

На правах рукописи

Виана Карвалью Кравид Илкиаш

**СИСТЕМЫ С ПОРОГОВЫМ
УПРАВЛЕНИЕМ ВХОДЯЩИМ
ПОТОКОМ**

1.2.3. — Теоретическая информатика, кибернетика
(физико-математические науки)

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Москва — 2024

Работа выполнена на кафедре теории вероятностей и кибербезопасности федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы»

**Научный
руководитель:**

кандидат физико-математических наук, доцент
кафедры теории вероятностей и кибербезопасности
ФГАОУ ВО «Российский университет дружбы
народов имени Патриса Лумумбы»
Зарядов Иван Сергеевич

**Официальные
оппоненты:**

доктор физико-математических наук, профессор,
Национальный исследовательский Томский го-
сударственный университет (ТГУ), заведующий
кафедрой теории вероятностей и математической
статистики
Моисеева Светлана Петровна

доктор технических наук, доцент, Институт
проблем управления им. В. А. Трапезникова
Российской академии наук, ведущий научный со-
трудник
Барabanова Елизавета Александровна

кандидат технических наук, доцент, ФГБОУ ВО
«Московский технический университет связи и
информатики» (МТУСИ), доцент кафедры сетей
связи и систем коммутации
Степанов Михаил Сергеевич

Защита состоится «1» марта 2024 г. в 15 ч. 00 мин на заседании диссертационного совета ПДС 0200.006 при Российском университете дружбы народов по адресу: г. Москва, ул. Орджоникидзе д. 3, ауд. 214.

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке Российского университета дружбы народов по адресу: 117198, г. Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6.

Автореферат разослан «_____» января 2024 г.

Учёный секретарь
диссертационного совета

к. ф.-м. н., доцент



А. В. Демидова

Общая характеристика диссертации

Актуальность темы исследования

Активное управление очередями (Active Queue Management — AQM), согласно рекомендации Инженерного совета Интернета (RFC 7567, Internet Engineering Task Force) считается передовой практикой предотвращения (уменьшения) и контроля сетевых перегрузок в маршрутизаторах посредством некоторых правил (алгоритмов), которые, будучи реализованными в маршрутизаторах, контролируют длину буферной очереди в целях эффективного управления перегрузками системы. Основная цель AQM алгоритмов — это предотвращение возможной перегрузки или, если она уже возникла, уменьшение ее воздействия на систему (маршрутизатор).

За последние тридцать лет было предложено множество (более двух сотен) различных AQM алгоритмов для надлежащего управления очередями для избежания таких нежелательных эффектов, как:

- переполнение буферной памяти маршрутизатора;
- избыточная или недостаточная загрузка канала передачи данных;
- сильные колебания задержки передачи данных и другие показатели.

Стоит заметить, что среди множества предложенных AQM алгоритмов нет ни одного «идеального» алгоритма, превосходящего всех остальных по ключевым параметрам качества функционирования (Quality of Service — QoS), что обусловлено изменчивостью сетевого трафика и сетей, поэтому у каждого AQM алгоритма есть свои достоинства и недостатки.

Математические методы теории массового обслуживания (ТМО) и теории телетрафика позволяют как создавать вероятностные модели для новых AQM алгоритмов, так и оценивать эффективность функционирования уже существующих, обеспечивают возможность решения многочисленных задач по расчёту характеристик качества обслуживания (Quality of Service, QoS) и функционирования различных компонент сетей, включая оценку вероятностно-временных характеристик узлов коммутации и маршрутизации, анализ производительности сетей, управления потоками данных, расчёт потерь и загрузки цифровых линий связи при передаче данных, голоса и видеoinформации.

Значительный вклад в разработку и анализ классических моделей ТМО внесли А.К. Эрланг, А.Я. Хинчин, Б.В. Гнеденко, А.А. Боровков,

Д. Кендалл, Д. Литтл, Д. Кокс, Л. Клейнрок, Б.А. Севастьянов, Л. Такач, Ф. Поллачек, М. Ньютс.

Среди работ современных авторов следует выделить работы Г.П. Башарина, П.П. Бочарова, В.М. Вишневого, Ю.В. Гайдамака, А.Н. Дудина, А.И. Зейфмана, Б.С. Гольдштейна, А.Е. Кучерявого, Е.А. Кучерявого, А.Н. Моисеева, С.П. Моисеевой, Д.А. Молчанова, А.А. Назарова, В.А. Наумова, А.В. Печинкина, А.П. Пшеничников, Р.В. Разумчика, В.В. Рыкова, К.Е. Самуйлова, О.В. Семеновой, С.Н. Степанова, М.С. Степанова, И.И. Цитовича, С.Я. Шоргина, Э. Геленбе и другие.

Степень разработанности темы

В представленной диссертации продолжено исследование моделей с обновлением и обобщенным обновлением, начатое в работах А.Я. Крейна, П.П. Бочарова, А.В. Печинкина и других авторов. Ключевое отличие от рассмотренных ранее моделей состоит в том, что введен однопороговый механизм управления вероятностным сбросом, что позволяет создавать аналитические модели, применимые для построения новых и анализа уже существующих механизмов активного управления очередью (Active Queue Management, AQM), в которых реализуется принцип числом заявок в системе путём их «случайного» удаления.

