

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИМИТАЦИОННОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ ОПТИМИЗАЦИИ ВЕРОЯТНОСТНО-ВРЕМЕННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

С.С. Шумилов, Д.М. Ястребов (Ульяновск)

### Введение

Эффективность иерархических автоматизированных систем управления реального времени во многом определяется оперативностью, способностью формировать и доводить до исполнителей планы применения объектов управления в соответствии с динамикой изменения обстановки. Оперативность системы зависит от структуры, алгоритма функционирования и быстродействия элементов, случайного времени выполнения операций формирования управляющих документов. При заданной структуре и алгоритме функционирования проектирование системы с требуемыми значениями вероятностно-временных характеристик (ВВХ) сводится к оптимальному распределению ресурсов по элементам, повышению их быстродействия, установлению определенных ВВХ элементов. Формальная постановка и решение такой задачи возможны при наличии аналитической зависимости ВВХ системы от ВВХ элементов [1, 2]. При отсутствии такой зависимости задача распределения ресурсов для повышения оперативности решается приближенно, что приводит к нерациональному применению значительных избыточных ресурсов или снижению быстродействия системы с дальнейшими потерями в процессе функционирования.

Теоретические возможности установления зависимостей ограничены и основаны на исследовании законов распределения функций нескольких случайных величин [3].

В [4] был предложен метод построения приближенных аналитических зависимостей на основе аппроксимации экспериментальных данных, полученных посредством специально созданной имитационной модели системы. Реализация метода была достигнута через ортогональное преобразование переменных и приведение исходной зависимости к простым аппроксимирующим формам, функциям с небольшим числом переменных или сумме функций одной переменной. С использованием построенных зависимостей были решены задачи оптимального проектирования.

Рост производительности вычислительной техники позволяет рассмотреть возможность формальной постановки и автоматизированного решения задач проектирования для определенного класса систем с использованием имитационной модели, что должно повысить точность получаемых результатов. В [5] исследована возможность непосредственного применения имитационных моделей в задачах распределения ограниченных ресурсов с целью оптимизации показателей устойчивости системы.

В данной статье предлагается формальная постановка задачи распределения ресурсов по объектам иерархической системы управления с целью оптимизации ВВХ системы. В качестве целевой функции используется имитационная модель системы, позволяющая при заданных ВВХ объектов путем большого числа имитационных экспериментов находить ВВХ системы. Исследуется реализуемость поставленной задачи для определенного класса систем.

### 1. Состав и порядок расчета ВВХ системы

Управление в системе описывается множеством случайных величин:

$$T = [T(1), \dots, T(n)],$$

где  $T(i)$  – время формирования и доведения управляющих документов до  $i$  объектов управления.

Множество  $T$  образовано упорядочиванием множества  $[T_1, T_2, \dots, T_n]$ ,

где  $T_i$  – время доведения управляющего документа до  $i$ -го объекта:

$$T_{i_1} \leq T_{i_2} \leq \dots \leq T_{i_n};$$

$$(T(1) = T_{i_1}) \leq (T(2) = T_{i_2}) \leq \dots \leq (T(n) = T_{i_n}).$$

Так как управляющий документ для  $i$ -го объекта формируется последовательно элементами системы в соответствии со структурной матрицей  $X$ , то

$$T_i = (t_1 \cdot x_{i1} + t_2 \cdot x_{i2} + \dots + t_m \cdot x_{im}),$$

где  $t_i$  – случайное время выполнения операций по формированию управляющих документов для подчиненных объектов.

Множество показателей качества системы:

$$V = [F_1(T(1)), \dots, F_\mu(T(1)); \dots; F_1(T(n)), \dots, F_\mu(T(n))];$$

$$\overline{T(1)}, \dots, \overline{T(n)}; \sigma(T(1)), \dots, \sigma(T(n)),$$

где  $F_i(T(j))$  –  $i$ -е значение функции распределения  $F(T(j))$ .

