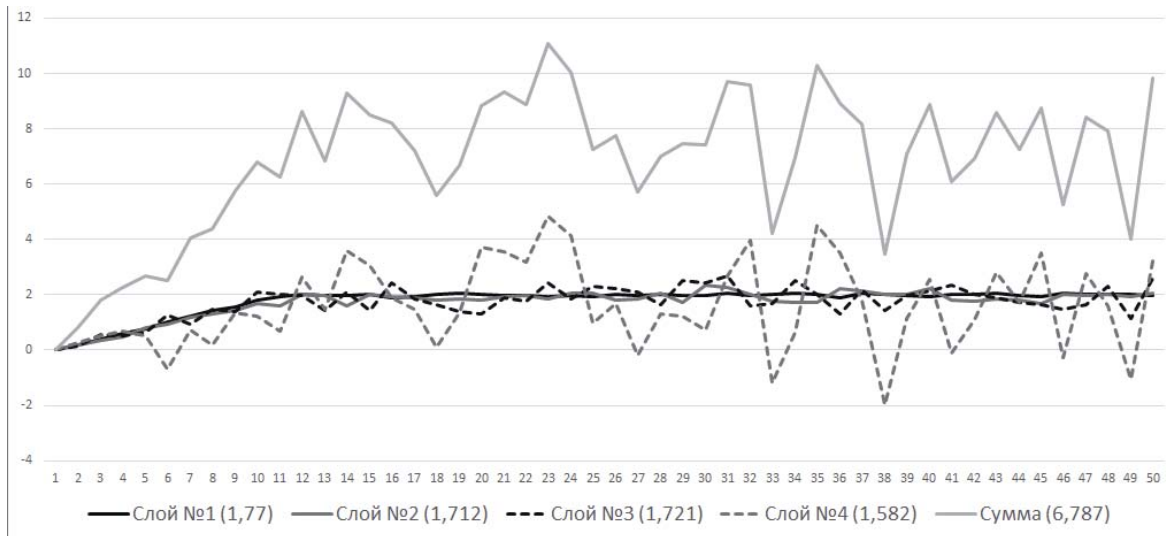


Рис. 1. Случайное статичное распределение

Полученный результат системы можно считать некой отправной точкой, в некотором смысле «нулевым» результатом, относительно которого можно оценивать эффективность механизмов отбора и отсева структурообразующих слоёв.

Другая интересная для сравнения ситуация – это идеальное распределение агентов по слоям. В описанных ограничениях такая конфигурация может быть определена аналитически достаточно легко. Поскольку влияние каждого агента на систему определяется как $R_A = \frac{q_A p^{(I(A)-1)}}{n}$, а математическое ожидание q_A равно e_A ,

задача максимизации математического ожидания общего результата системы сводится к задаче максимизации суммы попарных произведений элементов вектора эффективностей всех агентов e и вектора положительных «весов» w всех позиций, заданных номером слоя: $w_i = \frac{p^{(l_i-1)}}{n}$.

Решение описанной задачи – присвоение большего веса агентам с более высокой эффективностью, что можно показать от противного: действительно, пусть в оптимальном распределении есть пара агентов, в которой более эффективному сопоставлен меньший вес – тогда результат системы можно увеличить, обменяв веса этих двух агентов.

Тогда оптимальным решением исходной задачи будет (что вполне интуитивно ожидаемо) распределить агентов по слоям, начиная с нижнего, в порядке возрастания эффективности. Т.е. поместить n наименее эффективных агентов на нижний слой, следующий слой заполнить $\frac{n}{p}$ следующими по эффективности и т.д., на верхнем слое (в свою очередь) окажутся наиболее эффективные агенты.

На рис. 2 приведены результаты моделирования для ситуации, где тот же самый набор агентов распределён по слоям оптимальным образом.

Отличия от первого эксперимента видны как в общем результате системы, который оказался приблизительно вдвое выше, так и в результатах слоёв: второй, третий и четвёртый слои показывают ощутимый рост – тем более значительный, чем выше слой, в то время как результат первого слоя заметно, но сравнительно слабо уменьшился.