Следует заметить, что изучение математических моделей, рассматривающих потерю (по той или иной причине) принятых в систему заявок, является актуальной задачей. Изначально потери заявок были связаны либо с поступлением заявок особого типа: это или «катастрофы» (когда поступление особой заявки может привести к потере всех заявок либо в накопителе, либо в системе), или отрицательные заявки (которые могут выбивать из накопителя одну (или несколько) обычных заявок, как правило, из числа последних пришедших), либо и «катастрофы» и отрицательные заявки одновременно. Первая работа, в которой была исследована система массового обслуживания с отрицательными заявками, принадлежит Е. Геленбе с соавторами, который в дальнейшем продолжил работать над этой темой. Системы массового обслуживания с отрицательными заявками тесно связаны с G-сетями и до сих пор являются предметом интенсивных исследований. Также потеря данных в системе может быть связана с ненадежными приборами (снова используется понятие «катастрофы», приводящей к потере всех данных в системе).

Основные отличия моделей с обобщённым обновлением от моделей с отрицательными заявками и моделей с катастрофами можно сформулировать следующим образом:

первое — в моделях с обобщенным обновлением сброс (потеря) поступивших в систему заявок из накопителя осуществляется в момент окончания обслуживания на приборе, а не в момент поступления в рассматриваемую систему (СМО с отрицательными заявками и (или) поступающим потоком катастроф);

второе — для моделей с обобщенным обновлением происходит вероятностный сброс произвольного числа принятых в систему заявок, что отличает от систем с отрицательными заявками (в которых, как правило, выбивается одна заявка) и от систем с катастрофами (как правило, теряются все заявки).

Стоит также отметить, что системы массового обслуживания с вероятностным сбросом заявок используются для анализа качества функционирования различных АQM алгоритмов.

Цели и задачи

Цели диссертационной работы является разработка и анализ моделей для расчета показателей эффективности функционирования систем с пороговым управлением входящим потоком с помощью механизма обновления.

Для достижения поставленной цели необходимо было решить следующие задачи:

1. проводится исследование эволюции алгоритмов активного управления на примере алгоритмов семейства RED, а также анализ уже полученных результатов для систем с обновлением.
2. Построение в виде систем массового обслуживания $GI/M/1/\infty$ с полным или обобщенным обновлением моделей порогового управления входящим потоком.
3. Вывод аналитических выражений для расчета таких показателей функционирования систем как среднее время пребывания сообщения в системе (задержка передачи сообщения), вероятность потери поступившего и вероятность обслуживания принятого в систему пакета, число потерянных пакетов с помощью систем массового обслуживания $GI/M/1/\infty$ с пороговым механизмом управления вероятностным сбросом принятых в систему заявок.
4. Построение в среде GPSS имитационных моделей, позволяющих численно оценить и сравнить показатели функционирования систем с различными вариантами дисциплин обслуживания и порогового механизма обновления.

Научная новизна

Все основные результаты диссертации являются новыми. Отличие от предыдущих работ по системам с (полным) обновлением и обобщенным обновлением — введен пороговый механизм управления вероятностным сбросом, рассмотрены однопороговые модели с безопасной зоной в накопителе как для систем с полным обновлением, так и для систем с обобщенным обновлением. Также изучена модель с полным обновлением на примере системы без безопасной зоны в накопителе.

Теоретическая и практическая значимость диссертации

Разработанные математические модели и вычислительные алгоритмы, а также аналитические выражения, представленные в диссертации, могут использоваться для разработки новых алгоритмов активного управления очередями, а также для анализа и расчёта характеристик функционирования данных алгоритмов либо уже существующих. Полученные результаты и ориентированы на применение в различных сетях и автоматизированных системах.

Методы исследования

В работе используются методы теории вероятностей, теории случайных процессов, теории массового обслуживания и математической теории телеграфика.

Положения, выносимые на защиту

1. На основе СМО $G/M/1/\infty$ с пороговым механизмом полного обновления получены аналитические выражения и алгоритмы для расчета таких вероятностно-временных характеристик как: стационарные распределения числа заявок, вероятности сброса и обслуживания принятых в систему заявок, функции распределения времён пребывания в накопителе (системе) сброшенной, обслуженной и произвольной заявок для однопороговых и моделей.
2. На основе СМО $G/M/1/\infty$ с пороговым механизмом обобщенного обновления и безопасной зоной в накопителе получены аналитические выражения и алгоритмы для расчета таких вероятностно-временных характеристик как: стационарные распределения числа заявок, вероятности сброса и обслуживания принятых в систему заявок, функции распределения времён пребывания в накопителе

(системе) сброшенной, обслуженной и произвольной заявок для различных вариантов дисциплин обслуживания и обобщенного обновления.

