ИМИТАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ РАСПРОСТРАНЕНИЯ COVID-19

В.Ф. Мартынюк (Москва)

Введение

Новая коронавирусная инфекция (COVID-19) представляет серьезную опасность для всего человечества и часто ставит в тупик при принятии управленческих решений. Это связано с тем, что последствия таких решений не всегда предсказуемы. Имитационное моделирование позволяет проследить закономерности распространения инфекции хотя бы в общих чертах и сделать соответствующие выводы.

Распространение инфекции описывается как динамическое изменение системы, в которой присутствуют нелинейные зависимости и задержки. А поведение таких систем выглядит неожиданным, контринтуитивным.

При этом для описания пандемии предложены многочисленные модели, некоторые из которых проанализированы в работах Цзяньси Луо [1], В.В Захарова и Е.Ю. Балыкиной [2]. Однако в работе [1] и в ее названии подчеркивается, что множество неизвестных факторов затрудняет прогнозирование. Это является обычным делом для динамически сложных систем.

В настоящей работе представлена имитационная модель, описывающая развитие пандемии с учетом влияния нелинейных эффектов и задержек. При этом в качестве основного подхода в модели использовались представления, принятые при рассмотрении цепных реакций.

Модель распространения инфекции

При моделировании динамического поведения сложной системы важно выделить параметры, которые будут наиболее полно отражать изменение системы. В случае COVID-19 в прессе обычно приводят значения числа заразившихся за последние сутки, а также числе выздоровевших. Кроме того, рассматривается и общем числе заразившихся и выздоровевших. Однако динамическое состояние системы определяют не эти параметры. В системной динамике самое главное – это выделить запас, то, что имеется в определенном количестве, накоплено за какой-то период времени, в чем отражается хронология изменения потоков в системе. Запас в свою очередь определяется потоками, при этом входные потоки увеличивают запас системы, а выходные – уменьшают. Так вот, в случае COVID-19 число заразившихся и выздоровевших являются потоками, и их значение не определяет в полной мере состояние системы. Запасом же системы является количество зараженных на данный момент. Поток заразившихся пополняет этот запас, а поток выздоровевших и умерших от болезни уменьшает его. Именно этот запас – количество зараженных – определяет состояние системы, и именно динамика изменения этого запаса важна для понимания состояния системы и принятия управленческих решений.

Рассмотрим модель распространения инфекции, основанную на подходах, принятых при описании цепных реакций. Подобный подход использовался, например, в работе В.М. Гольдберга в предположении, что в каждом случае в эпидемии будет заражено ограниченное число людей [3]. В данной работе рассмотрена динамика распространения эпидемии на этапе, когда число потенциальных жертв не ограничено, а все меры по ее ограничению присутствуют в модели в виде изменения коэффициента передачи инфекции.

Важно понимать, что основным показателем распространения инфекции является текущее количество инфицированных x (запас системы). Это некий аналог активных центров в цепных реакциях. Тогда изменение запаса определяется разницей входных и выходных потоков. Сумма двух потоков, связанных с прибытием зараженных извне и передачей вируса от больных к здоровым, определяют входной поток. А сумма потоков выздоровевших и умерших – полный выходной поток.

Одна из составляющих входного потока – количество прибывших зараженных извне n_0 не зависит от количества зараженных, в то время как количество зараженных за счет передачи вируса в единицу времени пропорционально имеющемуся количеству зараженных x, и это самый главный поток в системе. Тогда входной поток определяется как $n_0 + fx$, где f – коэффициент передачи инфекции или относительная доля заразившихся за единицу времени – количество зараженных одним носителем в единицу времени. В качестве единицы времени в дальнейшем рассматриваются сутки. Коэффициент f характеризует вероятность передачи инфекции. Это обычная вещь для цепной реакции, где этот показатель называется коэффициентом разветвления цепей.

Ситуация с выходным потоком несколько отличается от обычного обрыва цепей в цепных реакциях. Он равен числу вылечившихся и умерших за единицу времени. При этом количество умерших имеет порядок нескольких процентов от числа выздоровевших, и с хорошим приближением эта сумма равна количеству людей, заразившихся ранее. Предположим, что человек заразен с момента инфицирования до момента выздоровления. Обозначим этот отрезок времени $t_{inf.}$ Предположим также, что все заразившиеся болеют (т.е. способны заражать других) одно и то же время t_{inf}. Тогда выходящий поток в момент t равен входящему потоку в момент t-t_{inf}. Действительно, заразившиеся в момент t-t_{inf} люди никуда не делись и к моменту t либо вылечились, либо умерли. Тогда выходной поток в момент времени t определяется как входной поток в момент времени t-t_{inf}, обозначенный как $f(t\text{-}t_{inf})x(t\text{-}t_{inf})$. Здесь коэффициент передачи инфекции тоже берется в момент времени $(t\text{-}t_{inf})$ и поэтому имеет соответствующее обозначение.

