

ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ТОРМОЖЕНИЯ КОЛЁС ВОЗДУШНОГО СУДНА ДЛЯ ЗАДАЧ КОНТАКТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

А.В. Куковинец, А.Ю. Чекин, К.В. Ковальджи (Москва)

В настоящее время задача имитационного моделирования механических систем широко распространена. Модели, учитывающие контактное взаимодействие, необходимы для нужд авиационной, железнодорожной, автомобильной промышленности, в частности, для тренажёроостроения, при разработке подвижных роботизированных платформ, автономного транспорта.

Модели на различных уровнях (архитектурном, поведенческом, функциональном и физическом) позволяют исследовать процессы с необходимой степенью точности, однако основной проблемой при крупномасштабном интегрированном имитационном моделировании является баланс между точностью и скоростью расчёта. Задачи контактного взаимодействия приводят к необходимости решения существенно нелинейных, жёстких систем дифференциальных уравнений. Однако если физический уровень исходно не предполагает имитационного моделирования в реальном времени, то даже поведенческие и функциональные модели, включающие в себя расчёт контактного взаимодействия физических тел, содержат большое количество арифметических и логических операций, значительно нагружающих процессор вычислителя. Таким образом, качественное моделирование описанных процессов в реальном времени требует применения аппаратных ресурсов повышенной мощности и ведёт к увеличению стоимости проектирования механических систем.

Законы, используемые при моделировании подобных задач, например, явлений в системе электроснабжения воздушных судов, решаются с помощью методов численного интегрирования, которые давно существуют и широко используются в коммерческих программных продуктах. Одним из ключевых факторов получения точных результатов моделирования является выбор подходящего численного метода. Как правило, коммерческое программное обеспечение (ПО) содержит рекомендации по использованию численного метода и набора соответствующих параметров конфигурации, например, настройки решателя, в зависимости от типа задачи. Наиболее распространённые определения подходов к имитационному моделированию обобщены в отчёте Общества автомобильных инженеров (SAE International) AIR6326 [1].

При каузальном подходе предполагается, что каждое уравнение математической модели может быть представлено в виде блока, а вся система, соответственно, в виде блок-схемы с чёткими причинными связями между подмоделями, выраженными в явной форме:

$$\begin{cases} \frac{d\bar{x}}{dt} = f(\bar{x}, \bar{u}) \\ \bar{y} = g(\bar{x}, \bar{u}) \end{cases} \quad (1)$$

где \bar{x} – вектор переменных состояния системы, \bar{u} – вектор её входных сигналов, \bar{y} – вектор выходных сигналов. То есть каузальный подход заключается в явном выражении выхода моделируемой системы в виде переменных, зависящих от её входа и состояний. Вычисления выполняются внутри отдельных блоков, а значения с выхода одного блока передаются на входы других. Таким образом, взаимосвязь между блоками показывает, скорее, процедуру расчёта, а не физический смысл модели, причём во многих случаях естественная декомпозиция сложной системы не приводит к представлению её в форме (1). Такое представление требует приложения значительных усилий в плане анализа и аналитических преобразований и при этом часто не отражает

топологию физической системы. Принципиальное ограничение каузального подхода связано с однонаправленностью потока значений от входов к выходам. Попытки произвести декомпозицию с оставлением физического смысла часто приводят к появлению «алгебраических петель», для устранения которых необходимо много усилий. Пример коммерческого программного продукта, в котором используется каузальный подход к моделированию – Matlab Simulink.

Построение модели с акаузальным (физическим) подходом осуществляется с использованием физических соотношений в их естественной форме, выраженной дифференциально-алгебраическими уравнениями вида

$$f\left(\frac{d\bar{x}}{dt}, \bar{x}, \bar{y}, \bar{u}\right) = 0. \quad (2)$$

Такой подход требует решения неявных уравнений, и часто необходимо применение сложных численных методов. В отличие от каузального подхода, такое моделирование ориентировано на описание физической сущности системы, а не на последовательности расчёта. Иными словами, при акаузальном подходе отдельные компоненты модели описывают уравнения (взаимосвязь переменных), а не алгоритм их решения. Значения между блоками могут передаваться в любых направлениях. В терминах энергии это означает, что энергия может перетекать из точки с большим её содержанием в точку с меньшим. Как правило, акаузальный подход основывается на принципе сохранения энергии. Примерами коммерческих программных продуктов, в которых используется этот подход, являются Matlab Simscape, Modelica, MapleSim, Simcenter Amesim.

