

*На правах рукописи*



**Барышева Александра Евгеньевна**

**МОДЕЛЬ, МЕТОДИКА И ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДЛЯ  
ФОРМИРОВАНИЯ ПОРТФЕЛЯ ЦЕННЫХ БУМАГ В УСЛОВИЯХ  
ОГРАНИЧЕННОЙ ВЫБОРКИ**

Специальность 05.13.18 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»

**АВТОРЕФЕРАТ**  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Томск – 2021 г.

Работа выполнена в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Национальный исследовательский Томский политехнический университет» и Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники» (ТУСУР)

Научный руководитель:

**Мицель Артур Александрович**  
доктор технических наук, профессор

Официальные оппоненты:

**Пимонов Александр Григорьевич**,  
доктор технических наук, профессор,  
заведующий кафедрой прикладных  
информационных технологий ФГБОУ ВО  
«Кузбасский государственный технический  
университет имени Т.Ф. Горбачева»

**Пашинская Татьяна Юрьевна**  
кандидат физико-математических наук,  
доцент кафедры информационных  
технологий и бизнес-аналитики ФГАОУ  
ВПО «Национальный исследовательский  
Томский государственный университет»

Ведущая организация:

**ФГБОУ ВО «Уфимский государственный  
авиационный технический университет»**

Защита состоится «23» июня 2021 года в 10:00 на заседании диссертационного совета Д.212.268.02 в ФГБОУ ВПО «Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники» по адресу: 634050, г. Томск, пр. Ленина, 40, ком. 201.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке ТУСУРа по адресу: г. Томск, ул. Красноармейская, 146 и на сайте ТУСУРа по адресу:

Автореферат разослан « \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2021 года.

Ученый секретарь  
диссертационного совета



Т.Н. Зайченко

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы исследования.** Развитость финансового рынка является одним из двенадцати показателей, включенных в расчет международного индекса GCI<sup>1</sup>, который определяет национальную конкурентоспособность страны. По результатам 2019 года, позиция России в данном рейтинге достигла 43 места из 141 участвующих стран. К числу проблемных мест эксперты относят именно отставание в развитии финансового рынка страны (95 место в рейтинге с баллом в 55,7 из 100). В настоящее время в отношении финансового рынка действует ряд стратегий<sup>2</sup> Правительства РФ, принятых в течение последних 10 лет, целью которых является оздоровление финансового сектора страны. Результатом реализации данных стратегий стало повышение конкурентоспособности этого сектора и повышение доступности финансовых услуг для субъектов экономики, особенно для МСП<sup>3</sup> и частных инвесторов. Однако, несмотря на достигнутые результаты, задача развития рынка ценных бумаг и производных финансовых инструментов, как значимой части финансового рынка страны, все еще остается приоритетной, согласно «Основным направлениям развития финансового рынка Российской Федерации на период 2019–2021 годов». Появление в последнее время альтернативных систем торговли на фондовом рынке, увеличение количества видов обрабатываемых финансовых инструментов, а также снижение транзакционных издержек привело к выходу на рынок огромного числа новых инвесторов, самым распространенным методом инвестирования среди которых является портфельное инвестирование. Несмотря на то, что существует множество подходов к решению задачи составления и управления портфелем, ряд особенностей российского финансового рынка либо усложняет применение существующих подходов, подразумевая их адаптацию к российским реалиям, либо вовсе делают его невозможным. Например, низкая и средняя ликвидность значительной доли финансовых активов в России требует для своего анализа наличия математических моделей способных работать в условиях ограниченного числа исторических наблюдений, а невыполнение предположений о вероятностном распределении доходностей активов требует модернизации традиционных способов построения оптимального портфеля.

В условиях активной государственной политики по развитию финансового сектора в стране, необходимость в разработке новых и модификации старых математических моделей, используемых для формирования и управления инвестиционным портфелем ценных бумаг с учетом специфики внутреннего рынка, является одной из актуальных проблем, стоящих перед отраслью.

---

<sup>1</sup> Индекс глобальной конкурентоспособности – глобальное исследование и сопровождающий его рейтинг стран мира по показателю экономической конкурентоспособности по версии Всемирного экономического форума (World Economic Forum).

<sup>2</sup> Стратегия развития финансового рынка Российской Федерации на период до 2020 года (2008 год), Стратегия долгосрочного развития пенсионной системы Российской Федерации (2012 год), Стратегия развития страховой деятельности в Российской Федерации до 2020 года (2013 год), Стратегия повышения финансовой грамотности в Российской Федерации на 2017–2023 годы (2017 год), Стратегия государственной политики Российской Федерации в области защиты прав потребителей на период до 2030 года (2017 год).

<sup>3</sup> МСП – малое и среднее предпринимательство

**Объектом исследования** данной работы является российский фондовый рынок. **Предмет исследования** – математические модели и подходы, используемые для формирования и управления инвестиционным портфелем ценных бумаг на российском рынке.

**Степень изученности проблемы.** Анализ научной литературы и публикаций, посвящённых теме управления портфелем, показал, что однозначного подхода к формированию оптимального портфеля в финансовой теории не существует. Классической, в этом направлении, считается портфельная теория Г. Марковица, в рамках которой, в случае прямой задачи инвестор нацелен на максимизацию доходности при ограничении на возможный риск, а в случае обратной, внимание уделяется поиску такого соотношения активов в портфеле, которое минимизирует его риск при условии, что ожидаемая доходность портфеля остается на уровне не ниже заданного. Очевидно, что эффективность управления портфелем напрямую зависит от качества математической модели, которая закладывается в основу изменения стоимости базовых активов. Именно выбор подходящей модели данных, а также ключевых метрик, описывающих основные инвестиционные характеристики портфеля, стал отправной точкой для дальнейших исследований, посвященных разработке моделей оптимального управления инвестиционным портфелем. Большое внимание теории портфельного инвестирования уделяется в исследованиях зарубежных ученых: У.Ф. Шарпа, Р.Ф. Энгла, Дж. Литнера, и в работах российских ученых: Ширяева А.Н., Пимонова А.Г., А.А. Борочкин, Н.А. Клитиной, Глотовой И.И, Домбровского В.В., где автор освещает стратегии управления инвестиционным портфелем путем следования эталонному портфелю. Также следует отметить более новые работы Бронштейна Е.М., Маркова А.С. и Мицеля А.А., посвящённые теме портфельного инвестирования. Актуальной проблемой в рамках портфельного управления является выбор метрик, описывающих ключевые инвестиционные характеристики портфеля. Ряд альтернативных метрик, используемых в качестве меры риска портфеля, рассмотрены, в том числе, в работах следующих авторов: Пимонова А.Г., McNeil A., Frey R, Rachev, S.T, Abad P., Simonato J.-G., Krokmal P, Бронштейна Е.М., Rockafellar R. Для крупных организаций рыночный риск обычно оценивается с использованием метрики VaR (Value at Risk), рекомендуемой как мировыми регуляторами, так и ЦБ РФ. Однако, в большинстве исследований, рассматривающих альтернативные меры риска, вводится предположение о специфичном вероятностном распределении доходностей портфеля, что ограничивает область применения данных подходов. Более того, в случае ненормального распределения доходностей портфеля, подбор распределения проводится авторами практически вручную. Анализ существующих инструментов для подбора вероятностного распределения показал, что наиболее распространенными инструментами являются EasyFit (MathWave), Distribution Fitter (MatLab) и DiscoverSim 2.1 (SigmaXL). Популярность данных инструментов обусловлена понятным и простым интерфейсом, а также довольно широким набором возможных распределений. Однако, во-первых, для их использования необходимо наличие платной

лицензии. Во-вторых, все из представленных инструментов предлагают подбор одномерного распределения и не позволяют оценить совместное распределение активов в портфеле.

