

УДК: 330.341.42

Объединение агентного подхода и подхода общего равновесия для анализа влияния теневого сектора на российскую экономику

Л. А. Серков^а, С. С. Красных^б

Институт экономики Уральского отделения Российской академии наук,
Россия, 620014, г. Екатеринбург, ул. Московская, д. 29

E-mail: ^а dsge2012@mail.ru, ^б sergeykrasnykh@yahoo.com

Получено 19.12.2019, после доработки — 05.03.2020.

Принято к публикации 11.03.2020.

В предлагаемой публикации используется объединение оптимизационного подхода общего равновесия, позволяющего объяснить поведение спроса, предложения и цен в экономике с несколькими взаимодействующими рынками, и мультиагентного имитационного подхода, формализующего поведение домашних хозяйств. Интегрирование двух этих подходов рассматривается на примере динамической стохастической модели, включающей теневой, неформальный и сектор домашних хозяйств, производящих блага для собственного потребления. Синтез агентного подхода и подхода общего равновесия осуществляется с помощью компьютерной реализации рекурсивной обратной связи между микроагентами и макросредой. В предлагаемом исследовании для реализации взаимодействия микроагентов с макросредой используется один из самых популярных подходов, аппроксимирующий распределение доходов индивидуальных агентов дискретным и конечным набором моментов. Особенностью алгоритма реализации рекурсивной обратной связи является получение индивидуальных поведенческих функций микроагентов при их взаимодействии с макросредой, имитационное моделирование с помощью метода Монте-Карло индивидуальных доходов всей совокупности агентов с последующей агрегацией доходов. Параметры модели оцениваются с помощью байесовской эконометрики на статистических данных экономики России. Исходя из сравнения функций правдоподобия, сделан вывод, что исследуемая модель с неоднородными агентами более адекватно описывает эмпирические данные российской экономики. Поведение функций импульсного отклика основных переменных модели свидетельствует об антициклическом характере политики, связанной с наличием теневых секторов экономики (включая неформальный сектор и сектор производства домохозяйств) во время рецессий. Важным фактором является также то, что индивидуальность в поведении агентов способствует повышению эластичности предложения труда в исследуемых секторах экономики. Научной новизной исследования является объединение мультиагентного подхода и подхода общего равновесия для моделирования макроэкономических процессов на региональном и национальном уровне. Перспективы дальнейших исследований могут быть связаны с моделированием и компьютерной реализацией большего числа источников гетерогенности, позволяющих, в частности, описать поведение неоднородных групп агентов в секторах, связанных с производством товаров и услуг.

Ключевые слова: гетерогенные агенты, ожидания, идиосинкратические шоки, агрегированная неопределенность, теневая экономика, неформальный сектор экономики, легальный сектор экономики, сектор домашних хозяйств, байесовский метод, общее экономическое равновесие

UDC: 330.341.42

Combining the agent approach and the general equilibrium approach to analyze the influence of the shadow sector on the Russian economy

L. A. Serkov^a, S. S. Krasnykh^b

Institute of Economics, Ural Branch of the Russian Academy of Sciences,
29 Moskovskaya st., Yekaterinburg, 620014, Russia

E-mail: ^a dsge2012@mail.ru, ^b sergeykrasnykh@yahoo.com

Received 19.12.2019, after completion — 05.03.2020.

Accepted for publication 11.03.2020.