3. Показано, что, выбирая тот или иной вид порогового механизма управления вероятностным сбросом заявок и меняя дисциплины обслуживания и обновления (обобщенного обновления) при неизменных начальных условиях, можно уменьшать (увеличивать) время пребывания в накопителе (системе) обслуженной (либо сброшенной) заявки, т.е. изменять значения задержки — одного из параметров AQM.

Степень достоверности и апробация результатов

Обоснованность полученных результатов следует из того, что на всех этапах построения аналитических моделей, а также для аналитического и численного анализа полученных решений использовались строгие и проверенные математические методы теории вероятностей, теории случайных процессов и теории массового обслуживания.

Достоверность теоретических результатов диссертации подтверждена численными расчётами на основе программных модулей для анализа моделей СМО $GI/M/1/\infty$ с полным и обобщённым обновлением, а также соответствием полученных результатов (при ряде упрощающих модели предположений) уже известным результатам для систем с полным и обобщенным обновлением.

Результаты, полученные в ходе выполнения работы, были представлены на всероссийских конференциях с международным участием «Информационно-телекоммуникационные технологии и математическое моделирование высокотехнологичных систем» (Российский университет дружбы народов (РУДН), 2019, 2021-2023 гг.), международных конференциях «Распределенные компьютерные и телекоммуникационные сети: управление, вычисление, связь. Distributed computer and communication networks: control, computation, communications (DCCN)» (Российский университет дружбы народов (РУДН), Институт проблем управления (ИПУ) РАН, Москва 2019, 2021-2022) и международной конференции «13th International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops, ICUMT 2021».

Личный вклад

В работах, опубликованных в соавторстве, личный вклад соискателя состоит в проведении исследований, построении и анализе математической модели. Имитационные модели построены лично автором, также лично автором произведена интерпретация полученных результатов.

Публикации

По теме диссертации опубликовано 13 работ [1–13] (из них 11 — тезисы и расширенные тезисы докладов на всероссийских и международных конференциях, 5 работ проиндексированы в международной базе цитирования Scopus [1; 4; 5; 7; 8], 2 — статьи, опубликованные в ведущих рецензируемых научных журналах и изданиях, определённых Высшей аттестационной комиссией [12; 13]).

Содержание диссертации

Во **введении** обосновывается актуальность исследований, проводимых в рамках данной диссертационной работы, приводится обзор научной литературы по изучаемой проблеме, формулируется цель, ставятся задачи работы, сформулированы научная новизна и практическая значимость представляемой работы.

Первая глава диссертации является обзорной и в **разделе 1.1.** представлен обзор несколько десятков алгоритмов активного управления очередями (active queue management (AQM) algorithms) семейства RED (Random Early Detection) с описанием их основных характеристик. В **разделе 1.2.** показана история развития систем с полным и обобщенным обновлением, представлены основные полученные ранее результаты.

Вторая глава посвящена изучению моделей порогового управления трафиком на базе системы массового обслуживания (СМО) $GI/M/1/\infty$ с обновлением (полным обновлением), когда заявка, находящаяся на приборе, в момент непосредственно перед уходом из системы, может либо полностью опустошить накопитель (с заданной вероятностью q), либо просто покидает систему (с обратной вероятностью $p = 1 - q$). В отличие от предыдущих работ по данной тематике введено пороговое управление механизмом обновления.

В **разделе 2.1.** рассмотрена однопороговая модель, в которой пороговое значение Q_1 не только определяет момент включения механизма вероятностного сброса (механизма обновления) поступивших в систему

запросов, но и определяет границы области (безопасная зона) в накопителе, из которой находящиеся в ней заявки не могут быть сброшены .

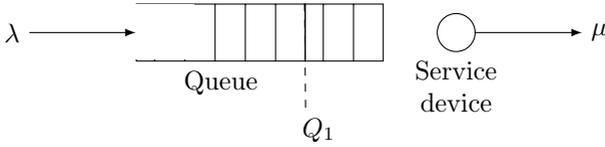


Рис. 1. Однопороговая система с безопасной зоной в накопителе

В разделе 2.1.1. дано описание системы и представлен пороговый механизм обновления (полного обновления), определенный следующим образом: если число заявок в накопителе меньше или равно пороговому значению Q_1 , то никакого сброса заявок нет. Если же число заявок i в накопителе становится больше порогового значения Q_1 , то либо с вероятностью p заявка, находящаяся на приборе, после окончания обслуживания просто покидает систему, либо с вероятностью $q = 1 - p$ заявка в момент ухода из системы сбрасывает все заявки из накопителя, начиная с $Q_1 + 1$ от начала накопителя (таким образом, первые Q_1 находящиеся в накопителе заявки не могут быть сброшены — порог Q_1 определяет безопасную от сброса зону).

Исследование рассматриваемой системы проводится с помощью вложенной по моментам поступления цепи Маркова, образованной числом $\nu(\tau_n - 0)$ заявок в системе в моменты времени $(\tau_n - 0)$, где τ_n — момент поступления n -й заявки. Множество состояний построенной вложенной цепи Маркова имеет вид $\mathcal{X} = \{0, 1, \dots\}$.

Представлены элементы матрицы переходных вероятностей вложенной цепи Маркова.