Тогда скорость изменения количества зараженных x в момент времени t определяется уравнением

$$dx/dt = n_0 + fx(t) – f(t\text{-}t_{inf})x(t\text{-}t_{inf}) \qquad (1)$$

Рассмотрим распространение инфекции с самого начала, с появления «нулевого пациента». В начальный период выздоровевших и прибывших извне зараженных еще нет. Тогда в правой части уравнении (1) остается только второй член:

$dx/dt = fx(t)$.

При начальном условии $x(0) = 1$ решение уравнения имеет вид:

$$x(t) = \exp(ft) \qquad (2)$$

Это соответствует распространению инфекции в Китае в течение первого месяца, когда изменение числа зараженных подчиняется экспоненциальной зависимости, и в первом приближении коэффициент передачи инфекции f в зависимости (2) равен 0,3 человека/сутки. Это значение f и будет использоваться в модели для иллюстрации динамики распространения инфекции на начальном этапе, когда никаких мер по ограничению не принимается.

По истечении времени t_{inf} появляется выходной поток. При этом уравнение (1) не имеет аналитического решения даже при отсутствии притока зараженных извне n_0.

Поэтому перепишем уравнение (1) в виде конечных приращений:

$$\Delta x(ti+1)/\Delta t = f(ti)\ x(ti) - f(ti - tinf)\ x\ (ti - tinf). \quad (3)$$

Здесь индекс *i* обозначает, что переменная относится к *i*-м суткам после появления первого пациента, $\Delta x(t_{i=1})$ – прирост за *i+1*-е сутки.

Так как в качестве размерности выбраны сутки ($\Delta t = 1$), то прирост числа зараженных за *i+1*-е сутки составит:

$$\Delta x(ti+1) = f(ti)\ x(ti) - f(ti - tinf)\ x\ (ti - tinf). \quad (4)$$

Тогда число зараженных через сутки определяется уравнением:

$$x(t_{i+1}) = x(t_i) + f(t_i)\ x(t_i) - f(t_i - t_{inf})\ x\ (t_i - t_{inf}) \quad (5)$$

В уравнении (5) учитывается, что коэффициент передачи инфекции может меняться во времени, поэтому могут использоваться разные значения для $f(t_i)$ и $f(t_i - t_{inf})$.

Для определения периода времени, в течение которого инфицированный человек является распространителем инфекции t_{inf}, проведен анализ изменения во времени числа заразившихся, числа выздоровевших и умерших. Оказалось, что это число равно числу заразившихся две-три недели назад на начальном этапе эпидемии и приблизительно одному месяцу на ее катастрофическом этапе через год после начала. В дальнейшем при расчетах по данной модели используется время t_{inf}, равное 30 дням и 14 дням (вариант 1 и 2 соответственно).

Результаты имитационного моделирования

В сделанных предположениях исследована динамика распространения инфекции с момента появления «нулевого пациента». Исследуемым параметром явилось число зараженных *x* как запас системы, определяющий ее динамику. Имитация проводилась для двух значений периода t_{inf}, при этом управленческие решения моделировались изменением коэффициента передачи инфекции.

Развитие эпидемии в первый месяц в соответствии с выражением (2) – соответствует экспоненциальному закону. Если за первые 10 дней заболевает всего лишь 20 человек, то к концу месяца их число приближается к 10 тысячам.

Через месяц в соответствии с предположениями модели начинают выздоравливать первые заразившиеся (сначала это один человек) и у запаса появляется выходящий поток. Поэтому дальше расчет ведется по уравнению (5). Но при коэффициенте передачи инфекции равном 0,3 выходной поток почти не оказывает влияние на динамику процесса распространения болезни. Это видно, если посмотреть на представленные на рис. 1. результаты расчетов. Здесь время измеряется в сутках, прошедшее с момента появления «нулевого пациента», а по оси ординат представлено количество зараженных. Видно, что качественного изменения в динамике распространения инфекции не наблюдается, хотя для более короткого времени выздоровления абсолютные значения числа инфицированных значительно меньше, чем для более длинного. Еще через двадцать дней распространение инфекции принимает катастрофический характер, когда число заразившихся достигает уже 1538704 человек для t_{inf} = 30 дней (вариант 1) и 754751 человек для t_{inf} = 14 дней (вариант 2) соответственно.