Второй важной особенностью портфельного управления является снижение риска портфеля, которое может быть достигнуто включением в портфель безрисковых активов или производных финансовых инструментов. Однако, наиболее понятным и простым в использовании методом снижения рисков принято считать диверсификацию портфеля с учетом существующих взаимосвязей между его базовыми активами. Успешность оценки матрицы корреляций активов портфеля, определяет и успешность хеджирования рисков портфеля. Проблема оценки матрицы корреляций является не тривиальной и ей посвящено множество научных трудов таких ученых, как Düllmann K., Ledoit O., Shevlyakov G, Chin C.J., Epps T., Bun J. В классической портфельной теории матрица корреляций доходностей оценивается на исторических данных и, далее, используется для формирования оптимального портфеля с требуемыми показателями риск/доходность. Однако, такой подход не может быть применен к низко ликвидным или новым продуктам на рынке, в связи с недостаточностью исторических данных и/или их низким качеством. Также, одно из свойств случайных процессов, которые укладываются в теорию Марковица, заключается в том, что корреляция приращений активов, представляемых интервальными временными рядами с периодом  $\tau$ , инвариантна относительно длины выбранного периода. Благодаря этому, среднее, дисперсию и корреляцию можно оценивать на рядах с более коротким периодом, а затем масштабировать эти характеристики на период любой длины. Однако, на практике данное свойство не выполняется. И, несмотря на то что данная проблема не является новой (еще в 1979 году автор описывает разницу в полученной оценке корреляции активов в зависимости от периода интервала рядов доходностей), задача оценки корреляции интервальных временных рядов доходностей активов портфеля остается открытой.

В результате изучения темы исследования выявлена необходимость разрешения общего **противоречия**, которое заключается в отсутствии:

1. Эффективной математической модели корреляции интервальных временных рядов доходностей активов портфеля в условиях ограниченной выборки;
2. Универсальной методики оценки влияния нарушений предположений модели динамики базовых активов на процесс ее построения и на получаемые с ее помощью целевые показатели портфеля;
3. Автоматизированного и простого в использовании инструмента, позволяющего подобрать совместное вероятностное распределение к наблюдаемым данным о доходностях портфеля;

Выявленное противоречие определило **проблему исследования**, а именно необходимо:

1. Разработать математическую модель корреляции интервальных временных рядов доходностей активов портфеля, которая может быть использована в том числе в условиях ограниченной выборки;
2. Разработать методику оценки влияния нарушений предположений модели динамики базовых активов на процесс ее построения и на получаемые с ее помощью целевые показатели портфеля;
3. Разработать автоматизированный инструмент, позволяющий подобрать совместное вероятностное распределение к наблюдаемым данным о доходностях портфеля;

**Целью исследования** является улучшение качества процедуры формирования инвестиционного портфеля и подбора модели динамики базовых активов путем разработки новой математической модели, методики и комплекса программ.

В соответствии с обозначенной проблемой и целью предполагается решить следующие **задачи исследования**:

1. изучить современное состояние проблемы развития российского рынка ценных бумаг и проанализировать существующие математические модели и подходы к формированию инвестиционного портфеля;
2. разработать математическую модель корреляции интервальных временных рядов доходностей активов портфеля с возможностью ее применения в условиях ограниченной выборки;
3. предложить методику оценки влияния нарушений предположений модели динамики базовых активов на процесс ее построения и на получаемые с ее помощью целевые показатели портфеля;
4. создать комплекс программ, позволяющий подобрать совместное вероятностное распределение к наблюдаемым данным о доходностях портфеля в автоматическом режиме (с учетом оценки корреляций интервальных временных рядов доходностей активов портфеля);
5. провести апробацию разработанной математической модели и предложенной методики как на синтетических данных, полученных посредством имитационного моделирования, так и на исторических данных российского фондового рынка;

Для решения обозначенных задач исследования использовались **методы** теории вероятностей и случайных процессов, математической статистики, численные методы и методы имитационного моделирования. С точки зрения **программных продуктов** в рамках данной работы использовался язык программирования Python совместно со средой разработки Spyder, а также Microsoft Excel.

#### **Научная новизна результатов исследования.**

1. *Предложена* математическая модель корреляции интервальных временных рядов доходностей активов, формирующая портфель, *отличающаяся* от известных возможностью получения устойчивой оценки корреляции в условиях ограниченной выборки.

2. *Предложен* оригинальный метод определения начального приближения оценок параметров модели корреляции интервальных временных рядов при решении задачи оптимизации численным методом.

3. *Предложена* универсальная методика оценки влияния нарушений предположений модели динамики базовых активов на процесс ее построения и на получаемые с ее помощью целевые показатели портфеля.

4. *Разработан* комплекс программ, позволяющий подобрать совместное вероятностное распределение к наблюдаемым данным о доходностях портфеля, *отличающийся* от существующих инструментов возможностью моделирования корреляции интервальных временных рядов, наличием нормы  $L_2$  как метрики сравнения распределений при подборе, возможностью расширения количества поддерживаемых распределений, а также свободным доступом. Ключевым отличием является подбор совместного вероятностного распределения.

**Внедрение результатов диссертационного исследования.** Разработанные математическая модель корреляции интервальных временных рядов, методика оценки влияния нарушений предположений модели динамики базовых активов на процесс ее построения и на получаемые с ее помощью целевые показатели портфеля, а также комплекс программ, позволяющий подобрать совместное вероятностное распределение к наблюдаемым данным о доходностях портфеля прошли успешное тестирование в компании ООО «ЭКО-ТОМСК», оказывающей услуги в сфере финансового консалтинга как для европейских, так и российских финансовых организаций. Результаты теоретических исследований используются в учебном процессе в НИ Томском политехническом университете и в Томском государственном университете систем управления и радиоэлектроники.

**Достоверность результатов диссертации.** Достоверность научных положений подтверждается полнотой теоретических и практических исследований, а также положительной оценкой на конференциях. Достоверность корректной работоспособности разработанной математической модели корреляции интервальных временных рядов, методика оценки влияния нарушений предположений модели динамики базовых активов на процесс ее построения и на получаемые с ее помощью целевые показатели портфеля, а также комплекса программ, позволяющего подобрать совместное вероятностное распределение к наблюдаемым данным о доходностях портфеля, подтверждается:

- результатами проведения имитационного моделирования, полученными в данной диссертационной работе,
- апробацией на исторических данных российского фондового рынка с фиксированием положительного экономического эффекта;
- проведенным тестированием в компании ООО «ЭКО-ТОМСК» с получением положительного экономического эффекта, что подтверждает соответствующий акт внедрения.