This article discusses the influence of the shadow, informal and household sectors on the dynamics of a stochastic model with heterogeneous (heterogeneous) agents. The study uses the integration of the general equilibrium approach to explain the behavior of demand, supply and prices in an economy with several interacting markets, and a multi-agent approach. The analyzed model describes an economy with aggregated uncertainty and with an infinite number of heterogeneous agents (households). The source of heterogeneity is the idiosyncratic income shocks of agents in the legal and shadow sectors of the economy. In the analysis, an algorithm is used to approximate the dynamics of the distribution function of the capital stocks of individual agents — the dynamics of its first and second moments. The synthesis of the agent approach and the general equilibrium approach is carried out using computer implementation of the recursive feedback between microagents and macroenvironment. The behavior of the impulse response functions of the main variables of the model confirms the positive influence of the shadow economy (below a certain limit) on minimizing the rate of decline in economic indicators during recessions, especially for developing economies. The scientific novelty of the study is the combination of a multi-agent approach and a general equilibrium approach for modeling macroeconomic processes at the regional and national levels. Further research prospects may be associated with the use of more detailed general equilibrium models, which allow, in particular, to describe the behavior of heterogeneous groups of agents in the entrepreneurial sector of the economy.

Keywords: heterogeneous agents, expectations, idiosyncratic shocks, aggregate uncertainty, shadow economy, informal economy, legal sector of the economy, household sector, Bayesian method, general economic equilibrium

Citation: *Computer Research and Modeling*, 2020, vol. 12, no. 3, pp. 669–684 (Russian).

Актуальность темы исследования и постановка задачи

В настоящее время особо актуальным при исследовании макроэкономических процессов является подход общего равновесия, который реализуется в динамических стохастических моделях (DSGE-модели). При этом практически все результаты, полученные с помощью этих моделей, основаны на принципе репрезентативности экономических агентов с рациональными ожиданиями, который является недостатком моделей, в которых он используется, так как не позволяет моделировать индивидуальность поведения экономических агентов.

Альтернативным к подходу общего равновесия является мультиагентный подход в описании социально-экономических процессов, являющийся новой парадигмой в имитационном моделировании. Многоагентные модели используются для исследования социально-экономических систем, динамика функционирования которых определяется индивидуальной активностью индивидуальных агентов. В качестве активных агентов при макроэкономическом моделировании выступают государственные органы, предприятия ведущих отраслей, корпоративные группы, имеющие определенную структуру и поведение. Страна, регионы и макрорегионы при этом выступают как среда функционирования и взаимодействия этих агентов. Сопряжение интересов всех агентов приводит к формированию оптимальной политики в области торговых отношений, транспорта, логистики и т. д. Таким образом, использование мультиагентного подхода при макроэкономическом моделировании позволяет ослабить принцип редукционизма, присутствующий в DSGE-моделях.

Исходя из вышесказанного, представляет интерес и является содержательной постановкой задачи объединение мультиагентного имитационного подхода и оптимизационного подхода общего равновесия в рамках динамической стохастической модели, включающей теневой и неформальный сектора экономики, а также сектор домашних хозяйств, производящих блага для собственного потребления. Реализация данного синтеза при решении поставленной задачи осуществляется включением в модель общего равновесия домашних хозяйств, состоящих не из репрезентативных агентов, а из популяций микроагентов. Решение полученной модели предполагает реализацию взаимодействия между микроагентами и макросредой (макропеременными модели). Это взаимодействие осуществляется с помощью рекурсивной обратной связи между указанными агентами. Результатом решения должна стать система уравнений модели, параметры которой связаны с предпочтениями индивидуальных агентов (не репрезентативных!). Кроме того, второй частью постановки задачи являются оценка параметров полученной в результате синтеза модели на данных российской экономики и анализ влияния шоков в легальном и теневом секторах экономики на поведение ключевых макроэкономических показателей. Для решения данной задачи используется инструментарий в виде функций импульсного отклика.

Анализ современного состояния исследований в области агентного моделирования национальной и региональной экономики

Анализ современного состояния исследований национальных экономик при использовании подхода общего равновесия в отличие от мультиагентного подхода широко представлен во многих публикациях [Linde, 2018; Rees et al., 2015; Michael, Costa, 2016]¹. Поэтому следует рассмотреть более подробно исследования в области агентного моделирования национальной и региональной экономики.