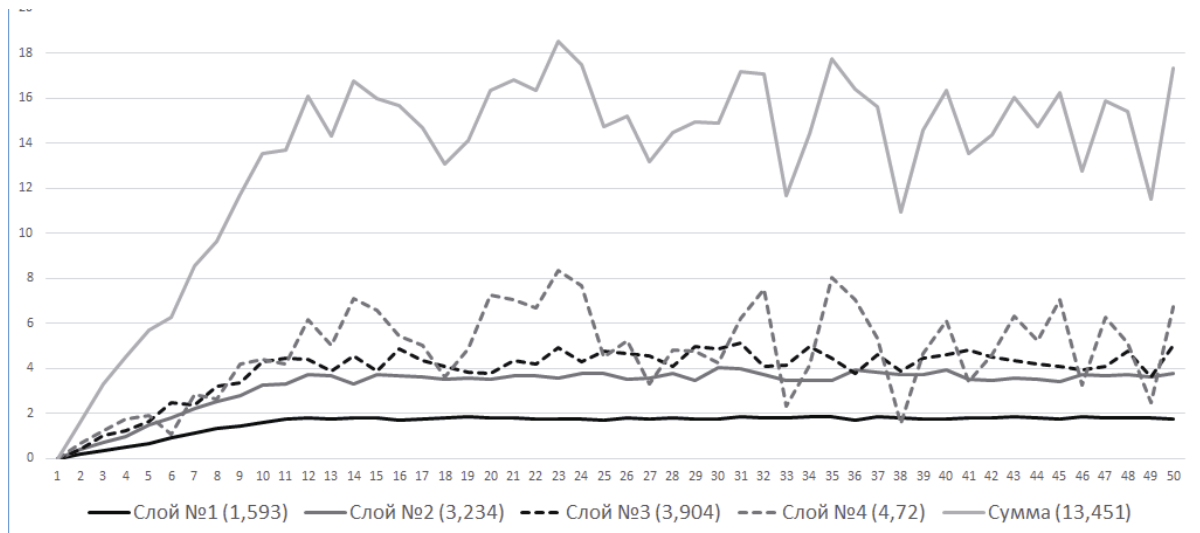


Рис. 2. Оптимальное статическое распределение

3. Метод предварительного тестирования

Перейдём к рассмотрению механизмов наполнения структурообразующих слоёв. Понятно, что описанный в последнем примере способ распределения не выглядит возможным реализовать «в жизни», ведь величину эффективности каждого агента выглядит верным считать недоступной для прямого наблюдения. В отличие от неё, величину эффективности отдельных принятых решений пронаблюдать кажется вполне возможным.

В таком случае можно реализовать следующий подход: сначала проводится «тестирование» агентов на нескольких – s – событиях (вне основного периода моделирования), когда оценивается суммарное качество принятых каждым агентом решений, а затем агенты распределяются по слоям в зависимости от показанной результативности. При этом можно считать, что «тестовые события» подобраны таким образом, что не предъявляют требований к опыту агента, но в то же время и не повышают его.

Результаты моделирования при использовании описанной стратегии, когда число событий для тестирования равно одному, приведены на рис. 3.