**Теоретическая значимость работы** заключается в разработке новой математической модели корреляции интервальных временных рядов доходностей активов портфеля, способной работать в условиях ограниченного числа исторических наблюдений. **Практическая значимость работы** заключается в разработанном комплексе программ (свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ №2020660959 от 15 сентября 2020 года), позволяющего подбирать совместное вероятностное распределение к наблюдаемым данным о доходностях портфеля в автоматическом режиме, с учетом оценки долгосрочной корреляции активов. Предложенный метод оценки влияния нарушений предположений модели как на процесс ее построения, так и на получаемые с ее помощью результаты, позволяет оценить качество используемой модели и целесообразность ее применения.

#### **Основные положения, выносимые на защиту**

1. Математическая модель корреляции интервальных временных рядов позволяет получить оценку матрицы корреляций низко ликвидных активов, а также активов, являющихся новыми на рынке и не обладающими достаточной для анализа существующими методами историей (*соответствует п.1 паспорта специальности 05.13.18*);
2. Метод нахождения начального приближения позволяет получить эффективную начальную оценку параметров модели корреляции интервальных временных рядов, которая, в случае нормального распределения приращений активов портфеля, используется в качестве основного решения, а в общем случае – в качестве начального приближения при решении задачи оптимизации (*соответствует п.4 паспорта специальности 05.13.18*).
3. Универсальная методика оценки влияния нарушений предположений модели динамики базовых активов, позволяет получить численную оценку влияния нарушений как на параметры модели, так и получаемые с ее помощью характеристики портфеля вне зависимости от вида выбранной модели (*соответствует п.6 паспорта специальности 05.13.18*);
4. Комплекс программ позволяет осуществить подбор совместного вероятностного распределения к наблюдаемым данным о доходностях портфеля в автоматическом режиме, а также получить оценку корреляции интервальных временных рядов доходностей активов (*соответствует п.4 паспорта специальности 05.13.18*);

**Апробация результатов диссертационного исследования.** Результаты проведенного диссертационного исследования представлены на мероприятиях российского и международного уровня:

- пленарная лекция на XIV Международной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Перспективы развития фундаментальных наук» (Томск 2017)
- доклад на IV Международной научной конференция «Информационные технологии в науке, управлении, социальной сфере и медицине» (Томск 2018)



- доклад на Всероссийской научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Современные технологии принятия решений в цифровой экономике» (Томск 2018)
- пленарная лекция на XVII Международная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Перспективы развития фундаментальных наук» (Томск 2020)

**Публикации.** По материалам и основному содержанию диссертации опубликовано 4 статьи в журналах, рекомендуемых ВАК, 1 статья в материалах конференции, индексируемой в Web of Science, 1 статья в сборнике трудов Всероссийской конференции, а также получено 1 свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ;

**Личный вклад автора.** Все научные результаты диссертационного исследования и проведенной апробации получены автором самостоятельно. Среди публикаций, выполненных в соавторстве, личный вклад автора состоит в следующем: в [1], [2] постановка задачи, постановка и программная реализация вычислительных экспериментов, интерпретация результатов, в [2] разработка математической модели, проведение анализа качества получаемых оценок, постановка и программная реализация численных экспериментов, интерпретация результатов, в [5] постановка и реализация вычислительного эксперимента, интерпретация результатов.

**Структура и объем работы.** Диссертация включает в себя введение, три главы, выводы к каждой главе, заключение, список использованной литературы из 113 наименований, 4 приложений. Диссертационная работа изложена на 119 страницах, в том числе содержит 28 рисунков и 18 таблиц.

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Во введении** приводится краткое обоснование актуальности, формулировка целей и задач, используемые методы, практическая значимость и научная новизна исследования.

**Первая глава** поделена на три части, одна из которых раскрывает текущее состояние проблемы формирования оптимального инвестиционного портфеля. Здесь приведен обзор существующих подходов к формированию оптимального портфеля, проанализированы модели оценки взаимосвязей активов, применяемые для диверсификации портфеля, а также рассмотрены используемые подходы к управлению сформированным портфелем во времени. Вторая часть первой главы посвящена теме оценки портфельных рисков. Рассмотрено понятие риск капитала для крупных финансовых организаций, приведен обзор существующих регуляторных органов в финансовой сфере и современных требований к разработке и валидации моделей, используемых для оценки риск капитала банков. Проанализированы основные проблемы при оценке риск капитала с использованием метрики Value at Risk (VaR), а также рассмотрены альтернативные подходы. В третьей части первой главы рассматривается одна из основополагающих задач финансового анализа – задача подбора вероятностного распределения к данным. Проведен сравнительный анализ существующих программных продуктов для решения данной задачи, обозначены недостатки наиболее популярных инструментов.

Проведенный анализ показал необходимость разработки эффективной математической модели корреляции интервальных временных рядов доходностей активов портфеля, способной работать в условиях ограниченного числа исторических наблюдений. В задаче оценки портфельных рисков, ключевой проблемой является отсутствие универсальной методики оценки влияния нарушений предположений модели динамики базовых активов на процесс ее построения и на получаемые с ее помощью целевые показатели портфеля. Существующие программные продукты для подбора вероятностного распределения, в основном, предлагают подбор одномерного распределения и не позволяют оценить совместное распределение активов в портфеле, что делает невозможным моделирование совместного распределения активов и формирования портфеля с учетом взаимосвязей. Наиболее популярные инструменты требуют платной лицензии.

Во **второй главе** представлены основные научные результаты исследования, а именно:

1. сформулирована математическая модель корреляции интервальных временных рядов и предложен метод оценки параметров предлагаемой модели;
2. предложен эффективный метод нахождения начального приближения оценок модели корреляции при решении задачи оптимизации численным методом;
3. предложена универсальная методика оценки влияния нарушений предположений модели динамики базовых активов на процесс ее построения и на получаемые с ее помощью целевые показатели портфеля;
4. представлено описание разработанного программного комплекса, позволяющего осуществить подбор вероятностного распределения к наблюдаемым данным о доходностях портфеля в автоматическом режиме.

### **Математическая модель оценки долгосрочной корреляции активов**

- Интервальный временной ряд – временной ряд, уровни которого характеризуют значение показателя за определенные периоды времени.
- Период интервального временного ряда  $\tau$  – период, на котором насчитаны значения показателя.
- Однопериодная/ n-периодная корреляция – корреляция между интервальными временными рядами с периодом  $\tau / n\tau$ .

Модель предлагает решение проблемы оценки n-периодной корреляции активов портфеля в условиях ограниченной выборки. В рамках предлагаемой модели цена актива  $\hat{P}_t$ , наблюдаемая на рынке, представляется в виде суммы двух составляющих: справедливой цены актива  $P_t$  и рыночного шума  $\varepsilon_t$ , а именно:

$$\hat{P}_t = P_t + \varepsilon_t. \quad (1)$$

Построим интервальный временной ряд изменения стоимости актива с периодом:

$$\hat{y}_t(\tau) = (\hat{P}_{t+\tau} - \hat{P}_t) = (P_{t+\tau} - P_t) + (\varepsilon_{t+\tau} - \varepsilon_t) = X_t(\tau) + \eta_t(\tau), \quad (2)$$

где  $\hat{y}_t(\tau)$  – наблюдаемое изменение стоимости актива за время  $\tau$ ,  $X_t(\tau)$  – изменение справедливой стоимости,  $\eta_t(\tau)$  – рыночный эффект (изменение стоимости, вызванное рыночным шумом).