Выбор решателя играет важную роль, потому что явный и неявный решатели приводят к различной сходимости результата. Однако если Matlab Simulink содержит множество решателей с настройками метода, шага и значений относительной и абсолютной погрешностей, то в Simcenter Amesim настройки решателя в ряде случаев ограничены. В качестве иллюстрации важности выбора решателя на рис. 1 показан переходной процесс скорости тела, брошенного без начального ускорения, математическая модель движения которого представлена уравнением

$$\dot{s} = \frac{k}{m} s - g. \quad (3)$$

Из рис. 1 видно, что решение явным методом сходится к аналитическому решению сверху, а решение неявным методом – снизу. Различия подобного рода должны учитываться при расчёте моделей для однозначного толкования получаемых переходных процессов.

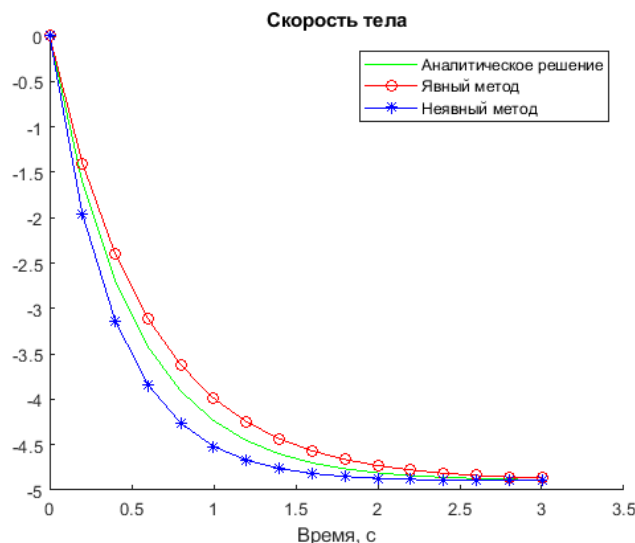


Рис. 1. Влияние выбора метода численного интегрирования на результат

Коммерческое ПО содержит стандартные блоки, с помощью которых, используя модельно-ориентированное проектирование (model-based design), возможно синтезировать модели электромеханических систем и проводить их исследование, однако эти блоки не предназначены для работы в реальном времени; таким образом, они подходят лишь для определённого класса задач.

В ФГУП «ГосНИИАС» проводятся исследования, направленные на создание перспективной системы торможения колёс воздушного судна, реализуемой в соответствии с концепцией «более электрический самолёт» [2, 3]. Процесс разработки и тестирования необходимых элементов конструкции, а также проведение натурных испытаний системы торможения колёс шасси с применением электромеханических приводов тормозного механизма занимают много времени и усилий; кроме этого, возникает необходимость налаживания взаимодействия между несколькими организациями. К примеру, производством авиационных колёс занимаются ПАО «АК «Рубин» и АО «Каменск-Уральский литейный завод», авиационные шины производятся и подвергаются натурным испытаниям в ООО «ЯШЗ Авиа», а эксперименты с авиационными системами торможения проводятся в ПАО «АК «Рубин». В целях ускорения и удешевления проектирования и отладки перспективных технических решений системы торможения авторы предлагают использовать возможности имитационного моделирования и разрабатывают модель стенда для отработки алгоритмов торможения и ключевых элементов конструкции соответствующей системы. Задачи контактного взаимодействия в разрабатываемой модели решаются с помощью стандартных блоков ПО Matlab Simscape. Ранее авторами проводились виртуальные эксперименты с использованием соответствующих библиотек [4], поэтому для решения описанной задачи был выбран аналогичный подход. Функционирование полной модели описано в [2], 3D-модель её механической части представлена на рис. 2. Инерционный стан имитирует инерцию воздушного судна после раскручивания до угловой скорости, соответствующей посадочной линейной скорости. Интересующий промежуток времени моделирования – контакт между поверхностью стана и колесом, причём прижатие последнего к первому демонстрирует радиальную нагрузку на шасси при посадке и во время послепосадочного пробега воздушного судна. Контактное взаимодействие для подобного класса задач имеет решающее значение, поэтому нуждается в качественном моделировании.