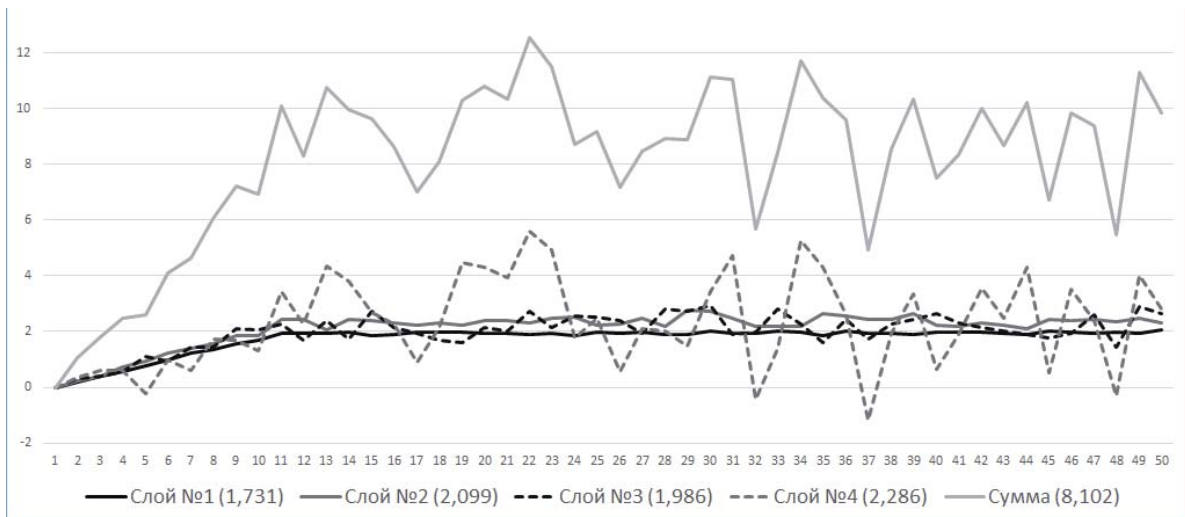


Рис. 3. Однократное тестирование

Видно, что результат системы оказался лучше, чем в отправной точке, и особенно ощутимое изменение результата произошло в верхнем слое. Тем не менее, этот результат всё ещё далёк от оптимального: это объясняется тем, что стохастические факторы вносят достаточно большой вклад в результат единственного измерения качества принятого агентом решения. Чтобы минимизировать их влияние, необходимо увеличивать число предварительных итераций тестирования.

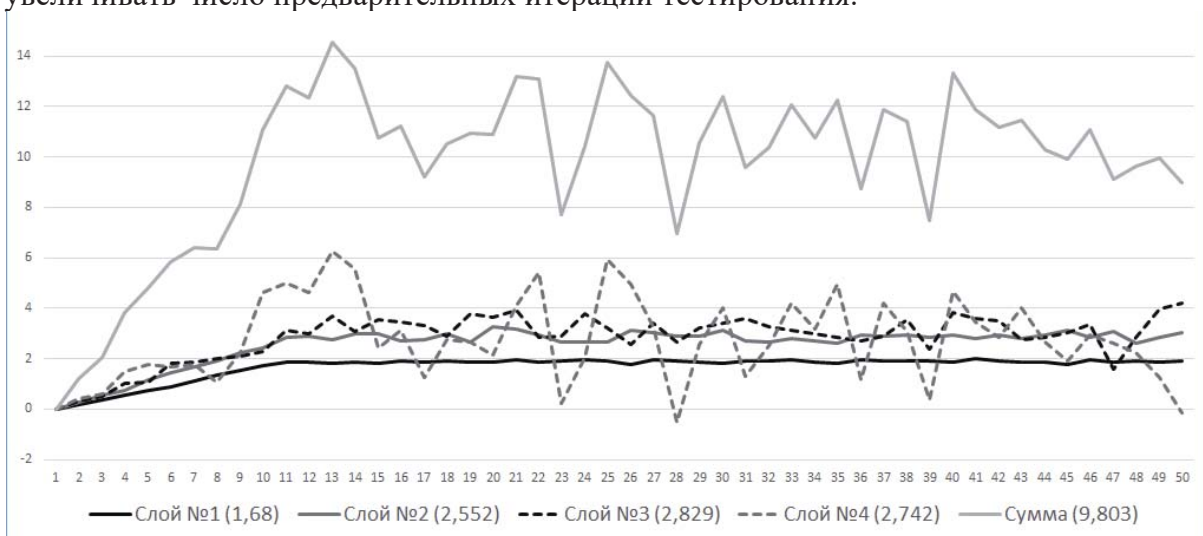


Рис. 4. Многократное тестирование

Результаты моделирования при использовании многократного тестирования приведены на рис. 4, в этом случае число событий, на котором предварительно тестируются агенты, равно 10. Можно видеть, что результат системы стал ещё ближе к оптимальному.

Вообще говоря, эффективность этого подхода связана со значением двух параметров: числа итераций тестирования t и величиной σ среднеквадратического отклонения распределения качества принятых агентами решений.

Проведём ещё несколько экспериментов, чтобы пронаблюдать эффективность системы при различных значениях этих параметров.