Раздел 2.1.2. посвящен стационарному распределению по вложенной цепи Маркова числа заявок в системе. Сформулировано и доказано следующее утверждение.

Утверждение 2.1. При $i \geq Q_1 + 1$ стационарные вероятности π_i представимы в следующем виде:

$$\pi_i = \pi_{Q_1+1} \cdot g^{i-Q_1-1}, \quad g = \alpha(\mu(1 - pg)), \quad g \in (0, 1),$$

где $\alpha(s)$ — преобразование Лапласа-Стилтьеса функции распределения входящего потока заявок.

В разделе 2.1.3. представлены формулы для расчета вероятности того, что поступившая в систему заявка будет либо обслужена $p^{(serv)}$, либо сброшена из накопителя $p^{(loss)}$.

Утверждение 2.2. Вероятности $p^{(serv)}$ и $p^{(loss)}$ определяются по формулам:

$$p^{(serv)} = 1 - \pi_{Q_1+1} \cdot \frac{q}{(1-g)(1-pg)}, \quad p^{(loss)} = \pi_{Q_1+1} \frac{q}{(1-g)(1-pg)}.$$

Раздел 2.1.4. посвящен выводу временных характеристик для рассматриваемой системы в предположении, что поступающие в систему заявки обслуживаются согласно порядку поступления.

Утверждение 2.3. Преобразование Лапласа-Стилтьеса функции распределения времени ожидания начала обслуживания имеет вид:

$$\omega^{(serv)}(s) = \frac{1}{p^{(serv)}} \left(\sum_{i=0}^{Q_1} \left(\frac{\mu}{\mu+s} \right)^i \pi_i + p \left(\frac{\mu}{\mu+s} \right)^{Q_1+1} \pi_{Q_1+1} \frac{\mu+s}{\mu+s-p\mu g} \right).$$

Утверждение 2.4. Преобразование Лапласа-Стилтьеса функции распределения времени пребывания в накопителе сброшенной заявки имеет вид:

$$\omega^{(loss)}(s) = \frac{1}{p^{(loss)}} \cdot \frac{q\pi_{Q_1+1}}{1-g} \cdot \frac{\mu}{\mu+s-p\mu g}.$$

В разделе 2.1.5. рассмотрены временные характеристики системы для случая, когда заявки обслуживаются начиная с последней пришедшей. Для сброшенной заявки справедливо следующее утверждение.

Утверждение 2.5. Преобразование Лапласа-Стилтьеса функции распределения времени пребывания в накопителе сброшенной заявки имеет вид:

$$\omega^{(loss)}(s) = \frac{\pi_{Q_1+1}}{p^{(loss)}} \cdot \frac{q\mu\bar{\alpha}(\mu+s-\mu p u(s))}{(1-g)(1-u(s))}.$$

Во разделе 2.2 диссертации изучена однопороговая модель, в которой пороговое значение Q_1 только определяет момент включения механизма вероятностного сброса поступивших в систему запросов (механизма обновления). В разделе 2.2.1. дается описание системы и представлен пороговый механизм обновления (полного обновления), определенный следующим образом: если число заявок в накопителе меньше или равно пороговому значению Q_1 , то никакого сброса заявок

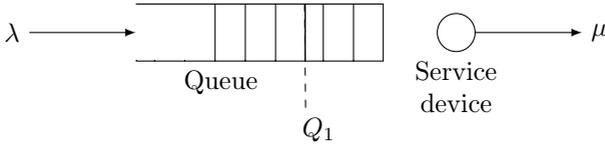


Рис. 2. Однопороговая система без безопасной зоны в накопителе

нет. Если же число заявок i в накопителе становится больше порогового значения Q_1 , то либо с вероятностью p заявка, находящаяся на приборе, после окончания обслуживания просто покидает систему, либо с вероятностью $q = 1 - p$ заявка в момент ухода из системы сбрасывает все заявки из накопителя.

Исследование рассматриваемой системы также проводится с помощью вложенной по моментам поступления цепи Маркова, образованной числом $\nu(\tau_n - 0)$ заявок в системе в моменты времени $(\tau_n - 0)$, где τ_n — момент поступления n -й заявки. Множество состояний построенной вложенной цепи Маркова имеет вид $\mathcal{X} = \{0, 1, \dots\}$.

Представлены элементы матрицы переходных вероятностей вложенной цепи Маркова.

Раздел 2.2.2. посвящен стационарному распределению по вложенной цепи Маркова числа заявок в системе. Сформулировано и доказано следующее утверждение.

Утверждение 2.6. При $i \geq Q_1 + 1$ для стационарных вероятностей π_i справедлива формула:

$$\pi_i = \pi_{Q_1+1} \cdot g^{i-Q_1-1}, \quad i \geq Q_1 + 1,$$

где параметр g есть решение уравнения:

$$g = \alpha(\mu(1 - pg)), \quad g \in (0, 1).$$

В **разделе 2.2.3.** представлены уравнения для расчета вероятности того, что поступившая в систему заявка будет либо обслужена $p^{(serv)}$, либо сброшена из накопителя $p^{(loss)}$.