Одной из важнейших управленческих задач, стоящих перед властями разного уровня — как перед местными властями на уровне муниципальных образований, так и перед региональными

¹ Содержание подхода общего равновесия достаточно полно описано в разделах «Методология исследования и описание модели», «Условия равновесия и решение модели».

на уровне субъектов Российской Федерации, а также перед федеральными органами государственного управления, — является задача разработки планов территориального развития. Именно с целью получения качественных прогнозов параметров управляемой социально-экономической системы, в зависимости от принимаемых мер, а также оценок динамики этих параметров при возможных изменениях внешней среды, разработчики различных территориальных планов все чаще обращаются к такому инструменту, как мультиагентное моделирование. Большой вклад в разработку региональных многоагентных моделей внес авторский коллектив ЦЭМИ РАН под руководством академика В. Л. Макарова [Макаров, Бахтизин, 2013]. В частности, этим коллективом была разработана агент-ориентированная демографическая модель «Россия», имитирующая репродуктивное поведение людей исходя из их внутренних установок. В этой модели роль «убеждений» играют желаемое максимальное число детей, а также распределение рождения этих детей в течение репродуктивного периода женщины. Стимулирующая роль ресурсов, технологий и торговли в процессе развития экономики и межгосударственных (межтерриториальных) отношений реализована в агентной модели, представленной в статье Р. Р. Рамазанова [Рамазанов, 2016]. В публикации подчеркивается, что одним из стержневых факторов существования государства являются отношения людей по поводу ресурсов. Доступ к ресурсам является ключевым фактором, определяющим экономическое благосостояние человека и общества. Также следует отметить особый вклад в разработку региональных многоагентных моделей авторского коллектива Института экономики и организации промышленного производства СО РАН под руководством В. И. Сулова [Сулов и др., 2016]. Этим коллективом рассмотрена концепция включения в агентную модель государства и проанализированы результаты экспериментальных расчетов для условного примера пространственной экономики. Кроме того, в их работах представлена концепция и пилотная версия агент-ориентированной межрегиональной модели «затраты – выпуск» российской экономики. Данная модель интегрирована с межрегиональной моделью «затраты – выпуск», учитывает географическое размещение агентов и представляет уже не отдельный сегмент рынка, а экономику в целом.

Из зарубежных публикаций следует выделить обзор экономических агент-ориентированных моделей, представленный в работе [Tesfatsion, 2006]. Также следует выделить исследование [Hu et al., 2015], в котором представлена модель китайской экономики, названная авторами как «Равновесная модель отклика агентов». В этой модели типы производственных агентов соответствуют 42 секторам китайской экономики наряду с такими агентами, как «население», «правительство», «центральный банк», «коммерческий банк», «рынок труда», «товарный рынок», «финансовый рынок», «внешний товарный рынок». Исходное состояние в базовом году описывается отчетной таблицей «затраты – выпуск» в разрезе 42 секторов, а конечное состояние — прогнозной таблицей «затраты – выпуск» и недельными индексами цен 42 продуктов. Таким образом, в представленной модели также происходит интеграция подхода «затраты – выпуск» и агент-ориентированного подхода. Публикации по интеграции подхода общего равновесия с агент-ориентированным подходом в отечественных и зарубежных источниках отсутствуют.

Методология исследования и описание модели

При исследовании применяются агентный подход и подход общего равновесия. Последний предполагает, что все экономические агенты (домашние хозяйства, фирмы, государство в лице правительства) оптимизируют свою целевую функцию при бюджетных и технологических ограничениях. Домашние хозяйства максимизируют дисконтированный ожидаемый поток полезности путем выбора оптимальных траекторий потребления и часов досуга при заданном бюджетном ограничении. Фирмы максимизируют дисконтированный ожидаемый поток прибыли

путем выбора в каждом периоде объема производства при заданном технологическом ограничении. Особенностью подхода общего межвременного равновесия является то, что результатом его применения являются структурные поведенческие правила (функции спроса и предложения на продукты и ресурсы) в зависимости от цены.