Результаты системы в экспериментах с различным набором значений указанных параметров сведены в таблице. Действительно, видно влияние указанных параметров на результат: с одной стороны, рост значения t как правило приводит к увеличению результата системы, с другой – увеличение σ уменьшает этот прирост, и достижение того же результата требует тестирования на большем числе событий.

Варианты многократного тестирования

		t			
		1	5	10	25
σ	2	9,639	11,987	12,387	13,008
	5	8,102	9,533	9,803	11,413
	15	7,131	7,745	7,682	9,457

Конечно, описанная зависимость не абсолютна: например, в приведённых примерах при $\sigma = 15$ происходит небольшое уменьшение при переходе от $t = 5$ к $t = 10$, что можно объяснить влиянием случайных факторов. Ещё одно замечание касается того факта, что рост результата в зависимости от числа итераций тестирования ограничен максимально возможной результативностью системы, поэтому по мере приближения результата системы к этой границе, прирост результата от проведения новых итераций тестирования будет неизбежно снижаться. Более того, поскольку на практике проведение тестирования потребует от системы некоторой «жертвы» энергии, причём часть её будет приблизительно пропорциональна числу итераций, дополнительные итерации с какого-то момента начнут оказывать, по сути, негативное влияние.

Хотя описанный подход помогает повысить эффективность системы, он не лишён ряда недостатков. Один из них – возможность агентов частично манипулировать своей эффективностью. По сути, эффективность агента является некоторой обобщающей характеристикой для ряда факторов. Часть из них (такие как знания или навыки) не может быть изменена агентом быстро и по его желанию, другая – например, добросовестность труда, находится под его контролем. Иными словами, агент, преследуя цель занять более высокое место, может демонстрировать высокую результативность, когда знает, что его оценивают (ведь описанный способ тестирования подразумевает открытое и явное проведение) – и не показывать тот же результат при своём фактическом функционировании – например, направляя часть доступного ему ресурса на собственные цели, что олицетворяет механизмы коррупции.

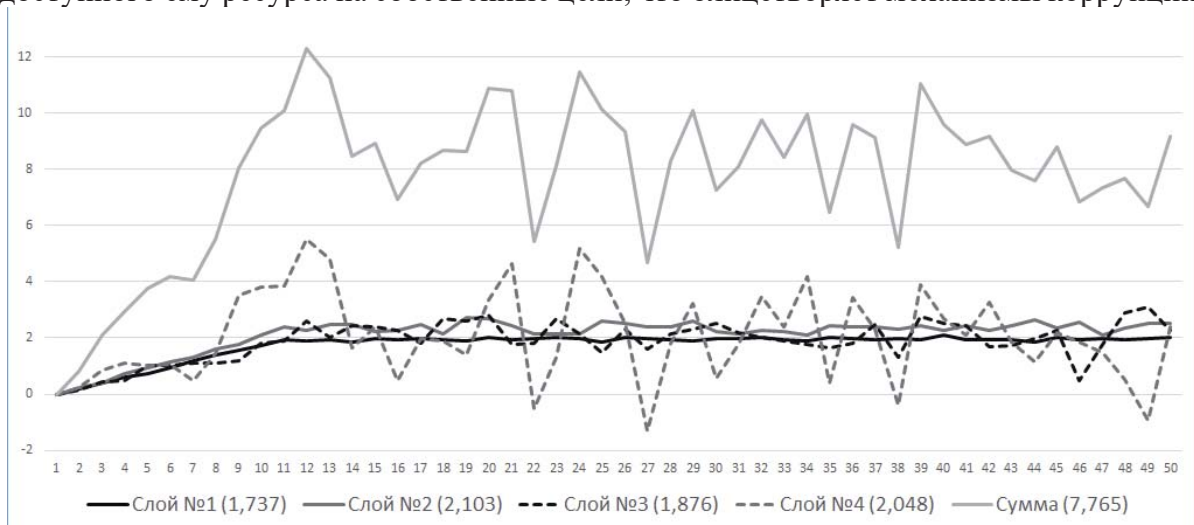


Рис. 5. Искажённое тестирование

На рис. 5 приведены результаты моделирования при 10 итерациях тестирования и $\sigma = 5$, то есть параметрах аналогичных первому эксперименту с многократным тестированием, однако теперь каждый агент дополнительно влияет на результаты измерения качества принятых им тестовых решений, сдвигая их на некоторую фиксированную для агента случайную величину s_A , подчиняющуюся закону нормального распределения с среднеквадратическим отклонением, равным 5 (и нулевым математическим ожиданием – хотя в данном случае, это не имеет существенного значения).

