

ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРЕДПОЧТЕНИЙ ЛПР В СИСТЕМЕ ВЫБОРА И РАНЖИРОВАНИЯ СВИРЬ²

С.В. Микони (Санкт-Петербург)

Введение

Согласно [1] «моделирование пронизывает все стороны человеческой деятельности, а его объектом является, в том числе, и сама умственная деятельность (ментальный мир) человека». Она многосторонняя. Но заключительный этап любого размышления – это выбор плана, предмета, действия... Выбор наилучшего варианта (плана, предмета, действия) осуществляется лицом, принимающим решение (ЛПР), в результате последовательности некоторых умозаключений. У каждого ЛПР они индивидуальны.

В мудрой русской пословице «Встречают по одежке, провожают по уму» заложена идея многокритериального оценивания объектов, в данном случае людей. Но одежда и ум принадлежат к показателям верхнего уровня, характеризующим индивида. Они, в свою очередь, разложимы на более конкретные показатели разного уровня общности. К показателям нижнего уровня каждое ЛПР предъявляет свои требования. Линейное упорядочение индивидов, например, участников конкурса, осуществляется по некоторым средневзвешенным оценкам мер удовлетворения этих требований. Роль весов играет важность показателей.

Таким образом, человек, принимающий решение, фактически руководствуется иерархической моделью оценивания. Каждый элемент этой модели и связи между элементами можно рассматривать как объекты предпочтения ЛПР. К ним относятся показатели разного уровня общности, предпочтения на шкалах показателей, относительная важность показателей и предъявляемые к ним требования. Однако первые впечатления, сформированные на основе такой модели, не всегда убедительны для конкретного оценщика и тем более для других оценщиков при групповом оценивании. Исходя из этого, начальная модель подлежит последовательному уточнению. Оно заключается в подгонке параметров модели под целостные оценки объектов оценивания. Эта процедура соответствует идее имитационного моделирования. В связи с этим цель доклада – описание технологии имитационного моделирования предпочтений ЛПР.

1. Факторы, влияющие на многомерные оценки объектов

В основу многомерной модели оценивания (ММО) кладётся дерево целей, детализирующее общую цель решения сформулированной проблемы на частные цели. Каждая частная цель представляет собой некоторое требование к соответствующему показателю, отражающему существенное для оценивания свойство объекта.

Процесс детализации общей цели завершается по достижении конкретных целей, измеряемых физическими или условными единицами [2]. В [3] показатели нижнего уровня иерархии называются единичными показателями (ЕП) в отличие от обобщённых (составных) показателей (ОП) верхних уровней иерархии модели предметной области (ПрО). Система показателей нижнего уровня иерархии ПрО образует базис n -мерного пространства оценок объекта. К нему предъявляются требования полноты, избыточности, непротиворечивости и независимости.

Измеряемые показатели, составляющие нижний уровень дерева целей, используются для формирования критериев оценивания рассматриваемых вариантов. В [2] критерий в задаче оптимизации определён как двухместный предикат предпочтения

² Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 19-08-00989) в рамках бюджетной темы № 0073–2019–0004.

$Pr_{\bar{z}}(f_j(x), c_j)$ либо $Pr_{\underline{z}}(f_j(x_1), c_j)$. Здесь – c_j представляет собой целевое значение j -го показателя, измеренного в шкале $[y_{j,\min}, y_{j,\max}]$, а $f_j(x)$ – его фактическое значение для объекта x .

Для получения линейного порядка на множестве оцениваемых объектов X применяются функции, обобщающие значения частных показателей. Наибольшее применение получили аддитивная (АОФ) и мультипликативная (МОФ) средневзвешенные обобщающие функции (ОФ)

$$y_{\text{АОФ}}(x_i) = \overset{\circ}{\mathbf{a}} \sum_{j=1}^n w_j y_j(x_i) \quad (1)$$

$$y_{\text{МОФ}}(x_i) = \overset{\circ}{\mathbf{O}} \prod_{j=1}^n y_j(x_i)^{w_j} \quad (2)$$

В этих формулах y_j – значение j -го показателя, а w_j – его относительная важность (вес). Веса показателей, выраженные в долях единицы, подчиняются требованию:

$$\overset{\circ}{\mathbf{a}} \sum_{j=1}^n w_j = 1 \quad (3)$$

Как следует из формул (1) и (2) обобщённая оценка объекта $x_i \in X$ зависит от значения y_j j -го показателя, его важности (веса) w_j , количества показателей n и вида обобщающей функции. На экспертное назначение важности показателей влияет их структура $R \in J \times J$.