Множество регулируемых параметров, показателей качества элементов:

$$v = [F_1(t_1), \dots, F_\mu(t_1); \dots; F_1(t_m), \dots, F_\mu(t_m)];$$

$$\overline{t_1}, \dots, \overline{t_m}; \sigma(t_1), \dots, \sigma(t_m).$$

Имитационная модель задается абстрактной схемой [6]:

$$\text{ИМ} = (v, t, T, V, \lambda, \eta, \delta),$$

где  $v$  – конечное входное множество регулируемых параметров, числовые характеристики и функции распределения случайного времени выполнения операций в элементах системы;

$t$  – множество состояний системы включает все возможные сочетания случайных значений времени выполнения операций в элементах:  $t = (t_1 \times t_2 \times \dots \times t_m)$ ;

$T$  – множество случайных значений времени выполнения управления в системе  $T = [T(1), T(2), \dots, T(n)]$ ;

$V$  – конечное выходное множество показателей качества системы, функции распределения и числовые характеристики времени формирования и доведения управляющих документов до различного числа объектов;

$\lambda_i: t_i \times v_i \rightarrow t_i$  – одношаговая переходная функция, устанавливающая состояние  $i$ -го элемента;

$\lambda_i: F^{-1}(r_i), r_i \in [0, 1]$  – случайное число;

$F^{-1}(r_i)$  – функция, обратная по отношению к  $F(t_i)$ ;

$\lambda_i = \sigma_i \cdot 1,4 \cdot (\sum_{j=1}^6 r_j - 3) + \overline{t_i}$ ,  $r_j \in [0, 1]$  – случайное число;

$\eta: t \times T \rightarrow T$  – одношаговая переходная функция, устанавливающая состояние системы, случайное время формирования и доведения управляющих документов до различных подмножеств объектов управления:

$$\eta = [T_1 = (t_1 \cdot x_{11} + \dots + t_m \cdot x_{m1}), \dots$$

$$\dots, T_n = (t_1 \cdot x_{1n} + \dots + t_m \cdot x_{mn})] \rightarrow$$

$$\rightarrow (T_{i1} \leq T_{i2} \leq \dots \leq T_{in}) \rightarrow (T(1), T(2), \dots, T(n));$$

$\delta: T \rightarrow V$  – одношаговая выходная функция, устанавливающая значения ВВХ системы по множеству случайных значений:

$$\delta = \left\{ \begin{array}{l} \overline{T} = (\overline{T(1)}, \dots, \overline{T(n)}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (T(1), \dots, T(n)) \\ D[T] = [D[T(1)], \dots, D[T(n)]] = \\ = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \{ [T(1), \dots, T(n)]_i - [\overline{T(1)}, \dots, \overline{T(n)}] \}^2 \\ F(T(i) = 0) = 0 \\ F(T(i) < h_1) = \frac{n_1}{N}, i = \overline{1, n} \\ F(T(i) < h_j) = \frac{n_j}{N} \\ F(T(i) < \infty) = 1 \end{array} \right.$$

где  $N$  – число экспериментов при имитационном моделировании;

$n_j$  – количество экспериментов, в которых время управления  $i$  объектами не больше  $h_j$ .

## 2. Постановка задачи оптимизации и алгоритм решения

Задача оптимального распределения ресурсов по объектам системы с использованием имитационной модели имеет следующий вид:

$$\text{ИМ: } (\overline{t_1}(C_1), \dots, \overline{t_m}(C_m), \sigma_1(C_1), \dots, \sigma_m(C_m)) \rightarrow \overline{T(n)} \rightarrow \min;$$

$$\text{ИМ: } (\overline{t_1}(C_1), \dots, \overline{t_m}(C_m), \sigma_1(C_1), \dots, \sigma_m(C_m)) \rightarrow \overline{T(1)} \leq T_{10};$$

ИМ:  $(\bar{t}_1(C_1), \dots, \bar{t}_m(C_m), \sigma_1(C_1), \dots, \sigma_m(C_m)) \rightarrow \overline{T(n-1)} \leq T_{n-10}$ ;

$\bar{t}_1(C_1) = G_1 e^{-K_1 C_1}$ ;

$\sigma_1(C_1) = A_1 e^{-B_1 C_1}$ ;

$\sum_{i=1}^m C_i = \sum_{i=1}^{m+1} \left(-\frac{1}{K_i}\right) \cdot \ln G_i \bar{t}_i = C_0$ ,

где ИМ – имитационная модель;

$C_0$  – общий ресурс, выделенный на улучшение ВВХ системы;

$G_i, K_i, A_i, B_i$  – коэффициенты пропорциональности;

$C_i$  – ресурсы, выделенные  $i$ -му элементу.

Блок-схема алгоритма оптимизации ВВХ приведена на рис. 1.