Предположения модели:

1. Интенсивность рыночного шума со временем не изменяется:

$$D(\varepsilon_t) = \sigma^2(\varepsilon_t) = \text{const} \quad (3)$$

где  $D(\cdot)$  – дисперсия,  $\sigma(\cdot)$  – стандартной отклонение.

*Следствие предположения 1.* Функция  $\lambda(\tau)$ , описывающая отношение амплитуды рыночного эффекта к амплитуде фактического изменения стоимости актива за период  $\tau$  есть убывающая функция следующего вида:

$$\lambda(\tau) = \frac{\sigma^2(\eta_t(\tau))}{\sigma^2(X_t(\tau))} > \frac{\sigma^2(\eta_t(S))}{\sigma^2(X_t(S))} = \lambda(S), \tau < S \quad (4)$$

2. Интервальные временные ряды изменения справедливой стоимости актива на разных периодах имеют одинаковую корреляцию, что справедливо для процессов с независимыми приращениями:

$$r(X_t(\tau)) = r(X_t(S)), \forall \tau, S \quad (5)$$

3. Рыночный шум  $\varepsilon_t$  и стоимость актива  $P_t$  независимы для любых  $t$  и  $v$ .

4. Математическое ожидание рыночного шума равно нулю, то есть рыночный шум не может задавать тренд в изменении цены актива:

$$E(\varepsilon_t(\cdot)) = 0 \quad (6)$$

В рамках сформированных предположений коэффициент корреляции между двумя активами  $i, j$  можно записать в следующем виде:

$$r_{i,j}(\tau) = \frac{E\left(\left(y_i^i(\tau) - E(y_i^i(\tau))\right)\left(y_i^j(\tau) - E(y_i^j(\tau))\right)\right)}{\sigma(y_i^i(\tau))\sigma(y_i^j(\tau))} = \frac{r_{X_{i,j}(\tau)}}{\sqrt{(1+\lambda_i(\tau))(1+\lambda_j(\tau))}} \quad (7)$$

где  $E(\cdot)$  – математическое ожидание,  $y_i^i(\tau)$  – приращение стоимости актива  $i$  в момент времени  $t$  за период  $\tau$ ,  $\sigma(\cdot)$  – стандартное отклонение,  $\lambda_{i/j}(\tau)$  лямбда функция для актива  $i/j$  за период  $\tau$ ,  $r_{X_{i,j}(\tau)}$  – корреляция между изменениями в справедливой цене активов  $i, j$  за время  $\tau$ .

Далее, принимая во внимание тот факт, что влияние рыночного шума не зависит от времени, функция  $\lambda_i(\tau)$  может быть представлена в следующем виде:

$$\lambda_i(\tau) = \frac{\sigma^2(\eta_t^i(\tau))}{\sigma^2(X_t^i(\tau))} = \frac{c_i}{\tau}, c_i \geq 0 \quad (8)$$

где  $c_i$  – параметр функции лямбда для актива  $i$ .

Для того, чтобы исключить неизвестный член уравнения в виде корреляции между изменениями в справедливой цене активов в формуле (7), введем понятие коэффициента отношения корреляций. Коэффициент отношения корреляций  $R(\tau)$  представляет собой коэффициент отношения корреляций временных рядов изменений стоимостей активов  $i, j$  с разными периодами  $\tau$  и  $\tau_{long}$  (где  $\tau_{long} = n\tau > \tau$ ). Коэффициент отношения корреляций может быть рассчитан по следующей формуле:

$$R(\tau) = \frac{r_{i,j}(\tau)}{r_{i,j}(\tau_{long})} = \sqrt{\frac{(1 + \lambda_i(\tau_{long}))(1 + \lambda_j(\tau_{long}))}{(1 + \lambda_i(\tau))(1 + \lambda_j(\tau))}} \quad (9)$$

где  $r_{i,j}(\tau)$  – корреляция, рассчитанная на временных рядах приращений активов  $i, j$  с периодом  $\tau$ ,  $r_{i,j}(\tau_{long})$  – корреляция, рассчитанная на временных рядах приращений активов  $i, j$  с периодом  $\tau_{long}$ .

#### Оценка параметров модели:

Оценку параметров модели предлагается производить численными методами, решая задачу оптимизации. Так как ключевая практическая ценность предлагаемой модели заключается в возможности оценивать  $n$ -периодную корреляцию на базе однопериодной, то в качестве критерия оптимизации рассматривается расстояние между эмпирическими и теоретическими отношениями корреляций всех активов для всего набора рассматриваемых периодов  $\tau$ , которое сводится к минимуму, а именно:

$$\sum_{\substack{m,k \\ k < m}} \sum_{\substack{i,j \\ k < m, j < i}} \left( \frac{\hat{r}_{i,j}(\tau_k)}{\hat{r}_{i,j}(\tau_m)} - \frac{\sqrt{\left(1 + \frac{c_i}{\tau_m}\right)\left(1 + \frac{c_j}{\tau_m}\right)}}{\sqrt{\left(1 + \frac{c_i}{\tau_k}\right)\left(1 + \frac{c_j}{\tau_k}\right)}} \right)^2 \rightarrow \min, \quad (10)$$

$k, m = 1, \dots, l$   
 $i, j = 1, \dots, n$

где  $n$  – количество инструментов в портфеле,  $l$  – количество рассматриваемых периодов для расчета приращений,  $\hat{r}_{i,j}$  – эмпирическая оценка корреляции.

#### Метод определения эффективного начального приближения

Задача оптимизации (10) не имеет аналитического решения и решается численно. Следует отметить, что параметры модели  $c_i (i=1, \dots, n)$  также не могут быть меньше нуля. Принимая во внимание независимость рыночного шума  $\varepsilon_t$  и стоимости актива  $P_t$  (предположение 3), дисперсию изменения рыночной цены актива можно представить в виде:

$$D(y_t(\tau)) = D(X_t(\tau)) + D(\eta_t(\tau)) \quad (11)$$

Так как неопределенность в отношении изменений справедливой цены  $D(X_t(\tau))$  растет с ростом  $\tau$ , то уравнение (11) можно представить в виде уравнения линейной регрессии:

$$D(y_t(\tau)) = D(X_t(\tau)) + D(\eta_t(\tau)) = a\tau + b, \quad (12)$$

где  $a, b \geq 0$  есть коэффициенты уравнения линейной регрессии. Коэффициенты  $a, b$  могут быть оценены при помощи метода максимального правдоподобия. Подставляя полученные оценки параметров  $a, b$  в (8), получим уравнение:

$$\frac{b}{a} = \frac{c_i}{\tau} \quad (13)$$

Откуда, при  $\tau = 1$ , легко получить начальное приближение для решения задачи оптимизации.

## **Методика оценки влияния нарушений предположений модели динамики базовых активов на процесс ее построения и на получаемые с ее помощью целевые показатели**

Предлагаемая методика оценки размера возникающей ошибки вследствие нарушений предположений модели представляет собой совокупность последовательной реализации следующих методов:

1. *Методов генерации данных, изначально не удовлетворяющих предположениям модели.* При помощи данных методов (например, методов имитационного моделирования) производится генерация данных с известными заранее (истинными) параметрами, которые изначально не удовлетворяют предположениям модели и подаются ей на вход.
2. *Метод оценки параметров модели.* Стандартным для этой модели методом производится оценка ее параметров на полученных синтетических данных. На этом же шаге, если необходимо оценить влияние нарушения предположения модели на какой-либо целевой показатель портфеля, модель с полученными оценками параметров применяется для расчета интересующего целевого показателя (например риска портфеля, и пр).
3. *Метод сравнительного анализа.* Для сравнения полученной оценки с известным заранее истинным значением параметров выбирается определенная метрика. Анализируя полученное значение выбранной метрики, можно понять влияние невыполнения предположений модели на процесс ее построения, а также ошибку, вносимую невыполнением предположений модели на получаемый с ее помощью целевой показатель.