Как отмечалось в постановке задачи, синтез агентного подхода и подхода общего равновесия предполагает осуществление рекурсивной обратной связи между микроагентами и макросредой. Это рекурсивное взаимодействие в общем виде происходит следующим образом. Сначала в рамках модели общего равновесия рассчитываются параметры макроуровня — процентная ставка на капитал и уровень заработной платы. При определении этих параметров задается воспринимаемый микроагентами — домашними хозяйствами — закон изменения агрегированного капитала. Поведение микроагентов моделируется с учетом этих макропараметров. Затем решается задача оптимального поведения индивидуального домашнего хозяйства. Результатом решения этой задачи являются поведенческие функции спроса микроагента. На следующем этапе проводится симуляция Монте-Карло для популяции агентов, в результате которой происходит агрегирование запасов капитала индивидуальных агентов в каждом временном периоде и получается временной ряд для агрегированного капитала. Получаемый временной ряд сравнивается с временным рядом для воспринимаемого микроагентами закона изменения агрегированного капитала (сравниваются регрессионные параметры). Весь алгоритм продолжается до тех пор, пока получаемая ошибка сравнения будет меньше заданной. В конечном итоге получаем уравнения модели общего равновесия, параметры которых связаны с предпочтениями микроагентов (не репрезентативных!). Таким образом, осуществляется синтез мультиагентного подхода и подхода общего равновесия.

Объединение мультиагентного подхода и подхода общего равновесия анализируется в рамках (на примере) динамической стохастической модели с агрегированной неопределенностью в виде технологических шоков, гибкими ценами и заработными платами при наличии двух источников гетерогенности — идиосинкратических шоков доходов домашних хозяйств в легальном и теневом секторах экономики.

В описываемой модели учитываются все группы операций, по которым Росстат производит корректировку валовой добавленной стоимости, то есть теневое (скрытое, но формально законное) производство, операции в неформальном секторе экономики (деятельность, осуществляемую незарегистрированными предприятиями сектора домашних хозяйств) и производство домашних хозяйств для собственного потребления.

В модели рассматриваются три вида агентов — индивидуальные домашние хозяйства (микроагенты), фирмы (репрезентативные агенты) и государственный сектор (единичный агент), т. е. исследуемая модель может быть представлена в виде формализованной совокупности трех множеств: $\langle A, S, E \rangle$, где $A = A_1 \cup A_2 \cup A_3$ — множество агентов модели, $S = S_1 \cup S_2 \dots \cup S_N$ — множество отношений между агентами в модели и $E = E_1 \cup E_2 \dots \cup E_M$ — множество производимых симуляций модели.

Фирмы и домашние хозяйства составляют континуальное множество единичной массы (агенту присваивается индекс $i \in [0, 1]$). Домашние хозяйства, обладающие определенным запасом собственного и заемного капитала, обеспечивают предложение труда и осуществляют капиталовложения в фирмы по процентной ставке r_t (ставка арендной платы за капитал). Фирмы нанимают рабочую силу, производят и продают гомогенный продукт в условиях совершенной конкуренции. Объем выпуска гомогенного продукта фирмами легального сектора описывается производственной функцией Кобба–Дугласа: $Y_{t,r} = z_{1,t} K_t^\alpha h_{t,r}^{1-\alpha}$, где $z_{1,t}$ — агрегированный технологический шок в легальном секторе экономики. В производственной функции K_t — агрегированное значение капитала (на одного агента), $h_{t,r}$ — количество отработанных часов в легальном секторе экономики. Считаем, что теневой сектор экономики обладает более низкой

капиталоемкостью по сравнению с легальным сектором. Поэтому объем выпуска фирм теневого сектора экономики описывается производственной функцией $Y_{t,u} = z_{2,t}h_{t,u}^{\alpha_u}$, где $z_{2,t}$ — агрегированный шок производительности в теновом секторе экономики², $h_{t,u}$ — количество отработанных часов в теновом секторе экономики, $\alpha_u \in [0, 1]$. Отметим, что $z_{1,t}$, $z_{2,t}$ являются экзогенными стохастическими процессами.