Значение y_j j -го показателя зависит от выбранной шкалы. Учитывая разнородность шкал показателей, для применения ОФ (1) и (2) их значения приводятся к абсолютной шкале $[0, 1]$ путём нормирования шкалой $[y_{j,\min}, y_{j,\max}]$. В [2] нормирующая функция j -го показателя трактуется как линейная оценочная функция (ОФ). Линейности ОФ соответствуют одинаковые предпочтения ЛПР на равных участках шкалы показателя.

Неравные предпочтения ЛПР на равных участках шкалы показателя отображаются нелинейной оценочной функцией. Свойства и способы создания нелинейной ОФ $f_n(y_j)$ изучаются в теориях ценности и полезности [4, 5].

Резюмируя изложенное, перечислим факторы, влияющие на величину обобщённой оценки объекта $x_i \in X$. К ним относятся:

- 1) *состав* показателей J , характеризующих объекты $x_i \in X$;
- 2) *количество* показателей $n = \#J$;
- 3) *структура* показателей $R \in J \times J$.
- 4) *фактическое значение* $y_j = f_j(x)$ j -го показателя для объекта x , $j = \overline{1, n}$;
- 5) *границы шкалы* $[y_{j,\min}, y_{j,\max}]$ j -го показателя;
- 6) *целевое значение* c_j j -го показателя;
- 7) *оценочная функция* $u_j = f_n(y_j)$ j -го показателя;
- 8) *важность* (вес) w_j j -го показателя;
- 9) *вид* обобщающей функции (1) или (2).

Из перечисленных факторов только фактические значения показателей, как внешних данных решаемой задачи, не подлежат изменению. Остальные факторы примем за управляющие параметры имитационной модели многомерного оценивания объектов.

2. Среда имитационного моделирования предпочтений ЛПР

В качестве среды имитационного моделирования предпочтений ЛПР принята информационно-аналитическая система выбора и ранжирования СВБР [6]. Она предназначена для решения задач выбора и ранжирования по многим критериям на

дискретном множестве объектов любой природы. Система СВИРЬ реализует методы многокритериальной оптимизации и классификации, многомерной теории полезности и вычисления приоритетов на основе матриц парных сравнений (МПС). Исходные данные оцениваемых объектов хранятся в таблицах «Объекты-Показатели» и в МПС.

Рассмотрим пригодность системы СВИРЬ к выполнению имитационного моделирования предпочтений ЛПР с точки зрения возможности и простоты изменения факторов, влияющих на оценки объектов. Первые три фактора из перечисленных выше влияют на модель ПрО, а факторы 5 – 9 – на модель предпочтений ЛПР.

2.1. Изменение модели предметной области

Изменение модели ПрО требуется для обеспечения полноты, избыточности, непротиворечивости и независимости системы показателей. Эти требования реализуются путём изменения базиса показателей и его структуры. Базис создаётся и уточняется пометкой показателей в исходном списке J . Этой операцией меняется и количество показателей, участвующих в оценивании.

По соображениям уменьшения размерности модели и удобства её анализа показатели группируются относительно их назначения. Созданная таким образом многоуровневая структура показателей нуждается в последующем редактировании. Под редактированием структуры понимается такое изменение модели ПрО, которое позволяет на основе исходной таблицы получить иерархическую структуру таблиц, либо изменить существующую иерархию таблиц. Все изменения в структуре модели сводятся к перетаскиванию с помощью мыши показателей из одной таблицы в другую либо к изменению места таблиц в иерархии.

2.2. Изменение модели предпочтений ЛПР

2.2.1. *Границы шкалы показателя.* Величина оценки показателя зависит от точки отсчёта – либо от нижней, либо от верхней границы шкалы. Поэтому за исходную принимается *выборочная* шкала показателя при рассмотрении оцениваемых объектов в качестве некоторой выборки из генеральной совокупности. Проблема исключения нулевых оценок для объекта с значением показателя, равным одной из границ шкалы $y_j = y_{j,\min}$ ($y_j = y_{j,\max}$), при применении мультипликативной ОФ решается путем расширения границ в выборочных шкалах. Предлагаемая экспертом шкала в [7] названа теоретической. Одним из вариантов теоретической шкалы является расширение её границ на 5% от границ выборочной шкалы. Согласно [2] влево от начала шкалы должны сдвигаться выборочные границы только максимизируемых показателей, а вправо – границы только минимизируемых показателей.