Примерами практических задач, для которых может быть применена предлагаемая методика и на которых проверялась ее работоспособность в рамках данной работы являются:

1. Оценка параметров модели регрессии методом максимального правдоподобия при невыполнении предположения о вероятностном распределении данных;
2. Оценка риска портфеля с использованием метрики Value at Risk (VaR) при невыполнении предположений о вероятностном распределении активов портфеля.

### **Программный комплекс**

В рамках данного исследования был разработан программный комплекс, позволяющий осуществить подбор вероятностного распределения к наблюдаемым данным о доходностях портфеля в автоматическом режиме, а также получить оценку корреляций на базе предложенной модели. Структура комплекса представлена на рисунке 1. В таблице 1 представлено сравнение разработанного комплекса программ с существующими инструментами в разрезе ключевых функциональных групп. Условные обозначения: «1» - Разработанный комплекс, «2» – EasyFit (MathWave), «3» - Distribution Fitter (MatLab), «4» - DiscoverSim 2.1 (SigmaXL). Основными преимуществами разработанного программного комплекса в отличие от существующих альтернатив является:

- Свободный доступ и возможность загружать данные с сайтов провайдеров;

- Наличие нормы L2 как метрики сравнения распределений при подборе и возможность расширения количества поддерживаемых распределений;
- Возможность моделирования корреляции интервальных временных рядов.

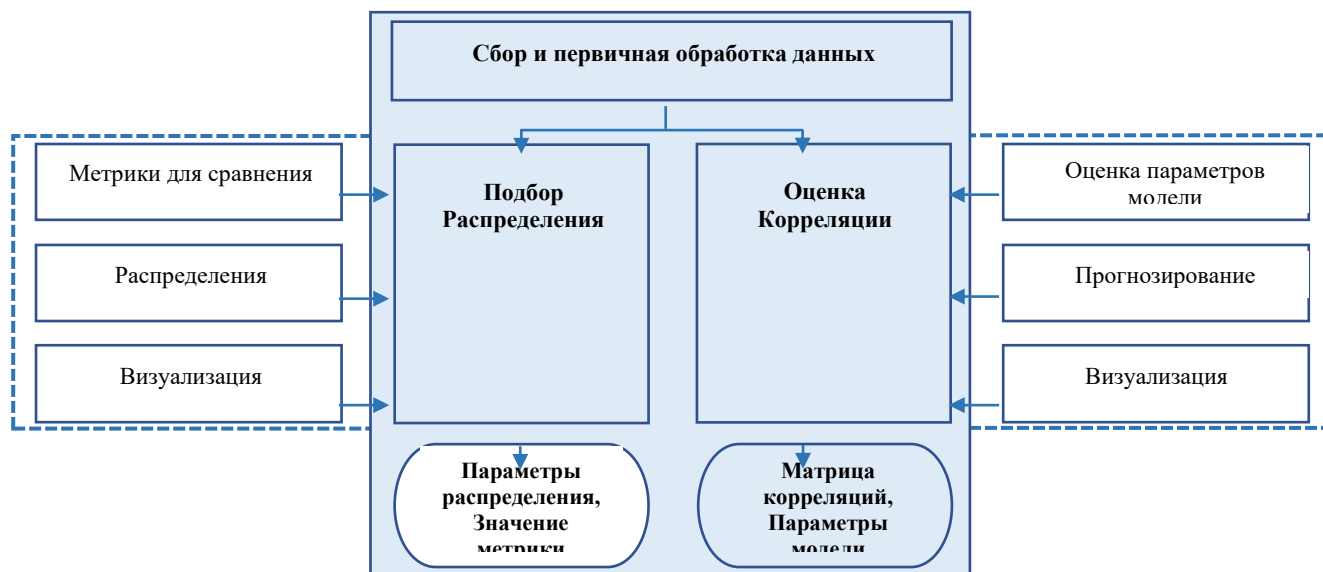


Рисунок 1. Верхнеуровневое описание структуры программного комплекса.

Таблица 1. Сравнение разработанного комплекса программ с существующими альтернативами

Критерии сравнения	1	2	3	4
<b>Доступ, интерфейс</b>				
Свободный доступ	+	-	-	-
Пробный бесплатный период	+	+	+	+
Удобный интерфейс	+	+	+	+
<b>Ввод данных</b>				
Ручной ввод данных	+	+	+	+
Автоматический сбор данных с сайтов	+	-	-	-
<b>Подбор распределений</b>				
Подбор распределения вручную	+	+	+	+
Автоматический подбор лучшего распределения	+	+	-	-
Возможность расширения количества поддерживаемых распределений	+	-	-	-
Наличие статистических тестов проверки правильности выбранного распределения	+	+	+	+
Наличие нормы L2 как метрики сравнения распределений при подборе	+	-	-	-
<b>Оценка взаимосвязей</b>				
Оценка корреляции	+	-	+	-
Прогноз долгосрочной корреляции	+	-	-	-

**Третья глава** включает в себя результаты тестирования предлагаемых модели корреляции интервальных временных рядов, методики оценки влияния нарушений предположений модели динамики базовых активов на процесс ее построения и на получаемые с ее помощью целевые показатели. В первой части третьей главы проводится тестирование на синтетических данных, полученных посредством имитационного моделирования, в том числе представлены результаты проверки сходимости оценок параметров модели корреляции интервальных временных рядов к истинным значениям. Во второй части главы представлены результаты тестирования на реальных данных и оценен эффект от применения результатов исследований.

### Результаты тестирования на синтетических данных

## 1. Тестирование метода оценки параметров модели корреляции

Эксперимент для проверки сходимости предлагаемого метода калибровки параметров модели заключается в сравнении заведомо известных истинных значений параметров модели с их оценками, полученными при помощи предложенной модели. Для этих целей на первом этапе производится генерация приращений справедливых цен активов  $X_i$  как коррелированных винеровских процессов с заданной матрицей корреляции  $\Sigma$ , нулевыми средними и стандартными отклонениями  $\sigma_i (i=1,..,n)$ , где  $n$  – количество активов в портфеле. Далее отдельно генерируется рыночный эффект  $\eta_i$  для каждого из активов как приращения случайной гауссовой величины с заданным стандартным отклонением  $\sigma_\epsilon^i$ . Используя известные значения дисперсии приращений справедливых цен активов и рыночного эффекта, рассчитывается вектор истинных параметров модели  $c^{theor}$  для каждого из активов по формуле (8). После, производится оценка параметров модели  $c^{estim}$  на сгенерированных данных путем решения задачи оптимизации (10). Для оценки погрешности в оценке каждого параметра используется метрика относительной ошибки. А суммарная ошибка оценки матрицы корреляций активов, рассчитанной с использованием оценок параметров  $c_i^{estim}$  рассчитывается по формуле  $\Delta\Sigma = \sum_{i,j} |r_{i,j} - \hat{r}_{i,j}| / r_{i,j}$ , где  $r_{i,j}$  – истинное значение коэффициента корреляции изменения стоимости активов  $i, j$ ,  $\hat{r}_{i,j}$  – его оценка,  $n$  – количество инструментов в портфеле. Критериями прохождения теста являются: а) снижение ошибки оценки параметров модели  $c_i$ , при увеличении числа симуляций; б) суммарная ошибка оценки матрицы корреляций менее 1%. Ниже представлены результаты теста для портфеля, состоящего из трех активов.