Раздел 2.2.4. посвящен выводу уравнений в терминах преобразований Лапласа-Стилтьеса для расчета временных характеристик для обслуженной заявки, а **раздел 2.2.5.** посвящен выводу уравнений терминах преобразований Лапласа-Стилтьеса для расчета временных характеристик для сброшенной заявки.

В **третьей главе** продолжено изучение пороговых моделей управления входящим трафиком на базе СМО $GI/M/1/\infty$, но уже для случая

обобщенного обновления, когда заявка непосредственно перед уходом из системы либо может с заданной вероятностью $q(i)$ или сбросить ровно i заявок из накопителя (если в нем было i и более заявок), или опустошить накопитель (если в нем было менее i заявок), либо просто покидает систему (с вероятностью $p = 1 - \sum_{i=1}^{\infty} q(i)$).

Рассмотрена однопороговая модель, в которой пороговое значение Q_1 не только определяет момент включения механизма вероятностного сброса поступивших в систему запросов (механизма обновления), но и определяет границы области в накопителе, из которой находящиеся в ней заявки не могут быть сброшены (безопасная зона), для следующих вариантов дисциплин обслуживания и обобщенного обновления: прямое обобщённое обновление (заявки сбрасываются из накопителя начиная с первой пришедшей) при обслуживании заявок в порядке поступления — FIFO/First и обратное обобщённое обновление при инверсионном обслуживании заявок — LIFO/Last.

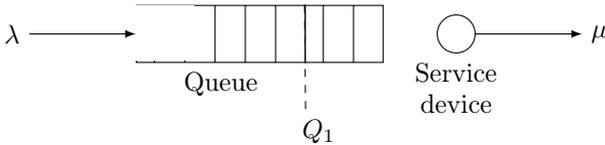


Рис. 3. Система массового обслуживания $G/M/1/\infty$.

В разделе 3.1. дано описание рассматриваемой модели и механизма обновления:

- если число i заявок в накопителе меньше порогового значения Q_1 , то сброс заявок не происходит (механизм обновления не включен);
- если пороговое значение преодолено, то есть $i > Q_1$, то включается механизм обобщенного обновления, когда в момент окончания своего обслуживания на приборе заявка может либо сбросить с вероятностью $q(k)$ ($q \geq 1$) ровно k ($k \geq 1$) заявок из тех, что находятся в накопителе вне безопасной зоны (начиная с $Q_1 + 1$ заявки в накопителе), либо с вероятностью $p = q(0)$ просто покинуть систему ($\sum_{k=0}^{\infty} q(k) = 1$).

Исследование системы также проводится с помощью вложенной по моментам поступления цепи Маркова, образованной числом $\nu(\tau_n - 0)$ заявок в системе в моменты времени $(\tau_n - 0)$, где τ_n — момент поступления n -й заявки. Множество состояний вложенной цепи Маркова имеет вид $\mathcal{X} = \{0, 1, \dots\}$.

Представлены формулы для переходных вероятностей $p_{i,j}$ вложенной по моментам поступления цепи Маркова того, что в момент поступления заявка застанет в системе j заявок, если предыдущая поступившая заявка застала в системе i заявок ($i \geq 0, j \geq 0$).

Раздел 3.2. посвящен стационарному распределению по вложенной цепи Маркова числа заявок в системе. Сформулировано и доказано следующее утверждение.

Утверждение 3.1. При $i \geq Q_1 + 1$ стационарная вероятность π_i представима в виде:

$$\pi_i = \pi_{Q_1+1} \cdot g^{i-Q_1-1}, \quad i \geq Q_1 + 1 \quad \text{или} \quad \pi_{Q_1+1+i} = \pi_{Q_1+1} g^i, \quad i \geq 0,$$

где параметр g является решением уравнения

$$g = \alpha(\mu(1 - g\hat{\pi}(g))), \quad 0 < g < 1.$$

В **разделе 3.3.** представлены формулы для расчета вероятности того, что поступившая в систему заявка будет либо обслужена $p^{(serv)}$, либо сброшена из накопителя $p^{(loss)}$.

Утверждение 3.2. Вероятность обслуживания поступившей в систему заявки $p^{(serv)}$ вычисляется по формуле:

$$p^{(serv)} = \sum_{i=0}^{\infty} p_i^{(serv)} \pi_i = 1 - \pi_{Q_1+1} \cdot \frac{1 - \hat{\pi}(g)}{(1-g)(1-g\hat{\pi}(g))}.$$

Вероятность потери поступившей в систему заявки $p^{(loss)}$ вычисляется по формуле:

$$p^{(loss)} = \sum_{i=0}^{\infty} p_i^{(loss)} \pi_i = \pi_{Q_1+1} \cdot \frac{1 - \hat{\pi}(g)}{(1-g)(1-g\hat{\pi}(g))}.$$

В следующем **разделе 3.4.** подробное внимание уделено временным характеристикам как для обслуженной, так и для сброшенной заявок.