Видно, что хотя проведение тестирования по-прежнему повышает результат системы, в данном случае он оказывается даже хуже, чем при проведении однократного тестирования в ситуации, где агенты не вносят искажений в измерения. Более того, даже повышение числа итераций тестирования до крайне высоких (например, 100 или 1000) не позволяет приблизиться к оптимальным значениям результата системы.

Описанный случай является простейшим примером изменения состава системы, происходящего в момент между итерациями тестирования и основным временным промежутком: не материального – т.к. «физически» агенты остаются теми же самыми, – но качественного, поскольку агенты начинают функционировать существенно иным в смысле результативности образом.

4. Методы динамического перераспределения

Попробуем предложить способ формирования структурообразующих слоёв, решающий описанную проблему и позволяющий системе поддерживать эффективную структуру во времени. А именно, вместо проведения тестирования в качестве отдельного шага, будем исходить из результативности агента «в реальных условиях». Для этого для каждого агента сохраним информацию о среднем качестве принятых им на текущей позиции решений (с компенсирующей поправкой на опыт), а в конце каждой итерации – попробуем частично перераспределить агентов в зависимости от продемонстрированной результативности.

А именно, поменяем на каждом слое долю агентов, не превышающую значение некоторой величины γ , с таким же числом агентов соседнего слоя снизу, причём «повышение» получат агенты с наибольшей результативностью, а на «понижение» пойдут агенты с наименьшей результативностью. Более того, ограничим эту долю дополнительно таким образом, чтобы разница между наименее результативным агентом нижнего слоя и наиболее результативным агентом верхнего слоя среди выбранных агентов была больше некоторого порогового значения d ; при этом в рамках описанных ограничений выбирается максимально возможная доля.

Отметим, что в этом подходе у агента нет возможности легко извлечь выгоду от злоупотребления своим положением: если, например, какой-то из агентов вдруг начнёт расходовать доступный ресурс на свои личные потребности, его эффективность снизится, и он будет рисковать потерять своё место в системе.

На рис. 6 показаны результаты моделирования при реализации описанной стратегии со значениями параметров $\gamma = 0.1$ и $d = 5$. Заметно, что период явного роста результативности системы стал более продолжительным: если раньше результат системы стабилизировался по прошествии 10 итераций, теперь достаточно устойчивый рост наблюдается не менее 20 итераций. Этому способствует несколько факторов: во-первых, изменения системы приводят к обнулению опыта на текущей позиции для многих агентов, и им приходится набирать его заново, а, во-вторых, системе требуется какое-то число итераций на поиск более-менее стабильной конфигурации, ведь время необходимо как для формирования статистики о результатах агентов, так и для непосредственных перемещений агентов между слоями.