Таблица 2. Результаты теста на сходимость параметров модели долгосрочной корреляции

Параметр	Истинное Значение	Оценка	Ошибка	Параметр	Истинное Значение	Оценка	Ошибка
$c_1$	0,889	0,895	0,6%	$\rho_{1,2}$	68,42%	68,47%	0,1%
$c_2$	0,222	0,229	3,2%	$\rho_{1,3}$	78,36%	78,38%	0,0%
$c_3$	0,125	0,122	2,2%	$\rho_{2,3}$	59,59%	59,77%	0,3%

Как видно из таблицы 3, суммарная ошибка оценки матрицы корреляций менее 1% (0,04%). Также наблюдается снижение ошибки в оценке параметров при увеличении числа наблюдений. Например, для параметра  $c_1$  ошибка в оценке уменьшается с 3,1% для 10 тысяч симуляций до 0,6% для 10 миллионов симуляций.

## 2. Тестирование методики оценки влияния нарушений предположений модели динамики базовых активов на процесс ее построения и на получаемые с ее помощью целевые показатели на примере двух задач

### Оценка параметров авторегрессии методом максимального правдоподобия.

В терминах предлагаемой методики данная задача может быть представлена в следующем виде:

- *Модель*: авторегрессионная модель первого порядка AR(1).

- *Метод* оценки параметров модели: метод максимального правдоподобия.
- *Предположение модели*: Ошибки модели распределены нормально.

Для оценки влияния нарушения предположения модели на оценку ее параметров, согласно методике, необходимо выполнить следующее:

1. *Применить метод генерации данных*. При помощи методов имитационного моделирования производится генерация  $n$  Монте-Карло траекторий (на  $m$  точек) процесса  $AR(1)$  с заданным (истинным) параметром модели  $\alpha_1$  и параметрами распределения остатков по Джонсону  $SU$   $\gamma, \xi, \varepsilon, \lambda$ .
2. *Применить метод оценки параметров модели*. Производится оценка параметра модели  $\hat{\alpha}_1$  ММП на каждой траектории, в предположении, что а) остатки имеют нормальное распределение, б) остатки имеют распределение Джонсона  $SU$ .
3. *Применить метод сравнительного анализа*. Производится расчет ошибки оценивания  $\alpha_1 - \hat{\alpha}_1$  на каждой траектории для случаев а) и б), а также расчет выборочных стандартных отклонений  $\sigma_{norm}, \sigma_{JSU}$  по набору полученных ошибок оценивания. Вводится метрика потери точности в оценке параметра по следующей формуле  $\Delta_\sigma = \sigma_{norm} / \sigma_{JSU} - 1$ . Для сравнения полученных ММП оценок использовались а) стандартное отклонение ошибки оценивания б) метрика потери точности в оценке параметра. Результаты сравнения представлены на рисунке 2

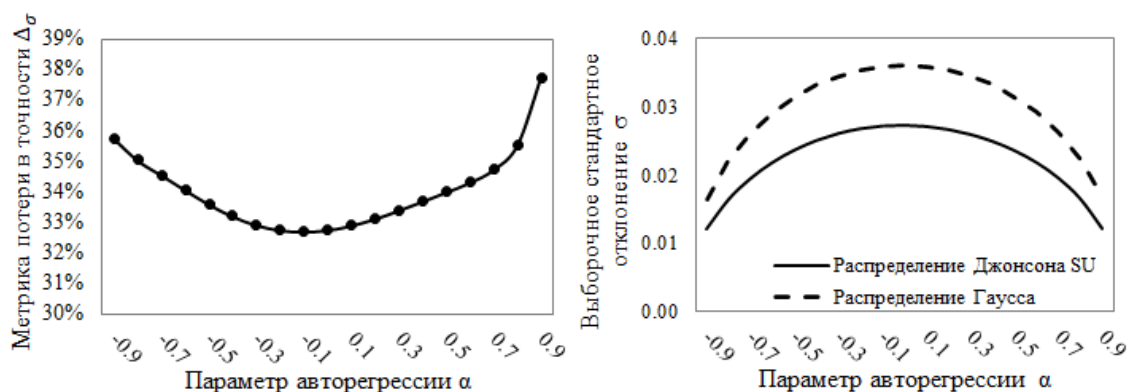


Рисунок 2. Сравнение характеристик полученных ММП оценок в зависимости от значения истинного параметра модели  $AR(1)$ .

На рисунке 2 наглядно видно, что при невыполнении предположения о нормальности остатков, задающих динамику процесса, потеря в точности оценки параметров меняется в интервале от 33% до 37% при изменении параметра  $\alpha_1$  в интервале  $[-0.9, 0.9]$ . Предложенная методика позволила получить точную оценку влияния нарушения предположений модели на ММП оценки параметров модели  $AR(1)$ .

### Оценка метрики VaR на десять дней на основе значения метрики VaR на один день

В терминах предлагаемой методики данная задача может быть представлена в следующем виде:

- *Модель*: расчет VaR на 10 дней, посредством масштабирования однодневного VaR.
- *Метод оценки VaR*: исторический метод, предполагающий расчет метрики VaR как квантиль эмпирического распределения доходностей.



- *Предположение модели:* Доходности распределены нормально.
- *Целевой показатель:* VaR на 10 дней.

Для оценки влияния смещения метрики  $VaR_{10d}$  при нарушении предположения о нормальности, согласно методике, необходимо выполнить следующее:

1. *Применить метод генерации данных.* При помощи методов имитационного моделирования производится генерация траектории однодневных абсолютных/относительных доходностей (на 10 млн. точек), описываемых  $AR(1)$  с заданным параметром модели  $\alpha_1 = 0.06$  и параметрами шума  $\gamma, \xi, \varepsilon, \lambda$ . На полученных данных производится расчет траектории десятидневных доходностей из однодневных доходностей на непересекающемся окне.
2. *Применить метод оценки VaR.* Производится оценка истинных значений VaR на 1 и 10 дней путем расчета квантилей уровня 1%, 5%, 95%, 99% на выборках однодневных и десятидневных доходностей. Далее рассчитывается аппроксимация квантилей уровня 1%, 5%, 95%, 99% для десятидневных доходностей по формуле  $VaR_{10d} = VaR_{1d} \times \sqrt{10}$ .
3. *Применить метод сравнительного анализа.* Производится сравнение истинного и аппроксимированного значения  $VaR_{10d}$ . В качестве метрики сравнения используется относительная ошибка. Результаты сравнения представлены в таблице 3.