Для изменения границ шкалы в системе СВИРЬ предусмотрена опция «Границы шкалы признака». По умолчанию ими являются границы выборочной шкалы. При удалении пометок выборочных границ они задаются вручную.

2.2.2. *Целевое значение показателя.* Оно устанавливается либо на одной из границ шкалы (max, min) в режиме «целевой критерий», либо на промежуточном делении шкалы в режиме «ограничительный критерий» (ограничение снизу, сверху).

2.2.3. *Оценочная функция показателя.* В качестве таковой по умолчанию используется нормирующая функция. Формирование нелинейной оценочной функции осуществляется в режиме «функция полезности». Имеется библиотека типовых функций полезности. Нелинейность типовой функции полезности меняется параметрами нелинейности.

2.2.4. *Важность показателя.* Назначение весов показателей в таблице осуществляется прямым заданием долей единицы либо их вычислением на основе МПС. Предусмотрена возможность перераспределения весов в иерархии показателей.

2.2.5. *Вид обобщающей функции.* Для усреднения частных оценок в системе СВирЬ используются аддитивная, мультипликативная степенная и максиминная обобщающие функции.

2.3. Средства анализа модели ММО и результатов оценивания

Помимо возможности изменения управляющих параметров среда имитационного моделирования должна обладать средствами модели ПрО и результатов. В систему СВирЬ включены следующие средства анализа.

2.3.1. Средства анализа модели ММО

1. *Корреляционный анализ.* Статистическая зависимость между всеми показателями, объединёнными в группу (вошедшими в табличную модель), представляется корреляционной матрицей, элементы которой являются коэффициентами линейной парной корреляции. Матрица строится как по значениям самих показателей, так и по значениям их функций полезности.

2. *Анализ и изменение важности в иерархии показателей.*

2.3.2. *Анализ результатов оценивания.* В системе СВирЬ реализованы следующие средства анализа результатов оценивания с применением когнитивной графики [2]:

1. График объектов, упорядоченных по любому критерию.
2. Матрица и граф доминирования объектов в таблице с указанием параметров доминирования и меры строгости порядка.
3. Зависимость общей оценки от выбранного критерия.
4. Диаграммы вклада каждого признака в общую оценку.
5. Таблица и график сопоставления рейтингов, рассчитанных при разных условиях оценивания.
6. Показатели различия рейтингов и ослабления / усиления порядковой шкалы.
7. Таблицы объектов, улучшивших (ухудшивших, не изменивших) рейтинг при разных условиях оценивания.

3. Роль факторов в имитационном моделировании оценок объектов

3.1. *Взаимозависимость показателей.* Одним из важнейших требований к вычислению многомерных оценок объектов является ортогональность базиса n -мерного пространства показателей. Это условие выполняется в отсутствие функциональной зависимости показателей. Она обнаруживается с применением корреляционного анализа в предположении случайного характера их величин. Случайность отвергается при обнаружении смысловой связи между показателями.

Если установлено, что между двумя показателями имеет место полная линейная зависимость (коэффициент парной корреляции $r_{ij} = 1$), то любой из них можно исключить из модели, передав его весовой коэффициент оставшемуся показателю: $w'_i = w_i + w_j$.

Если *прямая* зависимость является частичной ($0 < r_{ij} < 1$), то веса критериев в паре перераспределяются таким образом, что более важному критерию добавляется доля веса, пропорциональная величине зависимости: $w'_i = w_i + r_{ij} \cdot w_j$.

При *полной обратной* зависимости ($r_{ij} = -1$) в случае равенства весов два критерия полностью взаимно компенсируют друг друга, и результирующая функция полезности преобразуется в константу.

Эти свойства базиса показателей оцениваются на основе анализа их взаимозависимости с применением корреляционной матрицы. По итогам анализа коэффициентов парной корреляции избыточные и противоречивые показатели удаляются из базиса.

В общем случае существует частичная стохастическая зависимость между показателями и ЛПР приходится устанавливать компромисс между требованиями

полноты и ортогональности показателей. При наличии функциональной зависимости между двумя показателями она включается в модель ПрО в форме вычисляемого показателя взамен исходных показателей. Например, в [8] очевидная зависимость между показателями «Масса боевой нагрузки» и «Взлетная масса» беспилотного летательного аппарата была реализована через их отношение, подлежащее максимизации.