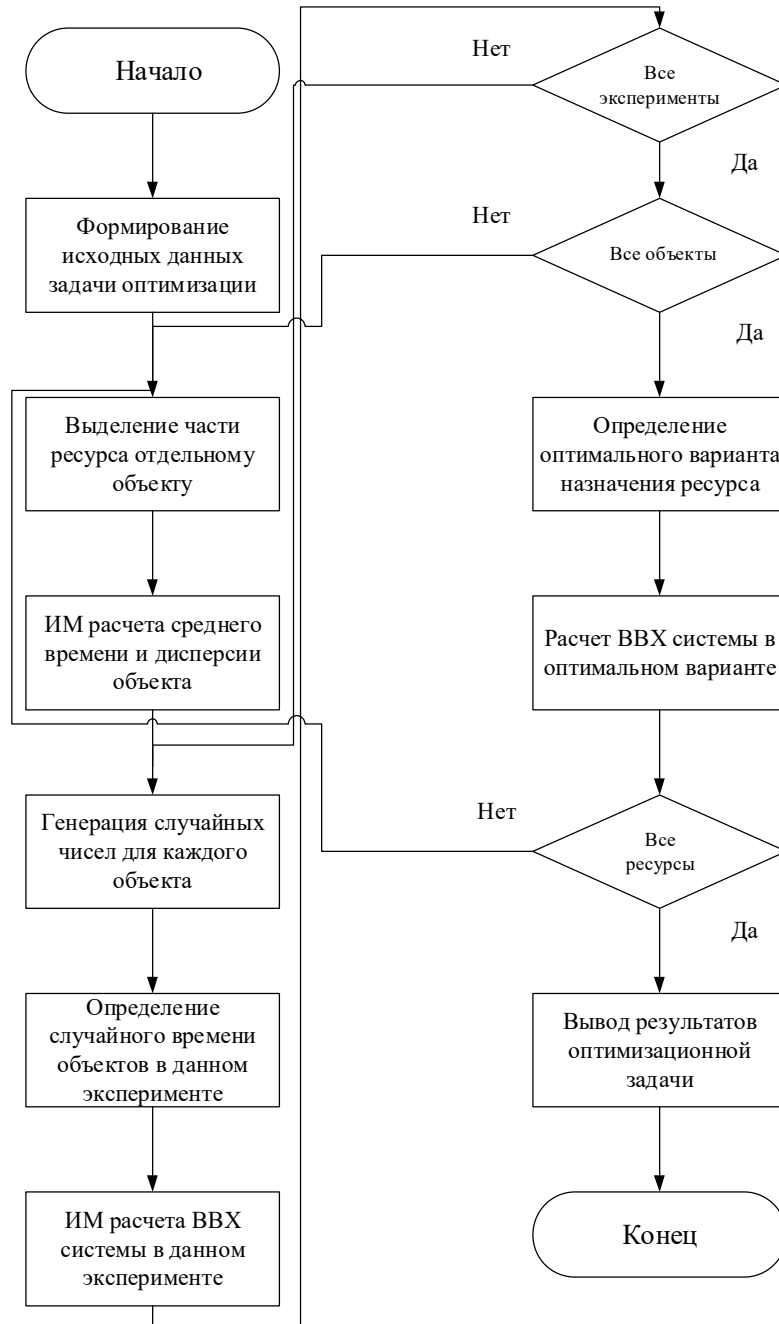


Рис. 1. Блок-схема оптимизации ВВХ

### 3 Результаты решения

Были разработаны программные средства реализации предложенного алгоритма и решена задача оптимального распределения ресурсов. Структура исследуемой системы приведена в таблице 1.

Результаты решения включают:

- распределение ресурсов по объектам на каждом шаге поиска образуют зависимости ресурсов объектов от их общего количества (рис. 2);
- зависимость оптимального значения времени доведения управляющих документов до всех объектов управления от выделенных ресурсов (рис. 3).