Доход фирм легального сектора экономики составляет³ $R_{t,r} = (1 - \tau_F)Y_{t,r}$, где τ_F — ставка налога с прибыли, $\tau_F \in (0, 1)$. Если налоговые органы пресекают деятельность фирм теневого сектора, последние должны будут выплатить сумму $s\tau_F$, где множитель $s > 1$ является штрафом за неуплату налогов. В итоге суммарный доход фирм составляет $R_t = pR_{D,t} + (1 - p)R_{ND,t}$, где p ($p \in (0, 1)$) — вероятность обнаружения налоговыми органами теневого операций фирм, $R_{D,t}$ — суммарный доход фирм при обнаружении ими нарушений, аналогично $R_{ND,t}$ — суммарный доход фирм при отсутствии обнаружения ими нарушений. При этом

$$R_{D,t} = (1 - \tau_F)Y_{t,r} + (1 - s\tau_F)Y_{t,u}, \quad (1)$$

$$R_{ND,t} = (1 - \tau_F)Y_{t,r} + Y_{t,u}, \quad (2)$$

$$R_t = (1 - \tau_F)Y_{t,r} + (1 - p s \tau_F)Y_{t,u}. \quad (3)$$

Максимизируя прибыль $\max_{(h_{t,r}, h_{t,u}, K_t)} \Pi_t = R_t - w_{t,r}h_{t,r} - w_{t,u}h_{t,u} - r_tK_t$, с учетом (3) и выражений для производственных функций $Y_{t,r}$, $Y_{t,u}$ получим уравнения

$$(1 - \alpha) \frac{Y_{t,r}}{h_{t,r}} = \frac{w_{t,r}}{(1 - \tau_F)}, \quad (4)$$

$$\alpha_u \frac{Y_{t,u}}{h_{t,u}} = \frac{w_{t,u}}{(1 - p s \tau_F)} \text{ при } (1 - p s \tau_F) > 0, \quad (5a)$$

$$h_{t,u} = 0 \text{ при } (1 - p s \tau_F) \leq 0, \quad (5b)$$

$$\alpha \frac{Y_{t,r}}{K_t} = \frac{r_t}{(1 - \tau_F)}, \quad (6)$$

где $r_t = r_t(K_t, h_{t,r}, z_{1,t})$ — ставка арендной платы за капитал, $w_{t,r} = w_{t,r}(K_t, h_{t,r}, z_{1,t})$, $w_{t,u}$ — заработные платы агентов в легальном и теновом секторах экономики, K_t — агрегированное значение капитала. Уравнения (5a)–(5b) описывают оптимальный спрос на труд в теновом секторе экономики. Соответственно, если $(1 - p s \tau_F) > 0$, спрос на труд в теновом секторе существует до тех пор, пока предельная производительность труда в этом секторе не будет равна предельным издержкам. При $(1 - p s \tau_F) \leq 0$ спрос на труд в теновом секторе отсутствует.

Неоднородные индивидуальные агенты — домашние хозяйства — в каждый период времени t максимизируют дисконтированный ожидаемый поток полезности $U(c_{it}, h_{it,r}, h_{it,u}, h_{it,n})$ путем выбора оптимальных траекторий потребления и часов досуга при заданном бюджетном ограничении. Суммарный уровень потребления индивидуального агента описывается функцией с постоянной эластичностью замещения:

$$c_{it} = (a(c_{it,m})^\gamma + (1 - a)(c_{it,n})^\gamma)^{1/\gamma}, \quad (7)$$

как в работе [Busato, Chiarini, 2013]. Переменная $c_{it,m}$ — индивидуальный уровень потребления агентом товаров и услуг, производимых в легальном, теновом и в неформальном секторах экономики. В дальнейшем будем называть эти сектора рыночным сектором. Переменная $c_{it,n}$ — индивидуальный уровень потребления агентом товаров и услуг, производимых в секторе домашних хозяйств для собственного конечного использования. Параметры a и $(1 - a)$ являются весовыми факторами, параметр γ определяет эластичность замещения между двумя видами

² Кроме того, в теновом секторе используется часто тот же капитал, что и в легальном.