Далее рассмотрим динамический отклик системы на принимаемые управленческие решения. В модели предполагается, что в борьбе с пандемией на 50-й день распространения вводится локдаун, что выражается в уменьшении значения $f(t_i)$ с 0,3 до 0,01. Однако значение $f(t_i - t_{inf})$ при этом еще в течение 30 дней остается равным 0,3.

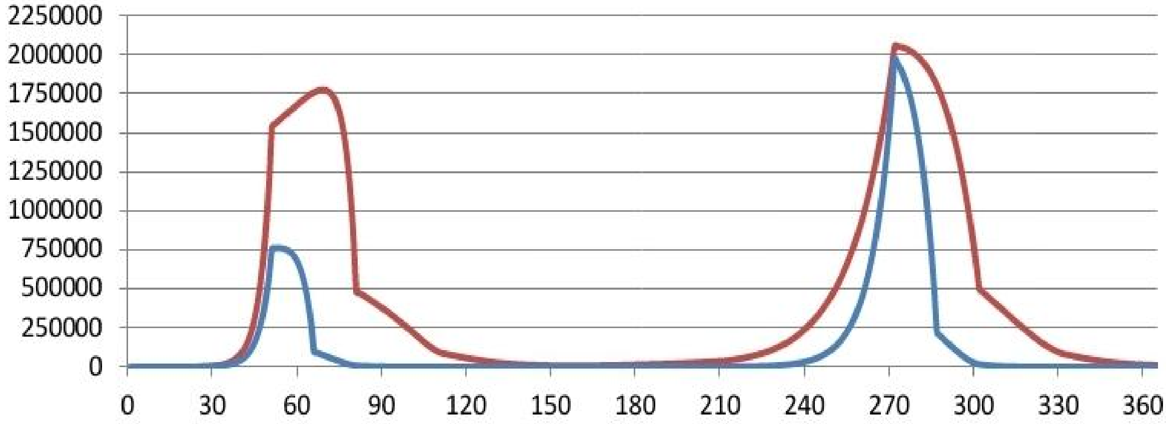

Рис. 1. Изменение со временем количества зараженных коронавирусной инфекцией при t_{inf} = 30 дням (вариант 1) и t_{inf} = 14 дням (вариант 2)

Даже при таких жестких ограничениях виден продолжающийся рост числа зараженных, которое достигает 1774 тысяч через 18 дней в варианте 1, и только потом начинается спад. В варианте 2 принятые меры сказываются быстрее, что видно из результатов, представленных на рис. 1.

Однако по состоянию системы многие судят не по запасу системы (количество зараженных), а по входящему потоку (количеству зараженных за последние сутки). Изменение этого параметра вместе с изменением запаса для варианта 1 представлено на рис. 2. Видно, что поток гораздо быстрее, чем запас реагирует на изменение коэффициента передачи инфекции.

Рис. 2. Изменение со временем количества зараженных и количества заразившихся за последние сутки для варианта 1.

И на 150-е сутки после появления «нулевого пациента» кажется, что инфекцию «удалось победить» Число зараженных за 151-е сутки составляет всего 81 человек, в то время как общее число зараженных превышает 8 тысяч (рис. 1). В режим локдауна вносятся некоторые послабления, что в модели выражается в увеличении коэффициента передачи инфекции до 0,05 в варианте 1 и 0,1 в варианте 2. Кажется, что ситуация при этом ухудшается не очень сильно, и еще через два месяца мы имеем почти 40 тысяч зараженных в варианте 1 и всего лишь 16 зараженных в варианте 2. Происходит дальнейшее снятие ограничений (коэффициент передачи инфекции увеличивается до 0,08 и 0,16 для вариантов 1 и 2 соответственно. И при этих, еще довольно жестких условиях, начинается ускоренное распространение инфекции, которое через два месяца принимает катастрофический характер. Число зараженных в обоих вариантах достигает 2 миллионов, и для ограничения инфекции необходимы опять жесткие меры. В модели это выражается в уменьшении коэффициента передачи инфекции до 0.01, что опять приводит к ее обузданию через некоторое время.