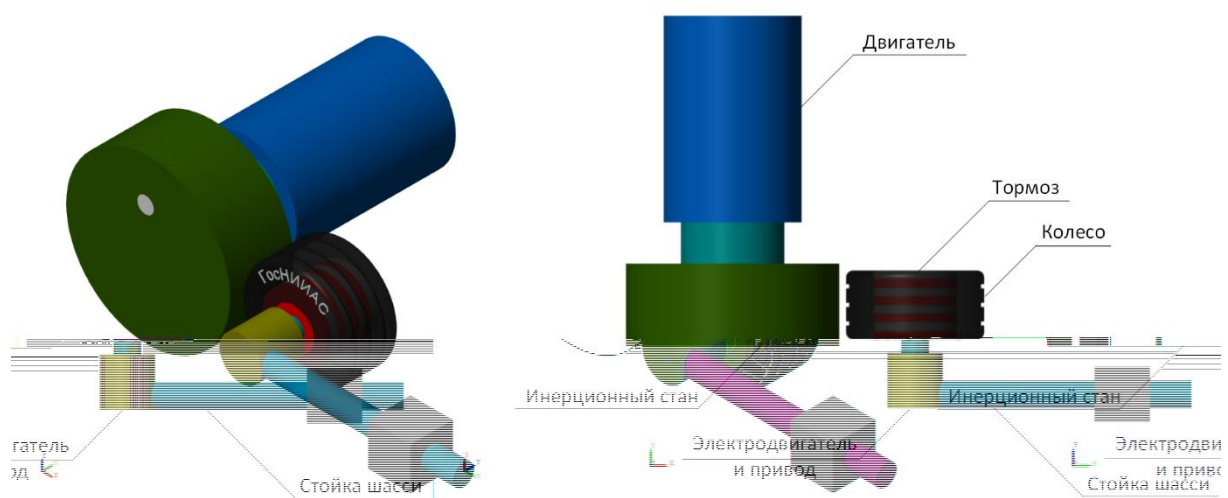


Рис. 2. Изометрическая проекция 3D-модели и вид сверху

Упругость авиационной шины учитывается с помощью выражений, описывающих идеальную линейную пружину и линейный вязкий демпфер:

$$\begin{aligned} F_s &= k_s \Delta x \\ F_d &= k_d \Delta \dot{x} \end{aligned} \quad (4)$$

где k_s и k_d – соответственно коэффициенты жёсткости и демпфирования шины в точке контакта, Δx – величина деформации колеса. Значение силы нормальной реакции N в точке контакта зависит от величины деформации Δx [5], которая моделируется проникновением в поверхность стана (см. иллюстрацию явления на рис. 3):

$$N = \begin{cases} k_s (\Delta x)^\varepsilon + k_d \Delta \dot{x} P(\Delta x) & \text{при } \Delta x > 0, \Delta \dot{x} > 0 \\ k_s (\Delta x)^\varepsilon & \text{при } \Delta x > 0, \Delta \dot{x} < 0, \\ 0 & \text{при } \Delta x \leq 0 \end{cases} \quad (5)$$

где ε – показатель деформации, $P(\Delta x)$ – полином, значение которого изменяется от нуля до единицы при увеличении деформации от нуля до порогового значения. Более низкий уровень моделирования должен включать в себя контактную теорию Герца, которая учитывает обоюдную деформацию как колеса, так и стана.

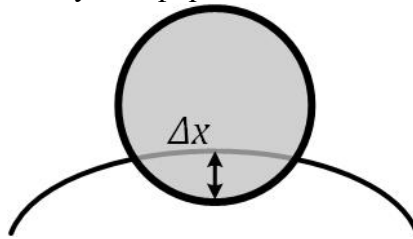


Рис. 3. Проникновение колеса в поверхность стана

Сила трения зависит от силы нормальной реакции N и функции относительной скорости в точке контакта $v_{\text{тк}}$ (коэффициента трения μ). Нелинейная функция $\mu(v_{\text{тк}})$ имеет вид, представленный на рис. 4, и описывается следующей системой уравнений [5]:

$$\mu = \begin{cases} v_{\text{тк}} \frac{\mu_s}{v_{\text{кр}}} & \text{при } v_{\text{тк}} < v_{\text{кр}} \\ \mu_s - v_{\text{тк}} \frac{\mu_s - \mu_k}{0.5v_{\text{кр}}} & \text{при } v_{\text{кр}} \leq v_{\text{тк}} \leq 1.5v_{\text{кр}}, \\ \mu_k & \text{при } v_{\text{тк}} > v_{\text{кр}} \end{cases} \quad (6)$$