Таблица 1. Структура иерархической системы управления

| Об. упр.<br>Об. сист. | 1 – 5 | 6 – 10 | 11 – 15 | 16 – 20 | 21 – 25 | 26 – 30 | 31 – 35 | 36 – 40 |
|-----------------------|-------|--------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 1                     | 1...1 | 1...1  | 1...1   | 1...1   | 1...1   | 1...1   | 1...1   | 1...1   |
| 2                     | 1...1 | 1...1  | 0...0   | 0...0   | 0...0   | 0...0   | 0...0   | 0...0   |
| ...                   | ...   | ...    | ...     | ...     | ...     | ...     | ...     | ...     |
| 5                     | 0...0 | 0...0  | 0...0   | 0...0   | 0...0   | 0...0   | 1...1   | 1...1   |
| 6                     | 1...1 | 0...0  | 0...0   | 0...0   | 0...0   | 0...0   | 0...0   | 0...0   |
| ...                   | ...   | ...    | ...     | ...     | ...     | ...     | ...     | ...     |
| 13                    | 0...0 | 0...0  | 0...0   | 0...0   | 0...0   | 0...0   | 0...0   | 1...1   |
| 14                    | 1...0 |        |         |         |         |         |         |         |
| ...                   | ...   | 0      | 0       | 0       | 0       | 0       | 0       | 0       |
| 18                    | 0...1 |        |         |         |         |         |         |         |
| 19                    |       | 1...0  |         |         |         |         |         |         |
| ...                   | 0     | ...    | 0       | 0       | 0       | 0       | 0       | 0       |
| 23                    |       | 0...1  |         |         |         |         |         |         |
| 24                    |       |        | 1...0   |         |         |         |         |         |
| ...                   | 0     | 0      | ...     | 0       | 0       | 0       | 0       | 0       |
| 28                    |       |        | 0...1   |         |         |         |         |         |
| 29                    |       |        |         | 1...0   |         |         |         |         |
| ...                   | 0     | 0      | 0       | ...     | 0       | 0       | 0       | 0       |
| 33                    |       |        |         | 0...1   |         |         |         |         |
| 34                    |       |        |         |         | 1...0   |         |         |         |
| ...                   | 0     | 0      | 0       | 0       | ...     | 0       | 0       | 0       |
| 38                    |       |        |         |         | 0...1   |         |         |         |
| 39                    |       |        |         |         |         | 1...0   |         |         |
| ...                   | 0     | 0      | 0       | 0       | 0       | ...     | 0       | 0       |
| 43                    |       |        |         |         |         | 0...1   |         |         |
| 44                    |       |        |         |         |         |         | 1...0   |         |
| ...                   | 0     | 0      | 0       | 0       | 0       | 0       | ...     | 0       |
| 48                    |       |        |         |         |         |         | 0...1   |         |
| 49                    |       |        |         |         |         |         |         | 1...0   |
| ...                   | 0     | 0      | 0       | 0       | 0       | 0       | 0       | ...     |
| 53                    |       |        |         |         |         |         |         | 0...1   |

Примечания: Об. упр. – объекты управления; Об. сист. – все объекты системы.