Понятно, что ограничить распространение инфекции можно только при условии, что больной за время болезни заразит менее одного человека. В представленной модели это означает, что в конце болезни показатель степени в экспоненте не должен превышать $ln2$, что при времени болезни 30 суток соответствует критическому значению $f_{кр} = 0{,}023$. При условии $f > f_{кр}$ победить инфекцию вообще невозможно. Как только коэффициент распространения превышает $f_{кр}$ при любых начальных условиях начинается следующая волна инфекции. Например, отмена масочного режима приводит к увеличению f приблизительно в полтора раза. Также в разы увеличивают коэффициент передачи инфекции новые штаммы. Модель показывает, к каким катастрофическим последствиям это приводит.

Добиться $f < f_{кр}$ означает, что коэффициент передачи инфекции необходимо уменьшить более чем в 13 раз по сравнению с первоначальным значением. Если такого коэффициента передачи инфекции удается добиться без применения ограничительных мер, то это означает достижение коллективного иммунитета. Видно, что добиться этого при существующей эффективности вакцин и ограниченности по времени иммунитета переболевших можно только путем всеобщей вакцинации.

Если же за время выздоровления уменьшить до двух недель, то критическое значение коэффициента передачи инфекции увеличится до 0,049.

По состоянию на 6 октября 2021 года за время наблюдений в России диагноз COVID-19 был подтвержден у 7662560 человек, из них полностью выздоровели 5778900 человек. При этом количество летальных исходов достигло 212625 человек. Соответственно, количество зараженных на этот момент составляет 1671035 человек. При этом за сутки выявлено 25133 новых случаев заражения инфекцией, что соответствует значению коэффициента передачи инфекции, равном 0,015. Эта величина находится вблизи критических значений. Для перехода к нормальной жизни ее необходимо уменьшать.

В действительности, не все зараженные одинаково влияют на динамику развития ситуации. Часть из них находится в тяжелом положении в больнице в относительной изоляции, часть на самоизоляции, часть не знает о своем состоянии. Для каждой из этих категорий коэффициенты уравнения будут разные.

Коэффициент f также не является константой и меняется в зависимости от ограничительных мер и по мере нарастания популяционного иммунитета. Поэтому систему уравнений, описывающих динамическое развитие системы, должна включать переменные n_0, и f для каждой категории зараженных. Варьируя эти коэффициенты в по времени в соответствии с эмпирическими данными и предполагаемыми управленческими решениями можно численным методом моделировать различные пути развития эпидемии.

Именно запас, число инфицированных, определяет динамическое состояние системы, определяет нагрузку на медучреждения, которая пропорциональна величине запаса. В свою очередь эта нагрузка является критическим параметром, определяющим возможность оказать необходимую помощь. И если в массовом сознании наибольшее внимание привлекают не запасы, а потоки – количество заразившихся, выздоровевших, умерших, то при принятии решений власти ориентируются в первую очередь на нагрузку медицинских учреждений, которая определяется количеством тяжело больных. В свою очередь, количество тяжелобольных отражает состояние системы, т. к. они являются частью запаса, доля которого довольно устойчива.

Выводы

Имитационная модель распространения короновирусной инфекции как цепной реакции с числом зараженных в качестве определяющего параметра (запаса системы) позволяет оценить характер и масштаб динамического поведения системы.

Принятое предположение, что количество заболевших за день (входной поток) в любой момент времени равен количеству выздоровевших за день (выходной поток) через отрезок времени, равный времени болезни, определяет значительное отставание отклика системы на управленческие решения, связанные с изменением коэффициента передачи инфекции.

Критическое значение коэффициента передачи инфекции, определяющее достижение популяционного иммунитета, больше чем на порядок меньше значения на начальном этапе развития COVND-19 в Китае.

Учитываю мутацию вируса, это свидетельствует о необходимости всеобщей вакцинации как обязательного условия преодоления кризиса.

Литература

1. **Jianxi Luo.** Forecasting COVID-19 pandemic: Unknown Unknows and predictive monitoring. Technological Forecasting and Social Change. V. 166. May 2021? 120602, https//doi.jrg/10.1016/j.techfore.2021.120602.
2. **Захаров В.В., Балыкина Ю. Е.** (2021). Балансовая модель эпидемии COVID-19 на основе процентного прироста. Информатика и автоматизация, 20(5), 1034-1064. https://doi.org/10.15622/20.5.2.
3. **Гольдберг В.М.** Динамика распространения коронавируса в аспекте кинетики химических реакций. Известия Академии наук. Серия химическая, 2020, № 10, сс.2022-2028.
4. https://blogs.uainfo.org/uploads/media/topic/2020/01/30/10/ec6626c3a2fa55020aac.jpg.
5. https://infotables.ru/meditsina/1197-tablitsa-koronavirusa.