где $v_{\text{кр}}$ – критическое значение скорости, μ_s и μ_k – соответственно коэффициенты статического и кинетического трения.

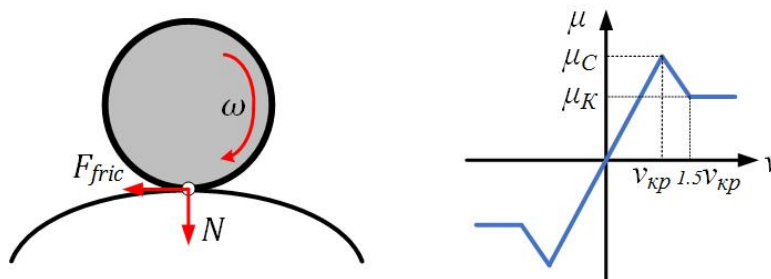


Рис. 4. Сила и коэффициент трения

С помощью стандартных блоков Simcenter Amesim есть возможность проводить исследования с моделями трения из набора, включающего кулоновское трение с гиперболическим тангенсом, модель Даля, комбинацию кулоновского трения, трения покоя и эффекта Штрибека, а также модели Карнопа и ЛуГре, причём эффект Штрибека учитывают последние три модели. Упругость шины может быть описана выражениями (4), но величина силы нормальной реакции задаётся в следующем виде:

$$N = \begin{cases} \max(0, k_s \Delta x + k_d \Delta \dot{x}) & \text{при } \Delta x > 0 \\ 0 & \text{при } \Delta x \leq 0 \end{cases} \quad (7)$$

Сила трения зависит от силы нормальной реакции N , относительной скорости в точке контакта v_{TK} , коэффициентов трения μ_{C} и μ_{K} , а также от значения функции взаимного расположения в точке контакта y_{TK} . Переход от статического к кинетическому трению описывается с помощью нелинейной функции $v_{\text{TK}}(y_{\text{TK}}, \dot{y}_{\text{TK}})$ (8), которая отлична от нуля только в том случае, когда значение взаимного расположения в точке контакта y_{TK} превышает критическое значение $y_{\text{кр}}$. Сила трения показана на рисунке 5 [6] и задаётся выражением (9).

$$v_{\text{TK}} = \begin{cases} 0 & \text{при } \dot{y}_{\text{TK}} < 0, y_{\text{TK}} \geq -y_{\text{кр}} \\ 0 & \text{при } \dot{y}_{\text{TK}} > 0, y_{\text{TK}} \leq y_{\text{кр}} \\ \dot{y}_{\text{TK}} & \text{при } |y_{\text{TK}}| > y_{\text{кр}} \end{cases} \quad (8)$$

$$F_f = \begin{cases} \frac{\Phi}{y_{\text{кр}}} y_{\text{TK}} + r_t v_{\text{TK}} & \text{при } |y_{\text{TK}}| < y_{\text{кр}} \\ \Phi \operatorname{sign}(v_{\text{TK}}) & \text{при } |y_{\text{TK}}| \geq y_{\text{кр}} \end{cases}, \quad (9)$$

где r_t – эквивалентная вязкость трения покоя, а функция Φ определяет эффект Штрибека с постоянной α [Ошибка! Источник ссылки не найден.]:

$$\Phi = N \left(\mu_{\text{K}} + (\mu_{\text{C}} - \mu_{\text{K}}) e^{-3 \frac{|v_{\text{TK}}|}{\alpha}} \right) \quad (10)$$