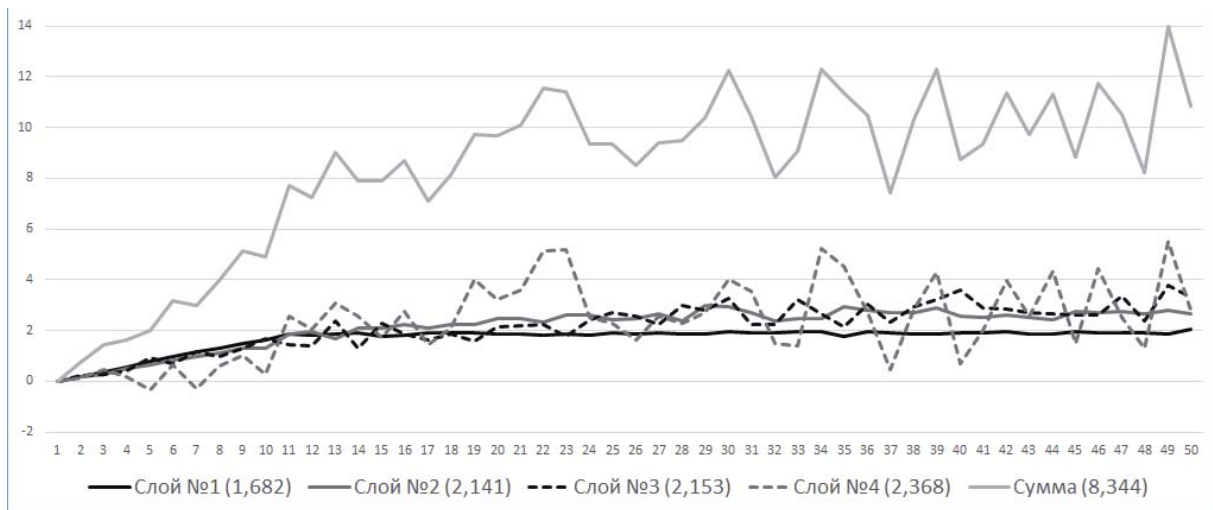


Рис. 6. Динамическое перераспределение

Результат системы получился лучше, чем в предыдущем эксперименте и чем в случае с однократным тестированием, а результаты на последних итерациях сравнимы со случаем многократного тестирования. Более того, увеличение продолжительности рассматриваемого промежутка приводит к существенному увеличению среднего результата системы. Например, при числе итераций, равном 500, средний результат системы оказывается равным 12,640 – это объясняется, с одной стороны, более умеренным ростом результата системы на самых первых итерациях, а с другой – возможностью дальнейшего повышения эффективности системы с течением времени.

Лучше всего позитивная динамика на графике видна для третьего слоя: с одной стороны, находящиеся на нём агенты оказывают заметное влияние на систему, с другой – размер слоя достаточно велик, чтобы компенсировать случайные факторы. Более того, видно, что эта динамика не ограничивается самыми первыми итерациями, а продолжается на протяжении всего – или почти всего – рассматриваемого промежутка.

Говоря о новых параметрах модели, отметим, что слишком большое значение параметра γ или слишком низкое значение параметра d могут приводить к неустойчивости системы, когда постоянные перестановки агентов не позволяют ей эффективно функционировать.

У описанного механизма формирования состава структурообразующих слоёв остался ещё один существенный недостаток: он является «глобальным» в том смысле, что требует – причём на каждой итерации – сравнения всех агентов в рамках одного слоя, что не всегда является легко достижимым; иными словами, такой подход требует достаточно большой «жертвы» на свою реализацию. Попытаемся исправить этот недостаток, предложив альтернативный механизм перераспределения агентов.

В новом подходе изменим принцип, по которому происходит выбор агентов для обмена: теперь на каждой итерации будем сравнивать, начиная с самого верхнего слоя, каждого агента с лучшим связанным с ним агентом более нижнего слоя и, если этот агент оказывается в среднем эффективен более чем на d , то обменяем агентов занимаемыми позициями – причём в дальнейших обменах на этом шаге моделирования эта пара агентов принимать участия не будет.