³ Цена гомогенного продукта принимается равной единице.

потребления $c_{it,m}$ и $c_{it,n}$. Таким образом, задача максимизации ожидаемой дисконтированной суммы значений функции полезности принимает вид

$$\max_{\{c_{it,m}, c_{it,n}, h_{it,r}, h_{it,u}, h_{it,n}, h_{it,nu}\}} E_t \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(c_{it,m}, c_{it,n}, h_{it,r}, h_{it,u}, h_{it,n}, h_{it,nu}). \quad (8)$$

В выражении (8) E_t — оператор ожиданий⁴. Переменные $h_{it,r}$, $h_{it,u}$, $h_{it,nu}$, $h_{it,n}$ — количество отработанных часов в легальном, теневом, неформальном секторах экономики и в секторе производства домашних хозяйств соответственно. Будем считать, что затраты труда $h_{it,nu}$ являются неделимым ресурсом в составе затрат труда $h_{it,n}$. Уровень потребления $c_{it,n}$ зависит от затраченного времени $h_{it,n}$ и применяемого уровня технологии $z_{3,t}$. Примем, что $c_{it,n} = h_{it,n}$. Соответственно, $c_{it,nu} = Y_{it,nu} = z_{3,t}h_{it,nu}$. Вследствие того, что трудовой ресурс $h_{it,nu}$ является неделимым, количество часов, отводимое на досуг индивидуальным агентом, $l_{it} = 1 - h_{it,r} - h_{it,u} - h_{it,n}$.

Домашние хозяйства не имеют возможности инвестировать свои активы в долговые обязательства. Они инвестируют свои активы в физический капитал согласно уравнению $k_{i,t+1} = i_{i,t} + (1 - \delta)k_{i,t}$, где $k_{i,t}$ — запас капитала индивидуального агента на начало периода, параметр δ является нормой обесценения капитала, $i_{i,t}$ — уровень инвестиций.

Бюджетное ограничение задачи в каждый период времени t для индивидуальных домашних хозяйств, потребляющих блага рыночного сектора экономики, в реальных переменных записывается в виде

$$\begin{aligned} c_{it,m} + k_{i,t+1} &= (1 - \tau_Y)(r_t(K_t, h_{t,r}, z_{1,t})k_{it} + \\ &+ w_{t,r}(K_t, h_{t,r}, z_{1,t})e_{4,i,t}h_{it,r}) + w_{t,u}e_{5,i,t}h_{it,u} + (1 - \delta)k_{it} + (1 - \omega)R_{it,nu}, \\ e_{4,i,t} &= (1 - \rho_4) + \rho_4e_{4,i,t-1} + \varsigma_{4i,t}, \quad \varsigma_{4i,t} \sim N(0, \sigma_4^2), \\ e_{5,i,t} &= (1 - \rho_5) + \rho_5e_{5,i,t-1} + \varsigma_{5i,t}, \quad \varsigma_{5i,t} \sim N(0, \sigma_5^2), \\ k_{i,t+1} &\geq -B, \quad B \geq 0. \end{aligned} \quad (9)$$