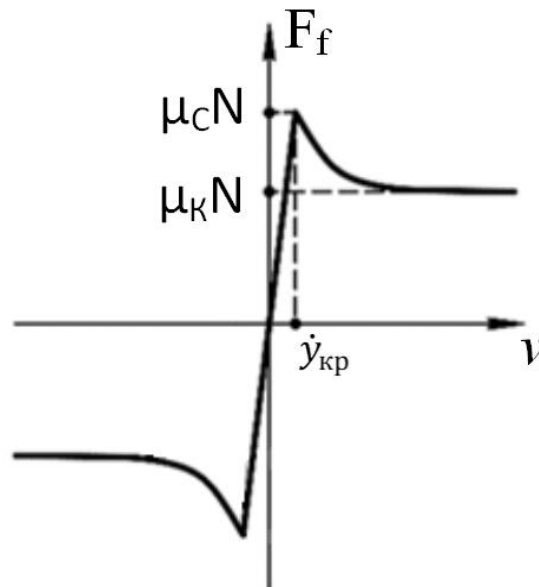


Рис. 5. Сила трения с учётом эффекта Штрибека

Представленные соотношения позволяют заключить, что математические модели трения в Matlab Simscape и Simcenter Amesim отличаются. Тем не менее, в рассмотренных программных средах функции, от которых зависит величина силы трения, носят релейный характер. Обращаясь к графикам на рис. 4 и рис. 5, можно заметить, что при большом шаге интегрирования короткий участок в интервале $(1 \pm 0.5)v_{\text{кр}}$ или его часть может не попадать в расчёт. Качественный учёт всех участков функции возможен при установке маленького шага интегрирования, который ведёт к увеличению числа операций и, следовательно, замедлению расчёта. Предлагается использовать непрерывную функцию, которая сглаживает используемую кусочно-линейную функцию в виде, представленном на рис. 6, например, используя описание моделей трения, представленных в [8]. Ожидается, что таким образом удастся повысить скорость расчёта при сохранении точности за счёт выбора более крупного шага на интервале гладкости и возможности применения численных методов, в которых используется значение второй производной.

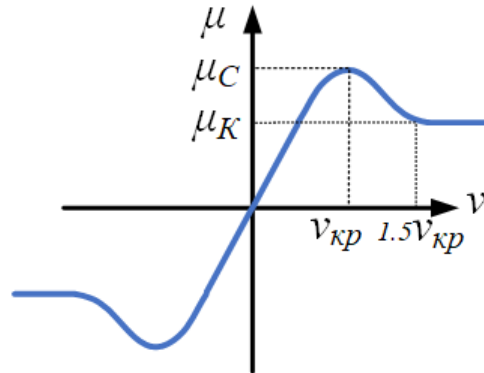
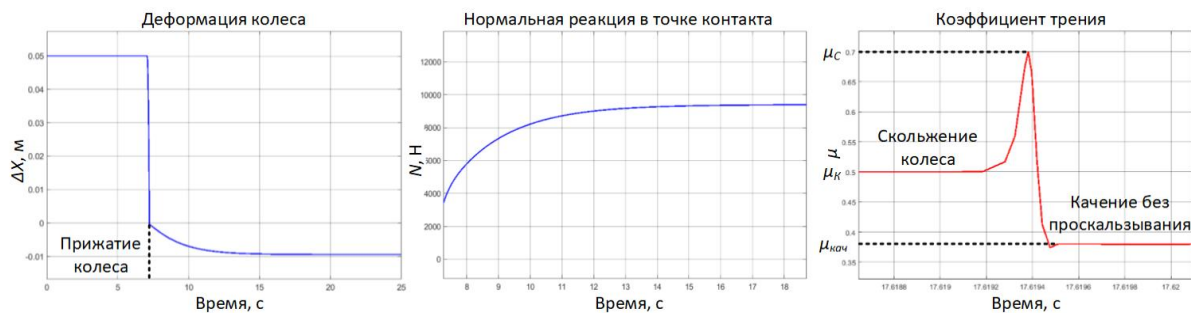


Рис. 6. Гладкая непрерывная функция в качестве коэффициента трения

Результаты имитационного моделирования работы стэнда с электрической системой торможения колеса, 3D-модель которого в среде Matlab Simulink представлена на рис. 2, в части контактного взаимодействия колеса с поверхностью стана показаны на рис. 7. Из этого рисунка видно, что промежуток времени, за который происходит зацепление колеса, составляет $3 \cdot 10^{-4}$ с. Переходные процессы получены при следующих настройках решателя: метод *ode23t* с переменным шагом, максимальный шаг $\Delta t = 5 \cdot 10^{-3}$, относительная погрешность 10^{-3} , абсолютная погрешность 10^{-4} . Общее количество вызовов блоков – 105 024.