Сначала, в **разделе 3.4.1** подробно рассмотрен случай, когда заявки обслуживаются и сбрасываются согласно порядку поступления.

Утверждение 3.3. Преобразование Лапласа-Стилтеса функции распределения времени ожидания начала обслуживания несброшенной заявки имеет вид:

$$\omega^{(serv)}(s) = \frac{1}{p^{(serv)}} \left(\sum_{i=0}^{Q_1} \left(\frac{\mu}{\mu + s} \right)^i \pi_i + \right.$$

$$+\pi_{Q_1+1} \left(\frac{\mu}{\mu+s} \right)^{Q_1+1} \frac{\widehat{\pi}(g)(\mu+s)}{\mu+s-\mu g \widehat{\pi}(g)},$$

а ПЛС функции распределения времени пребывания в накопителе сброшенной заявки имеет вид:

$$\omega^{(loss)}(s) = \frac{\pi_{Q_1+1}}{p^{(loss)}} \cdot \frac{1-\widehat{\pi}(g)}{1-g} \cdot \frac{\mu}{\mu+s-\mu g \widehat{\pi}(g)}.$$

А затем, в **разделе 3.4.2** рассматривается вариант, когда заявки обслуживаются и сбрасываются начиная с последней пришедшей.

Утверждение 3.4. Преобразование Лапласа-Стилтьеса функции распределения ожидания начала обслуживания имеет вид:

$$\begin{aligned} \omega^{(serv)}(s) &= \frac{1}{p^{(serv)}} \sum_{i=0}^{\infty} \omega_{i,0}^{(serv)}(s) \pi_i = \\ &= \frac{1}{p^{(serv)}} \left(\pi_0 + \sum_{i=1}^{Q_1} \omega_{i,0}^{(serv)}(s) \pi_i + \pi_{Q_1+1} \cdot \sum_{i=Q_1+1}^{\infty} \omega_{i,0}^{(serv)}(s) g^{i-Q_1-1} \right). \end{aligned}$$

Утверждение 3.5. Преобразование Лапласа-Стилтьеса функции распределения времени пребывания в накопителе сброшенной заявки имеет вид:

$$\omega^{(loss)}(s) = \frac{\pi_{Q_1+1}}{p^{(loss)}} \cdot \frac{1}{1-g} \cdot \frac{\mu(1-\widehat{\pi}(z(s)))}{\mu+s\mu \cdot z(s) \cdot \widehat{\pi}(z(s))},$$

а среднее время пребывания сброшенной заявки в накопителе $w^{(loss)}$ определяется по формуле:

$$\begin{aligned} w^{(loss)} &= \frac{\pi_{Q_1+1}}{(1-g)p^{(loss)}} \left(\frac{\widehat{\pi}'(g) \cdot \alpha'(\mu - \mu g \widehat{\pi}(g)) \cdot (1-g)}{(1-g \widehat{\pi}(g))^2} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{(1-\widehat{\pi}(g))(1-\mu \widehat{\pi}(g) \alpha'(\mu - \mu g \widehat{\pi}(g)))}{\mu(1-g \widehat{\pi}(g))^2} \right). \end{aligned}$$

В **заключении** диссертации сформулированы основные результаты работы:

1. Рассмотрен механизм порогового управления трафиком на примере системы СМО $G|M|1|\infty$ с вероятностным механизмом сброса (полного обновления), момент включения (выключения) которого

зависит от преодоления текущей длиной очереди порогового значения Q_1 в накопителе. Данный порог также определяет область в накопителе, из которой поступившие в систему заявки не могут быть сброшены. Доказано, что вероятностное распределение числа заявок в системе (по вложенной цепи Маркова) имеет геометрический вид (если преодолен порог). Представлены формулы для расчета вероятности того, что поступившая в систему заявка либо будет обслужена, либо будет сброшена. Также в терминах ПЛС получены выражения для стационарного распределения времени пребывания в накопителе обслуженной и сброшенной заявок, а также средние временные характеристики при обслуживании заявок либо в порядке поступления, либо в инверсионном порядке. Также выведено стационарное распределение числа обслуженных либо сброшенных заявок.

2. На примере системы СМО $G|M|1|\infty$ с полным обновлением рассмотрен механизм порогового управления трафиком, для которого пороговое значение Q_1 задает только момент включения механизма сброса. Доказано, что вероятностное распределение числа заявок в системе (по вложенной цепи Маркова) имеет геометрический вид (если преодолен порог Q_1). Представлены уравнения для стационарного распределения времени пребывания в накопителе обслуженной или сброшенной заявок.
3. На примере системы СМО $G|M|1|\infty$ с обобщенным обновлением рассмотрен механизм порогового управления трафиком, для которого пороговое значение Q_1 не только определяет момент включения механизма сброса, но и задает границы безопасной области в накопителе, из которой находящиеся в ней заявки не могут быть сброшены. Доказано, что вероятностное распределение числа заявок в системе (по вложенной цепи Маркова) имеет геометрический вид (если преодолен порог). Представлены формулы для расчета вероятности того, что поступившая в систему заявка либо будет обслужена, либо будет сброшена. Также в терминах ПЛС получены выражения для стационарного распределения времени пребывания в накопителе обслуженной и сброшенной заявок, а также средние временные характеристики при обслуживании и сбросе заявок либо в порядке поступления, либо в инверсионном порядке.
4. В среде GPSS построены имитационные модели для всех рассмотренных случаев, доказано, что средние значения основных

характеристик не зависят от дисциплины обслуживания/обновления.