В бюджетном ограничении (9) $R_{it,nu}$ — доход индивидуального агента от производства в неформальном секторе экономики. В соответствии с уравнениями (1)–(3) $R_{it,nu} = (1 - p\sigma\tau_Y)z_{3,t}h_{it,nu}$. Параметр $\omega \in (0, 1)$ характеризует долю издержек от дохода $R_{it,nu}$ при изготовлении продукции в неформальном секторе экономики. В ограничении (9) предполагается различие в трудовом статусе и, как следствие, в заработных платах индивидуальных агентов в легальном $w_{t,r} = w_{t,r}e_{4,i,t}$ и теневом $w_{t,u} = w_{t,u}e_{5,i,t}$ секторах. Это различие обеспечивается наличием идиосинкратических шоков $e_{4,i,t}$ и $e_{5,i,t}$, подчиняющихся авторегрессионному процессу первого порядка. В бюджетном ограничении (9) τ_Y — предельная ставка налога на доход физических лиц, $\tau_Y \in (0, 1)$. Для упрощения без потери общности будем считать в дальнейшем количество отработанных часов в отдельных секторах одинаковым для всех агентов⁵, т. е. $h_{it,r} = h_{t,r}$, $h_{it,u} = h_{t,u}$, $h_{it,n} = h_{t,n}$, $h_{it,nu} = h_{t,nu}$. Ограничение на запасы капитала $k_{i,t+1} \geq -B$ обеспечивает частичное страхование агентов против рисков уменьшения доходов и неотрицательность потребления.

Экзогенные агрегированные шоки общефакторной производительности $z_{1,t}$, $z_{2,t}$, $z_{3,t}$ являются серийно коррелированными и изменяются в соответствии с уравнениями

$$z_{1,t} = (1 - \rho_1) + \rho_1z_{1,t-1} + \varsigma_{1,t}, \quad (10)$$

$$z_{2,t} = (1 - \rho_2) + \rho_2z_{2,t-1} + \varsigma_{2,t}, \quad (11)$$

$$z_{3,t} = (1 - \rho_3) + \rho_3z_{3,t-1} + \varsigma_{3,t}, \quad (12)$$

где $\varsigma_{1,t} \sim N(0, \sigma_1^2)$, $\varsigma_{2,t} \sim N(0, \sigma_2^2)$, $\varsigma_{3,t} \sim N(0, \sigma_3^2)$, σ_1^2 , σ_2^2 , σ_3^2 — соответствующие дисперсии.

⁴ Оператор рациональных ожиданий $E_t(X_{t+1}) \equiv E(X_{t+1}|I_t)$, где через E обозначен оператор условного математического ожидания, а I_t — информационное множество, доступное агенту в конце периода t и содержащее в себе всю информацию относительно истинной модели экономики, известной агенту.

⁵ При наличии идиосинкратических шоков это предположение не влияет на общность результатов.

Однопериодная функция полезности, используемая в исследовании, основанная на выше-названных предположениях, имеет вид

$$U(c_{it}, h_{it,r}, h_{it,u}, h_{it,n}, h_{it,nu}) = \ln(c_{it}) - \Theta h_{it,nu} + \frac{B_m(l_t)^{1-\rho}}{1-\rho} - \frac{B_u h_{it,u}^{1+\zeta}}{1+\zeta}, \quad (13)$$

где суммарный уровень потребления c_{it} определяется (7), l_t — количество часов досуга, параметр B_m определяет предпочтение досуга, параметры Θ и B_u определяют предпочтение труда в неформальном и в теневом секторах экономики соответственно. Параметры ρ , ζ — обратные эластичности предложения труда в соответствующих секторах экономики. Для ослабления ограничения $k_{i,t+1} \geq -B$ используется метод штрафных функций. Для этого в условие максимизации (8) добавляется штрафная функция вида [Maliar et al., 2010]

$$P(k_{i,t+1}) = \frac{\eta_1}{\eta_0} \exp(-\eta_0(k_{i,t+1} + B)) - \eta_2(k_{i,t+1} + B), \quad (14)$$

где η_0 , η_1 , η_2 — параметры функции. Условие максимизации (8) в этом случае примет вид

$$\max_{\{c_{it,m}, c_{it,n}, h_{it,r}, h_{it,u}, h_{it,n}, h_{it,nu}\}} E_t \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(c_{it,m}, c_{it,n}, h_{it,r}, h_{it,u}, h_{it,n}, h_{it,nu}) - \varphi P(k_{i,t+1}). \quad (15)$$