3.2. *Границы шкалы показателя.* На границы шкалы показателя обращают внимание в том случае, когда в результатах оценивания с применением мультипликативной ОФ встречается нулевая оценка объекта. Это указывает на применение выборочной шкалы показателя. Учёт «минимальных достижений» объектов [7] требует расширения границ шкалы. Рейтинги объектов, полученные с применением аддитивной ОФ для выборочной и теоретической шкал, могут существенно различаться. Поэтому границы шкалы являются одним из управляющих параметров при моделировании рейтинга объектов.

3.3. *Целевое значение показателя.* Это значение определяется статистическим или экспертным путём. Если существует сомнение в значении этого фактора, он может подвергаться изменению в процессе моделирования.

3.4. *Оценочная функция показателя.* Линейный характер этой функции, присущей целевому критерию, означает равномерность предпочтений на всех участках шкалы показателя. Однако на практике по мере приближения к целевому значению предпочтения ЛПР могут меняться. Это отражается переходом к нелинейной оценочной функции в рамках теории ценности и полезности. Простейшим способом перехода к нелинейной оценочной функции в системе СВирЬ является выбор и параметризация типовой функции полезности [9]. Применение линейных и нелинейных оценочных функций в единой модели означает совмещение методов многокритериальной и многомерной оптимизации по полезности в рамках системы СВирЬ. Учёт нелинейности оценочных функций может существенно повысить достоверность оценок объектов.

3.5. *Важность показателя.* Этот параметр модели задаётся экспертным способом. Его объективизации способствует применение групповой экспертизы. Важность показателей существенно влияет на оценки объектов. Её изменение применяется, в том числе, для экспериментального оценивания устойчивости рейтинга объектов.

3.6. *Вид обобщающей функции.* Выбор ОФ осуществляется в зависимости от поставленной задачи оценивания объектов. Если ЛПР интересуют средневзвешенные оценки объектов, в качестве обобщающей выбирается аддитивная либо степенная мультипликативная обобщающая функция. Последняя из них отдаёт предпочтение объектам с *равномерными оценками* по всем критериям. Если ЛПР интересуется мера разброса значений показателей, выбирается максиминная ОФ.

Изменение параметров модели многомерного оценивания осуществляется на этапе её построения и по результатам сопоставления результатов оценивания с целостными экспертными оценками объектов.

4. Задачи имитационного моделирования, решаемые в системе СВирЬ

Выбор параметра, управляющего имитационным моделированием предпочтений ЛПР, определяется поставленной задачей многомерного оценивания. Изначальная задача заключается в создании самой модели. Критерием достоверности получаемых на ней результатов является их соответствие целостным оценкам ЛПР. В процесс создания модели вовлекаются все перечисленные факторы в изложенной выше последовательности. Имитационное моделирование с применением этих факторов относится к стадии отладки модели.

В процессе отладки модели наибольшее внимание уделяется тем факторам, в которых ЛПР наименее уверено. Таковой фактор и используется в качестве управляющего параметра. Приведём примеры.

4.1. *Нелинейность типовых функций.* Этот фактор применяется при подгонке типовых функций полезности (ФП) под предпочтения ЛПР. Её необходимость объясняется наличием усреднённых параметров нелинейности ФП, хранящихся в библиотеке системы СВІРЬ. Параметры нелинейности типовых функций уточняются в процессе установления ожидаемого порядка многомерных оценок объектов, что можно трактовать как обучение модели. В работе [9] сформулированы и обоснованы условия обмена объектами мест в рейтинге объектов за счёт изменения параметров нелинейности функции. Предложена процедура обмена объектами местами с целью удовлетворения требований ЛПР.

4.2. *Структура показателей.* В практике оценивания объектов принято включать стоимость в состав показателей, характеризующих их свойства. В [10] на примере ранжирования квартир, а в [8] на примере ранжирования беспилотных летательных аппаратов экспериментально обоснована необходимость выделения стоимости в самостоятельный показатель. В основу экспериментов было положено предположение о том, что на стоимость объекта влияют факторы, не имеющие напрямую отношение к показателям качества, такие как мода, рыночные условия и пр. Проведённые эксперименты на разных структурах показателей подтвердили это предположение.