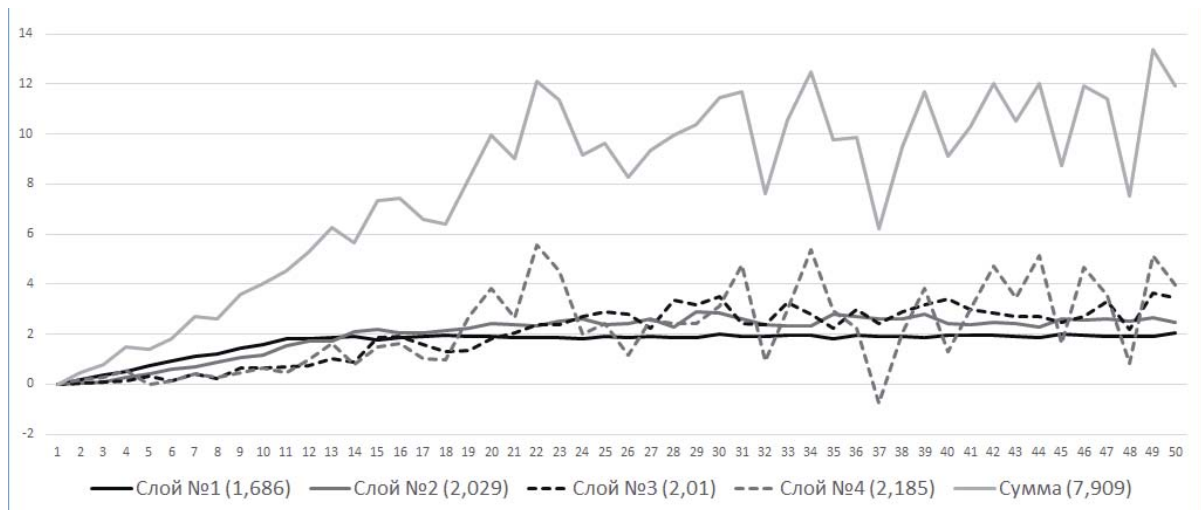


Рис. 7. Локальное перераспределение

На рис. 7 продемонстрированы результаты моделирования для описанного способа формирования состава слоёв, $d = 5$. Результаты в целом оказываются схожими с результатами предыдущего эксперимента, немного уступая им.

Это отличие становится ещё более явным при увеличении рассматриваемого промежутка. Например, при числе итераций, равным 500, средний результат системы оказывается равным 11,085. Этот эффект можно объяснить отсутствием в данном подходе прямых «горизонтальных» перемещений или какого-то аналогичного механизма, из-за чего агенты, обладающие высокой эффективностью, могут не попадать в самые верхние слои из-за того, что связанный с ними агент на более высоком слое тоже является в достаточной мере эффективным.

Тем не менее такой механизм можно по-прежнему считать дающим неплохой результат в сравнении с альтернативами; более того, поскольку перемещение агента всегда оказывается достаточно «локальным», можно считать, что накопленный им опыт при этом полностью или частично сохраняется, что повышает скорость роста эффективности системы. Например, в предположении, что опыт сохраняется полностью, средний результат системы оказывается равным 9,71.

Заключение

В статье предложена модель структурообразующих слоёв социальной системы. Рассмотрены различные способы отбора и отсева в данные слои, описаны возникающие при этом эффекты.

Проведённые имитационные эксперименты демонстрируют на упрощённой модели результативность подходов, связанных с формированием слоёв на основании наблюдаемого качества принятых решений агентами.

Каждый из таких подходов обладает своей «стоимостью» осуществления – той «жертвой» энергии системы, которая необходима для формирования и поддержания её структуры – и позволяет достигать разного уровня эффективности системы.

В зависимости от конкретной области, более оправданным может оказываться подход предварительного тестирования – т.е., по сути, конкурсного отбора – или один из динамических подходов, опирающихся на поведение агента в процессе стандартного функционирования системы. В частности, тогда как динамические подходы требуют от системы энергетической «жертвы» на протяжении всего временного промежутка функционирования системы, они оказываются более устойчивыми по отношению к возможным манипуляциям со стороны отдельных агентов.

Полученную модель можно рассматривать как исходную точку для построения более точных моделей, учитывающих большее количество факторов и возможных сценариев изменения состава системы.

Литература

1. **Бродский Ю.И.** Структурная теория сложных систем. Геометрическая теория и гуманитарные аспекты моделирования. // Математическое моделирование и численные методы. 2022. №4, С. 93-113. DOI:10.18698/2309-3684-2022-4-93113.
2. **Бродский Ю.И.** Модельный синтез, как подход к геометрической теории поведения // Моделирование, декомпозиция и оптимизация сложных динамических процессов. 2019. Т. 34. № 1 (34). С. 43-71. DOI: 10.14357/24098639190103.
3. **Бродский Ю.И.** О сложных процессах, аналогиях, структурах, математическом моделировании, трех мирах и информатике // Моделирование, декомпозиция и оптимизация сложных динамических процессов, 2016. Т.31, №1(31), С. 86-108.
4. **Чеботарев П.Ю., Логинов А.К., Цодикова Я.Ю., Лезина З.М., Борзенко В.И.** Анализ феноменов коллективизма и эгоизма в контексте общественного благосостояния // Модернизация экономики и глобализация: в 3 кн. /отв. ред. Е.Г. Ясин. – Москва: Изд. дом ГУ ВШЭ, 2009. Кн. 3. С. 607-617.