Рис. 7. Параметры трения в процессе имитационного моделирования стэнда с шагом $\Delta t = 5 \cdot 10^{-3}$

При изменении шага интегрирования на $\Delta t = 5.5 \cdot 10^{-2}$ общее количество вызовов блоков снижается до значения 22 616, однако динамика коэффициента трения, изображённая на рис. 8, заметно ухудшается: приобретает долгие линейные участки и смещается на 0.1 с по сравнению с предыдущим экспериментом.

Рис. 8. Коэффициент трения для увеличенного шага $5.5 \cdot 10^{-2}$

Практическая значимость проведённой работы заключается в возможности использования синтезированной математической и соответствующей компьютерной моделей первого приближения стенда, предназначенного для отработки системы торможения воздушного судна, для предварительного тестирования элементов конструкции и алгоритмов торможения. Коррекции и дополнения модели, а также её последующая валидация на экспериментальных данных позволят получить цифрового двойника стенда, который ускорит процесс тестирования перспективных технических решений систем торможения с тенденцией к электрификации.

Широкий выбор моделей контактного взаимодействия в коммерческих программных продуктах позволяет исследовать различные алгоритмы расчёта трения для установки подходящего алгоритма в рамках конкретной задачи как по точности расчёта, так и по скорости. Предложенный вариант модификации способа вычисления коэффициента трения призван увеличить скорость расчёта, что позволит приблизить выполнение качественных виртуальных экспериментов к реальному времени.

Литература

1. SAE AIR6326: Aircraft Electrical Power Systems. Modeling and Simulation. Definitions.
2. **Куковинец А.В., Чекин А.Ю., Румянцев П.А.** Моделирование демонстратора электрической системы торможения колёс воздушного судна // Перспективные направления развития бортового оборудования гражданских воздушных судов. Материалы докладов 6-й Международной научно-практической конференции, 2021. С. 40-44.
3. **Румянцев П.А., Куковинец А.В., Лихачев И.В.** Электрическая система торможения основной стойки шасси магистрального воздушного судна // Перспективные направления развития бортового оборудования гражданских воздушных судов. Материалы докладов 6-й Международной научно-практической конференции, 2021. С. 94-100.
4. **Chekin A.Y.** Simulation of four-wheeled robot chassis taking into account contact interaction / A.Y. Chekin, A.V. Kukovinets // Информационные технологии и нанотехнологии (ИТНТ-2020). Сборник трудов по материалам VI Международной конференции и молодежной школы (г. Самара, 26-29 мая): в 4 т. / Самар. нац.-исслед. ун-т им. С. П. Королева (Самар. ун-т), Ин-т систем. обраб. изобр. РАН-фил. ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН; [под ред. В. А. Фурсова]. – Самара: Изд-во Самар. ун-та, 2020. Том 4. Науки о данных. 2020. С. 160-169.
5. MathWorks. Документация Simscape [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.mathworks.com/help/physmod/simscape/mechanical-models.html> (06.10.2021).
6. **Серебряный В.В., Бошляков А.А., Огородник А.И.** Математическая модель исполнительных модулей захватных устройств роботов // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. 2019. № 6. С. 123–135. DOI:10.34031/article_5d079791aeae3.67485144.
7. Simcenter Amesim. Документация [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://docs.plm.automation.siemens.com/content/amesim/2019.2/help/en_US/simcenter_amesim_20192/simcenter_amesim_help.html (06.10.2021).
8. **Широков Б.Н.** Модели взаимодействия колеса с опорной поверхностью в продольной плоскости / Б. Н. Широков, В. Б. Альгин, В. Г. Иванов // Теоретическая и прикладная механика: международный научно-технический сборник / Белорусский национальный технический университет; редкол.: А. В. Чигарев (пред. редкол.). Минск: БНТУ, 2007. Вып. 22. С. 38-47.