Полученные в рассмотренных моделях аналитические выражения можно применять, в частности, для нахождения оценки таких показателей качества как: общей задержки передачи сообщения (среднее время пребывания в системе обслуженной заявки), среднего числа переданных пакетов (среднее число обслуженных заявок), вероятность потери принятого в систему пакета, вероятность дальнейшей передачи пакета, а также для оценки некоторых алгоритмов управления трафиком, рассмотренных в первой главе.

В **Приложении А** приведены результаты имитационного моделирования для рассмотренных во второй главе моделей. Для различных начальных значений таких параметров системы, как интенсивность обслуживания, интенсивность входящего потока, значение порога Q_1 получены численные значения следующих характеристик: вероятность сброса $p^{(\text{loss})}$ и вероятность обслуживания $p^{(\text{serv})}$ принятой в систему заявок, среднее время $w^{(\text{loss})}$ пребывания в накопителе сброшенной заявки и среднее время $w^{(\text{serv})}$ ожидания начала обслуживания, среднее число сброшенных и среднее число обслуженных заявок. Проведено сравнение вышеупомянутых характеристик для рассмотренных моделей.

В **Приложении В** представлены результаты имитационного моделирования для модели порогового управления входящим трафиком с безопасной зоной, рассмотренной в третьей главе. Для различных начальных значений таких параметров системы, как интенсивность обслуживания, интенсивность входящего потока, значение порога Q_1 получены численные значения следующих характеристик: вероятность сброса $p^{(\text{loss})}$ и вероятность обслуживания $p^{(\text{serv})}$ принятой в систему заявок, среднее время $w^{(\text{loss})}$ пребывания в накопителе сброшенной заявки и среднее время $w^{(\text{serv})}$ ожидания начала обслуживания, среднее число сброшенных и среднее число обслуженных заявок.

Список работ, в которых опубликованы основные положения диссертации

1. *Hilquias V. C. C., Zaryadov I. S.* Comparison of two single-server queueing systems with exponential service times and threshold-based renovation // CEUR Workshop Proceedings. Т. 2946. — CEUR, 2021. — С. 54–63. — URL: <https://ceur-ws.org/Vol-2946/paper-05.pdf>.

2. *Hilquias V. C. C., Zaryadov I. S., Milovanova T. A.* Queuing system with threshold-based general renovation mechanism // Распределенные компьютерные и телекоммуникационные сети: управление, вычисление, связь (DCCN-2022). Материалы XXV Международной научной конференции / под ред. В. М. Вишнеvский, К. Е. Самуйлов. — Москва, 2022. — С. 158—167.
3. *Hilquias V. C. C., Zaryadov I. S., Milovanova T. A.* Single-server queuing systems with exponential service times and threshold-based renovation // Распределенные компьютерные и телекоммуникационные сети: управление, вычисление, связь (DCCN-2021). Материалы XXIV Международной научной конференции / под ред. В. М. Вишнеvский, К. Е. Самуйлов. — Москва, 2021. — С. 229—236.
4. *Hilquias V. C. C., Zaryadov I. S., Milovanova T. A.* Two Types of Single-Server Queueing Systems with Threshold-Based Renovation Mechanism // Distributed Computer and Communication Networks: Control, Computation, Communications. Lecture Notes in Computer Science. Т. 13144 / под ред. V. M. Vishnevskiy, K. E. Samouylov, D. V. Kozyrev. — Cham : Springer International Publishing, 2021. — С. 196—210. — DOI: doi:10.1007/978-3-030-92507-9\17.
5. *Hilquias V. C. C., Zaryadov I. S.* Single-server Queueing Systems With Exponential Service Times and Threshold-based Renovation // 13th International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops (ICUMT). — 2021. — С. 91—97. — DOI: 10.1109/ICUMT54235.2021.9631585.
6. *Hilquias V. C., Zaryadov I. S., Matyushenko S. I.* GPSS simulation model of a system with a general renovation threshold based mechanism // Информационно-телекоммуникационные технологии и математическое моделирование высокотехнологичных систем. Материалы Всероссийской конференции с международным участием. — Москва, 2023. — С. 20—25.
7. The General Renovation as the Active Queue Management Mechanism. Some Aspects and Results / V. C. C. Hilquias [и др.] // Distributed Computer and Communication Networks. Communications in Computer and Information Science. Т. 1141 / под ред. V. M. Vishnevskiy, K. E. Samouylov, D. V. Kozyrev. — Cham : Springer International Publishing, 2019. — С. 488—502. — DOI: doi:10.1007/978-3-030-36625-4\39.
8. The Queueing System with Threshold-Based Direct and Inverse General Renovation Mechanism / V. C. C. Hilquias [и др.] // Distributed Computer and Communication Networks: Control, Computation,