Таблица 3. Оценка смещения метрики  $VaR_{10d}$  при нарушении предположения о нормальности

<b>VaR<sub>10d</sub></b>	<b>Истинное значение</b>	<b>Аппроксимация</b>	<b>Ошибка</b>
5% квантиль	-0.11	-0.11	-4%
95% квантиль	0.14	0.12	-13%
1% квантиль	-0.17	-0.21	19%
99% квантиль	0.21	0.23	6%

Как видно из таблицы 3, нарушение предположения о нормальности распределения в зависимости от уровня значимости приводит как к недооценке, так и переоценке риска. Точные интервалы плотности распределения, для которых наблюдается недооценка и переоценка риска с указанием экстремальных значений смещения метрики VaR указаны в таблице 4. Отдельно следует отметить влияние несимметричности распределения на оценку метрики на разных уровнях значимости, что может привести к различным значениям шокового значения риск фактора портфеля в зависимости от занятой позиции (покупка, продажа).

Таблица 4. Интервалы и максимальные значения смещения метрики  $VaR_{10d}$

<b>Вид доходностей</b>	<b>Недооценка риска</b>		<b>Переоценка риска</b>	
	Интервал	Мин. Значение, %	Интервал	Макс. Значение, %
Относительные	[3.7%, 98.4%]	-21.1	[0.1%; 3.7%)U(98.4%; 99.9%]	56.6

### **Результаты тестирования на реальных данных**

1. Модель корреляции интервальных временных рядов

В качестве примера использования модели оценки корреляции интервальных временных рядов на практике был рассмотрен процесс формирования оптимального портфеля Марковица.

Для теста использовались данные о ценах акций российских компаний ПАО "Селигдар" (SELG), ПАО "Аптечная сеть 36,6" (АРТК), ПАО "ММК (MAGN) за период с января 2015 по март 2020 года. Доступные исторические данные были поделены на два интервала: а) интервал, используемый для оценки параметров и формирования портфеля (Январь 2015 – Июнь 2019), б) интервал для тестирования (Июнь 2019 – Март 2020). Для рассматриваемых акций была получена оценка матрицы месячной корреляции тремя способами: а) эмпирическая оценка однопериодной корреляции, отмасштабированная до n-периодной (предполагает нормальное распределение активов, соответствует Портфелю 1), б) эмпирическая оценка n-периодной корреляции на доступном размере выборки (Портфель2), в) модельная оценка n-периодной корреляции, согласно предлагаемой модели (Портфель 3). Используя полученные матрицы корреляций, для выбранных активов были составлены три оптимальных портфеля Марковица, с минимальным возможным риском и уровнем доходности не ниже заданного (5% годовых) на конец июня 2019 года (таблица 5).

Таблица 5. Оптимальные портфели, полученные при использовании разных матриц корреляций

Характеристики	Портфель 1	Портфель 2	Портфель 3
Стоимость, руб.:	10 000	10 000	10 000
АРТК	8 506	8 662	8 594
MAGN	1 207	1 012	870
SELG	287	326	537
Доходность, %	5.8%	5.0%	5.1%
Риск, %	7.6%	6.4%	1.6%

Наименьший риск портфеля при заданной доходности достигается при использовании матрицы корреляций, полученной при помощи предлагаемой модели (Портфель 3). Предполагая отсутствие процедуры реформирования портфеля, было проведено сравнение основных характеристик, которые демонстрировали портфели на протяжении времени на интервале для тестирования. Для сравнения с общей динамикой рынка в данном временном интервале были добавлены 2 монопортфеля, состоящие из индексов ММВБ и РТС. Портфели 1 и 2 продемонстрировали практически идентичную динамику стоимости во времени, в то время как стоимость Портфеля 3, построенного при помощи модельной оценки матрицы корреляций, увеличивалась при увеличении длительности периода держания портфеля в условиях отсутствия процедуры его реформирования. Такое поведение портфеля крайне благоприятно для долгосрочных инвесторов. В таблице 7 представлено сравнение основных характеристик, которые демонстрировали портфели на протяжении интервала для тестирования.

Таблица 6. Сравнение основных характеристик портфелей, Июнь 2019 – Март 2020

Характеристики	Портфель 1	Портфель 2	Портфель 3	ММВБ	РТС
Общая доходность портфеля, %	19.5%	20.5%	22.3%	-11.7%	-29.5%
Общее изменение стоимости портфеля, руб.	1951.3	2047.7	2233.5	-1170.3	-2952.9
Среднее изменение стоимости портфеля, руб.	10.3	10.8	11.8	-6.2	-15.5
Стандартное отклонение, руб.	232.4	236.7	235.7	145.3	192.6
Стандартное отклонение, % от стоимости портфеля.	2.3%	2.4%	2.4%	1.5%	1.9%

Как видно из таблицы 7, самую высокую доходность в 22% за 10 месяцев показал Портфель 3, обогнав при практически равном риске Портфель 2 на 2%. При сравнении наблюдаемых характеристик портфелей 1–3 с портфелями, проксирующими общую динамику рынка, можно отметить, что портфели 1-3 при незначительной разнице в метрике риска, демонстрируют значительное преимущество в получаемой доходности.

2. Метод оценки влияния нарушений предположений модели, закладываемой в основу поведения базовых активов, на эффективность оценки портфельных характеристик

Для тестирования метода на реальных данных была рассмотрена процедура оценки метрики VaR параметрическим методом, согласно которому выдвигается предположение о вероятностном распределении доходностей активов, после чего VaR оценивается как квантиль уровня  $\alpha$  данного распределения. В терминах предлагаемой методики данная задача может быть представлена в следующем виде:

- *Модель*: расчет VaR аналитическим методом.
- *Метод оценки VaR*: параметрический метод, предполагающий подбор вероятностного распределения к доходностям активов, после чего VaR оценивается как квантиль уровня  $\alpha$  данного распределения  $\gamma$ .
- *Предположение модели*: Доходности распределены нормально.
- *Целевой показатель*: VaR.

Для оценки практического влияния нарушения предположения о распределении доходностей активов на значение VaR, согласно методике, необходимо выполнить следующее:

1. *Применить метод генерации данных*. При помощи разработанного комплекса программ были подобраны распределения для доходностей акций российских компаний (таблица 7), как видно, не удовлетворяющие предположению о нормальности.

Таблица 7. Результаты подбора распределений для доходностей акций российских компаний

Актив	Газпром	Нор. Никель	Роснефть	Сбербанк
Распределение	Джонсон SU	Джонсон SU	Лаплас	Лог-Логистик

2. *Применить метод оценки VaR*. Для оценки практического влияния нарушения предположения о распределении доходностей активов на значение VaR была проведена процедура бэкстестинга на периоде 2009–2020 годов, предполагающая подсчет количества случаев, когда исторически наблюдаемые убытки по активу превышали прогнозные значения с использованием VaR за рассматриваемый период. Для расчета прогнозных значений однодневного VaR использовались данные о дневных доходностях активов скользящим окном в три года, а также прогнозное значение рассчитывалось дважды: в предположении нормальности распределения доходностей активов и в предположении распределения из таблицы 7.

3. *Применить метод сравнительного анализа*. В качестве метрики сравнения используется количество «выбросов».