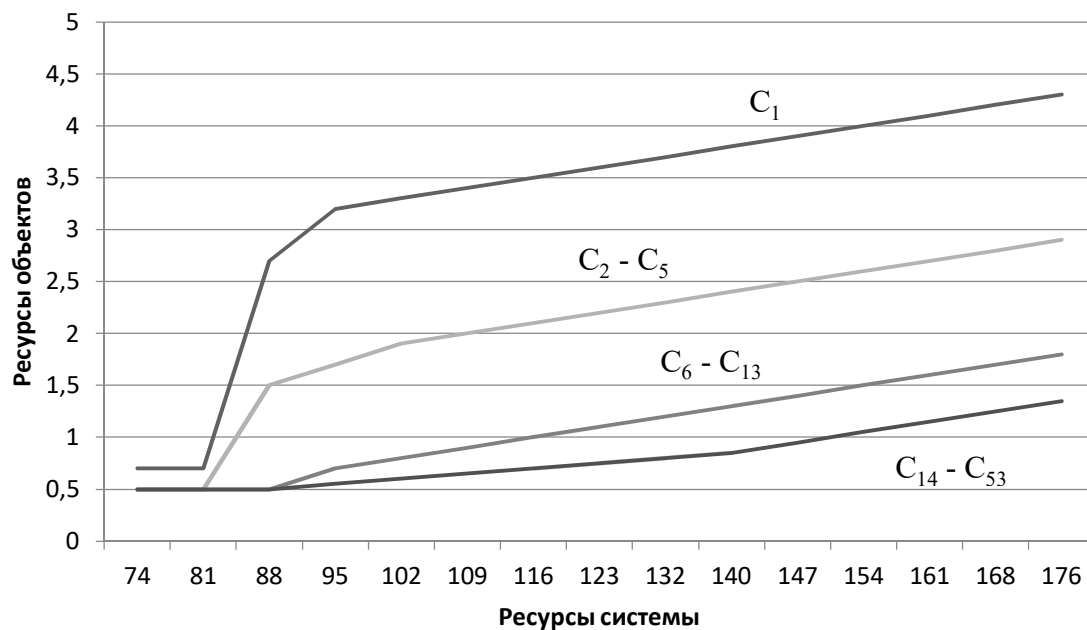


Рис. 2. Оптимальное распределение ресурсов по объектам системы

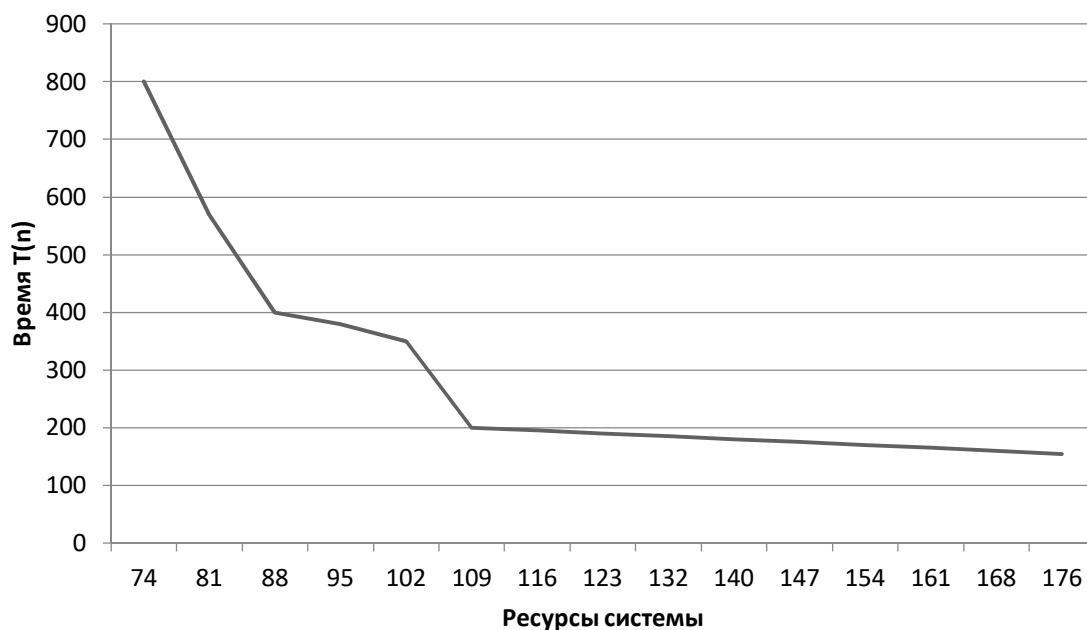


Рис. 3. Зависимость оптимального времени системы от ресурсов

Задача решалась на ПЭВМ с частотой 3.20 GHz и 4.00 Гб ОЗУ. Время решения при 10000 экспериментов в имитационной модели составило 40 мин. Такое количество экспериментов позволяет достаточно точно рассчитать время управления системы при заданных временных характеристиках объектов, обусловленных выделенным ресурсом.

### Заключение

Относительно низкий уровень производительности вычислительной техники в 90-е годы и практическая потребность в формальной постановке и автоматизированном решении задачи распределения ресурсов по объектам иерархической системы управления с целью оптимизации ВВХ привели к созданию метода построения аналитических зависимостей на основе аппроксимации данных имитационного

моделирования. Разработанный метод достаточно сложный, в частности, он включает приемы ортогонального преобразования переменных для снижения уровня реализуемости. Были построены аналитические зависимости ВВХ системы от ВВХ объектов и решена задача оптимального распределения ресурсов для системы с десятками объектов различных уровней иерархии. Как показали проведенные исследования, в настоящее время оптимизационная задача с имитационной моделью в качестве целевой функции решается для такой системы за 40 мин. Таким образом, для систем определенного размера можно использовать в решении имитационные модели без сложного построения приближенных аналитических зависимостей. Метод построения приближенных зависимостей остается востребованным при переходе к проектированию более объемных систем с сотнями объектов.

### Литература

1. **Иванов А.К.** Аппроксимация зависимостей функциями многих переменных в задачах разработки АСУ // Известия Академии наук. Теория и системы управления. 1999. № 3. С. 60-67.
2. **Иванов А.К.** Построение и использование аналитической зависимости временных характеристик сложной системы от временных характеристик элементов // Изв. вузов. Машиностроение. 1997. № 4–6. С. 38-43.
3. Справочник по вероятностным расчетам. М.: Воениздат, 1970. 536 С.
4. **Иванов А.К.** Экспериментальный метод построения математических моделей информационно-управляющих систем. – Ульяновск: УлГТУ, 1998. 219 С.
5. **Иванов А.К.** Оптимизация устойчивости иерархических систем управления // Автоматизация процессов управления. 2015. № 3 (41). С. 23-33.
6. **Ермаков С.М.** Курс статистического моделирования. М.: Наука, 1976. 320 С.
7. **Ермаков С.М.** Метод Монте-Карло и смежные вопросы. М.: Наука, 1971. 325 С.