- Communications. Lecture Notes in Computer Science. Т. 13766 / под ред. V. M. Vishnevskiy, K. E. Samouylov, D. V. Kozyrev. — Cham : Springer Nature Switzerland, 2022. — С. 309—323. — DOI: doi:10.1007/978-3-031-23207-7_24.
9. Анализ показателей функционирования RED-подобных алгоритмов с помощью систем массового обслуживания / В. К. К. Илкиаш [и др.] // Информационно-телекоммуникационные технологии и математическое моделирование высокотехнологичных систем. Материалы Всероссийской конференции с международным участием. — Москва, 2019. — С. 58—63.
 10. Виана К. К. И., Зарядов И. С. Вероятностно-временные характеристики однопороговой системы с обновлением // Информационно-телекоммуникационные технологии и математическое моделирование высокотехнологичных систем. Материалы Всероссийской конференции с международным участием. — Москва, 2021. — С. 31—37.
 11. Виана К. К. И., Зарядов И. С. Сравнение результатов имитационного моделирования двух типов однопороговых систем с обновлением // Информационно-телекоммуникационные технологии и математическое моделирование высокотехнологичных систем. Материалы Всероссийской конференции с международным участием. — Москва, 2021. — С. 38—44.
 12. Виана Карвалью Кравид И., Зарядов И. С., Милованова Т. А. Системы массового обслуживания с различными видами обновления и порогом как математические модели алгоритмов активного управления очередями // Discrete and Continuous Models and Applied Computational Science. — 2020. — Т. 28, № 4. — С. 305—318. — URL: <https://journals.rudn.ru/miph/article/view/25178>.
 13. Зарядов И. С., Виана И. К. К., Милованова Т. А. Анализ систем массового обслуживания с пороговым механизмом обновления и инверсионной дисциплиной обслуживания // Discrete and Continuous Models and Applied Computational Science. — 2022. — Т. 30, № 2. — С. 160—182. — URL: <https://journals.rudn.ru/miph/article/view/30954>.

Виана Карвалью Кравид Илкиаш, Сан-Томе и Принсипи

Системы с пороговым управлением входящим потоком

Диссертационная работа посвящена исследованию систем с пороговым управлением входящим потоком (на примере систем массового обслуживания с вероятностным механизмом сброса принятых в систему заявок) и их вероятностно-временных характеристик. В работе изучены пороговые модели с полным обновлением, когда при преодолении текущей длиной очереди заданного в накопителе порога Q_1 включается механизм вероятностного сброса и с вероятностью $0 < q < 1$ сбрасываются из накопителя либо все заявки, расположенные в накопителе на $Q_1 + 1$ месте и далее от начала очереди (однопороговая модель с безопасной зоной в накопителе), либо полностью все заявки (модель без безопасной зоны). Также в работе рассмотрена модель с обобщенным обновлением, когда при преодолении текущей длиной очереди заданного в накопителе порога Q_1 включается механизм вероятностного сброса и из накопителя с вероятностью $0 < q(k) < 1$ сбрасывается группа из k ($k \geq 0$) последовательно расположенных заявок из тех, что занимают в нем $Q_1 + 1$ место и далее (однопороговая модель с безопасной зоной в накопителе). Решение о сбросе из накопителя принимается в момент окончания обслуживания на приборе. Рассмотрены различные варианты дисциплин обслуживания и сброса. Для рассмотренных моделей представлены выражения для расчета основных вероятностно-временных характеристик. Проведено имитационное моделирование.

Hilquias Viana Carvalho Cravid, São Tome and Principe

Systems with Threshold Input Flow Control

The thesis is devoted to the study of systems with threshold control of the incoming flow (on the example of queuing systems with a probabilistic mechanism for dropping of tasks accepted into the system) and their probabilistic and time characteristics. Threshold models with full renovation are studied, when, if the current queue length exceeds the threshold Q_1 specified for the queue (buffer), then the mechanism of probabilistic reset is activated and, with a probability $0 < q < 1$, either all customers located in the queue after the threshold value from the beginning are dropped from the buffer (the single-threshold model with a safe zone), or completely all requests are dropped (the single-threshold model without a safe zone). The paper also considers a model with a general renovation when, if the current queue length exceeds the threshold Q_1 specified in the buffer, then the probabilistic drop mechanism is activated and a group of k ($k \geq 0$) sequentially located requests from those that occupy $Q_1 + 1$ place in queue and further (one-threshold model with a safe zone) is dropped. The decision to drop tasks from the buffer is made at the moment of the end of the service. Various variants of service and renovation disciplines are considered in the thesis. For the considered models, expressions for calculating the main probabilistic and time characteristics are presented. Simulation modeling has been carried out.

Подписано в печать _____ . _____ .2024. Формат 60×84/16.
Тираж 100 экз. Усл. печ. л. 2. Заказ № _____ .

Типография Издательства РУДН
115419, ГСП-1, г. Москва, ул. Орджоникидзе, д. 3