Таблица 8. Результаты процедуры бэк-тестинга для акций российских компаний, абсолютные (относительные) доходности

Уровень VaR	Количество выбросов, шт.		Процент выбросов, %	
	Нормальное	Подобранное	Нормальное	Подобранное
<b>Газпром</b>				
1% квантиль	29 (25)	28 (19)	1.4 (1.2)	1.4 (0.9)
99% квантиль	39 (34)	24 (20)	1.9 (1.6)	1.2 (1.0)
<b>Нор. Никель</b>				
1% квантиль	52 (27)	34 (17)	2.5 (1.3)	1.6 (0.8)
99% квантиль	55 (30)	34 (20)	2.7 (1.4)	1.6 (1.0)
<b>Роснефть</b>				
1% квантиль	56 (32)	32 (16)	2.7 (1.5)	1.5 (0.8)
99% квантиль	48 (28)	27 (14)	2.3 (1.4)	1.3 (0.7)
<b>Сбербанк</b>				
1% квантиль	39 (29)	26 (14)	1.9 (1.4)	1.3 (0.7)
99% квантиль	57 (37)	28 (17)	2.8 (1.8)	1.4 (0.8)

Из таблицы 8 видно, что процент случаев превышения прогнозного значения VaR при использовании наиболее подходящего вероятностного распределения активов значительно ниже, чем при предположении о нормальном распределении, что говорит о более точной оценке метрики. Также следует отметить тот факт, что подобранные распределения позволяют учесть несимметричность эмпирического распределения при оценке метрики, и, как следствие, количество выбросов для 1% и 99% квантили очень близко, в отличие от случая с нормальным распределением.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Главным результатом представленной работы является разработанная математическая модель корреляции интервальных временных рядов, позволяющая решить актуальную научно-техническую проблему оценки взаимосвязей активов в портфеле в условиях ограниченной выборки. Было показано, что предложенная автором модель может быть применима как к низко и средне ликвидным финансовым активам, составляющим значительную долю активов на российском фондовом рынке, так и к недавно появившимся на рынке активам, еще не обладающим достаточной историей для применения стандартных подходов на базе эмпирических корреляций. Наряду с этим в работе были получены следующие основные результаты:

1. *Проведен* анализ текущего состояния проблемы формирования оптимального инвестиционного портфеля, а также оценки портфельных рисков. Проведенный анализ показал необходимость разработки эффективной математической модели корреляции интервальных временных рядов доходностей активов портфеля, способной работать в условиях ограниченного числа исторических наблюдений. В задаче оценки портфельных рисков, ключевой проблемой оказалось отсутствие универсальной методики оценки влияния нарушений предположений модели динамики базовых активов на эффективность оценки портфельных характеристик.

2. *Предложена* универсальная методика, *позволяющая* получить оценку влияния нарушений предположений модели динамики базовых активов на процесс ее построения и на получаемые с ее помощью характеристики портфеля.
3. Разработан комплекс программ, *позволяющий* подобрать совместное вероятностное распределение к наблюдаемым данным о доходностях портфеля, *отличающийся* от существующих инструментов возможностью моделирования корреляции интервальных временных рядов, наличием нормы L2 как метрики сравнения распределений, возможностью расширения количества поддерживаемых распределений, а также свободным доступом.
4. При помощи методов имитационного моделирования *доказана* сходимость разработанного метода оценки параметров модели корреляции интервальных временных рядов. Также *показана* работоспособность методики оценки влияния нарушений предположений модели динамики базовых активов на процесс ее построения и на получаемые с ее помощью целевые показатели для двух практических задач: оценка параметров модели авторегрессии и оценка метрики VaR на десять дней на основе значения метрики VaR на один день.
5. *Проведена* апробация разработанной модели корреляции интервальных временных рядов на исторических данных российского фондового рынка, а именно были сформированы три оптимальных портфеля согласно теории Марковица с использованием матриц корреляций, полученных тремя возможными способами, в том числе при помощи предлагаемой модели. На этапе формирования, портфель, построенный при помощи предлагаемой модельной матрицы корреляций, показал наименьший возможный уровень риска при заданном уровне доходности (1,6% против 7.6% и 6.4% для альтернативных портфелей). При наблюдении за динамикой стоимости портфелей в предположении отсутствия процедуры его переформирования, портфель, построенный при помощи предлагаемой модельной матрицы корреляций, показал доходность на 2–4% выше при том же уровне риска. В качестве апробации методики оценки влияния нарушений предположений модели динамики базовых активов на процесс ее построения и на получаемые с ее помощью целевые показатели портфеля была рассмотрена практическая задача оценки метрики VaR портфеля параметрическим методом. Показано, что нарушение предположения о распределении доходностей активов снижает эффективность полученной метрики VaR, а именно приводит к увеличению числа выбросов (количества случаев, когда исторически наблюдаемые убытки по портфелю превышали прогнозные значения) при проведении тестирования на исторических данных. Полученные выводы и численные результаты апробации подтвердили качество разработанной модели корреляции интервальных временных рядов и процедуры оценки ее параметров.
6. Материалы диссертации внедрены и были использованы в компании ООО «ЭКО-ТОМСК», оказывающей услуги в сфере финансового консалтинга как для европейских, так и

российских финансовых организаций. В результате внедрения результатов диссертации доходность трейдинговой стратегии клиента ООО «Эко-Томск» выросла на 9,6%. Результаты теоретических исследований используются в учебном процессе в НИ Томском политехническом университете и в Томском государственном университете систем управления и радиоэлектроники.

7. Практическая значимость работы заключается в разработанном комплексе программ, позволяющем подбирать совместное вероятностное распределение к наблюдаемым данным о доходностях портфеля в автоматическом режиме, с учетом оценки долгосрочной корреляции активов. Предложенная методика оценки влияния нарушений предположений модели динамики базовых активов как на процесс ее построения, так и на получаемые с ее помощью результаты, позволяет оценить качество используемой модели и целесообразность ее применения.

## **ОСНОВНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ**

### **Публикации в рецензируемых журналах, включенных в перечень ВАК**

1. Барышева А.Е. Оценка VaR при негауссовом распределении доходностей активов / Марков А.С., Мицель А.А. // Российский технологический журнал. 2020. – Т.8, № 2. – С. 67-84. DOI: 10.32362/2500-316X-2020-8-2-67-84
2. Барышева А. Е. Модель оценки долгосрочной корреляции активов портфеля / А. Е. Барышева, А. С. Марков, А. А. Мицель // Доклады ТУСУР. – 2020. – Т. 23, № 2. – С. 73–80. DOI: 10.21293/1818-0442-2020-23-2-73-80
3. Барышева А.Е. Учет ESG факторов при формировании инвестиционного портфеля/ Современная наука: актуальные проблемы теории и практики. Серия «Естественные и технические науки». 2021. – №4. С. – 101-116.
4. Барышева А.Е. Актуальные проблемы портфельного инвестирования/ Экономика и предпринимательство. 2020. – №10. С. – 877-882.

### **Публикации в сборниках трудов международных научных конференций**

5. Barysheva A. SDE Simulation in One Click: Fiction or Reality?/Markov A./ IV International research conference "Information technologies in Science, Management, Social sphere and Medicine" (ITSMSSM 2017), Atlantis Press, 2017 (72), 434-437, Томск
6. Барышева А.Е. Проблема изменчивости волатильности активов в задаче динамического управления портфелем Марковица / Марков А.С./ Сборник трудов Всероссийская научно-практическая конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Современные технологии принятия решений в цифровой экономике», 2018, Юрга.

### **Свидетельства об официальной регистрации программ для ЭВМ**

7. Программа для ЭВМ подбора совместного вероятностного распределения случайных величин / А.Е.Барышева. – Свидетельство о государственной регитрации программы для ЭВМ №2020660959 от 15 сентября 2020 года