4.3. *Устойчивость оценивания объектов.* Она в большой степени определяется мерой зависимости рейтинга объектов от весовых коэффициентов ОФ. Н. В. Ховановым [11] было предложено оценивать устойчивость рейтинга путем изменения весов критериев с применением *метода сводных показателей*. Его суть заключается в последовательном изменении весов критериев в заданных пределах на определенную величину с сохранением их соотношения и вычисления нового рейтинга объектов. Окончательный рейтинг объектов получается усреднением рейтингов, полученных в процессе итеративного изменения весовых коэффициентов критериев, а усреднённый вектор весовых коэффициентов обобщённо описывает веса критериев, подходящие под описание их количественной важности, данное экспертами.

4.4. *Выбор ОФ.* Выбор обобщающей функции зависит от цели обобщения частных оценок объекта. Ими являются усреднение или разброс частных оценок. Аддитивная обобщающая функция выполняет арифметическое усреднение частных оценок, отражая простое накопление частных оценок независимо от их соотношения. Степенная мультипликативная обобщающая функция выполняет геометрическое усреднение частных оценок, отдавая предпочтение объектам с равномерными оценками по всем критериям. Сопоставление оценок, полученных с применением этих ОФ, позволяет делать вывод о равномерности значений единичных показателей объекта. Разброс значений показателей оценивается с применением максиминной функции (критерия). Её стохастическим аналогом является дисперсия.

Заключение

Целостная оценка любого объекта формируется на основе требований, предъявляемых к его свойствам. Человек формирует целостную оценку на основе неявных предпочтений по отношению к оцениваемым свойствам объекта. Формальная модель многомерного оценивания объекта должна содержать эти предпочтения в явном виде. В работе они сформулированы в виде факторов, влияющих на общую (целостную) оценку объекта. Она зависит как от частной оценки каждого свойства, так и от способа обобщения частных оценок, что свидетельствует о неоднозначности формальной целостной оценки объекта.

Проблему согласования формальной оценки объекта и его оценки ЛПР предлагается решать на основе имитационного моделирования предпочтений ЛПР. К научной новизне работы следует отнести формирование набора параметров, управляющих процессом имитационного моделирования. Практическая значимость работы следует из применения инструментальной системы выбора и ранжирования СВирЬ в качестве среды имитационного моделирования предпочтений ЛПР. Приведены конкретные задачи, решённые на этой системе.

Литература

1. **Микони С.В., Соколов Б.В. Юсупов Р.М.** Методология оценивания качества моделей и эффективности комплексного моделирования сложных объектов // IX всероссийская научно-практическая конференция «Имитационное моделирование. Теория и практика» (ИММОД-2019). Екатеринбург 16-18.10. Труды конференции. Екатеринбург: Урал. гос. пед. ун-т, 2019. С. 9-19.
2. **Микони С.В.** Теория принятия управленческих решений. СПб.: Лань, 2015. 448 с.
3. **Семёнов С.С.** Оценка качества и технического уровня сложных систем. Практика применения экспертных оценок. М.: ЛЕНАНД, 2015. 352 с.
4. **Нейман Д., Моргенштерн О.** Теория игр и экономическое поведение. М.: Наука, 1970. 708 с.
5. **Кини Р.Л., Райфа Х.** Принятие решений при многих критериях: предпочтения и замещения. М.: Радио и связь, 1981. 559 с.
6. ИС СВирЬ. URL: <http://www.mcd-svir.ru>. Проверено 29.08.2021.
7. **Микони С.В.** Теория и практика рационального выбора. М.: Маршрут, 2004, 463 с.
8. **Микони С.В., Семенов С.С.** Оценивание рейтинга разведывательно-ударных и ударных беспилотных летательных аппаратов // «Полет». Общероссийский научно-технический журнал. 2021. № 6. С. 28-40.
9. **Микони С.В., Бураков Д.П.** Отладка типовых одномерных функций полезности в модели многомерной полезности // Известия Петербургского университета путей сообщения. СПб.: ПГУПС, 2019. Т. 16. Вып. 2. С. 131-144.
10. **Mikoni S.V.** Application of the Universal Decision Support System SVIR to Solving Urban Problems // Springer International Publishing AG 2016. A.V. Chugunov et al. (Eds.): DTGS 2016, CCIS 674, P. 1-14.
11. **Хованов Н.В.** Анализ и синтез показателей при информационном дефиците. СПб.: Изд-во СПбГУ, 1996. 195 с.