Государство в лице правительства в модели является единичным агентом. Бюджетное ограничение со стороны государства можно записать в виде

$$g_t = \tau_Y \int_0^1 (r_t k_{it} + w_{t,r} e_{4,i,t} h_{it,r} + p_s Y_{it,nu}) di + \tau_F (Y_{t,r} + p_s Y_{t,u}). \quad (16)$$

Задача максимизации ожидаемой дисконтированной суммы значений функции полезности (15) решается в данной работе методами теории возмущений первого и второго порядка.

Условия равновесия и решение модели

Для решения задачи оптимизации (15) необходимо реализовать взаимодействие индивидуальных агентов с макросредой, в результате чего эти агенты смогут прогнозировать будущие цены труда и капитала. Для прогнозирования будущих цен микроагенты должны знать стохастический процесс изменения агрегированного капитала. Поэтому необходимо реализовать взаимодействие микроагентов с макросредой с помощью рекурсивной обратной связи между ними при соответствующей аппроксимации функции распределения доходов (запасов капитала) среди индивидуальных агентов.

В предлагаемом исследовании для реализации рекурсивной обратной связи между микроагентами и макросредой используется один из самых популярных подходов, предложенный в работе [Krusell, Smith, 1998], аппроксимирующий распределение доходов индивидуальных агентов дискретным и конечным набором моментов $m = (m_1, m_2, \dots, m_I)$, где I — порядок момента. В настоящем исследовании рассматривается аппроксимация распределения доходов индивидуальных агентов набором моментов первого и второго порядка. При аппроксимации первого порядка ($I = 1$) динамика функции распределения запасов капитала индивидуальных агентов заменяется динамикой ее первого момента, т. е. в функциональном виде [Maliar et al., 2010]

$$K_t = b_0 + b_K K_{t-1} + b_{z1} z_{1,t} + b_{z2} z_{2,t} + b_{z3} z_{3,t}, \quad (17a)$$

где коэффициенты b_0 , b_K , b_{z1} , b_{z2} , b_{z3} обновляются при каждой итерации и характеризуют степень убежденности (уверенности) индивидуальных агентов.

При аппроксимации второго порядка функциональная форма закона (17) заменяется на следующую:

$$\begin{aligned} K' &= f_2(K, z_1, z_2, z_3, M_{ke4}, M_{ke5}, M_{e4e5}, M_{k2}; \zeta), \\ M'_{k2} &= f_3(K, z_1, z_2, z_3, M_{ke4}, M_{ke5}, M_{e4e5}, M_{k2}; \bar{\zeta}), \\ M'_{ke4} &= f_4(K, z_1, z_2, z_3, M_{ke4}, M_{ke5}, M_{e4e5}, M_{k2}; \widehat{\zeta}), \\ M'_{ke5} &= f_5(K, z_1, z_2, z_3, M_{ke4}, M_{ke5}, M_{e4e5}, M_{k2}; \widetilde{\zeta}), \\ M'_{e4e5} &= f_6(K, z_1, z_2, z_3, M_{ke4}, M_{ke5}, M_{e4e5}, M_{k2}; \check{\zeta}), \end{aligned} \quad (17b)$$

где $M_{k2}, M_{ke4}, M_{ke5}, M_{e4e5}$ — соответствующие моменты второго порядка, $\zeta, \bar{\zeta}, \widehat{\zeta}, \widetilde{\zeta}, \check{\zeta}$ — векторы коэффициентов перед соответствующими переменными, переменные со штрихом относятся к периоду $t + 1$, временные индексы опущены.

Компьютерная реализация рекурсивной обратной связи между микроагентами и макросредой применительно к исследуемой модели при аппроксимации первого порядка состоит из следующих шагов.

1. На первом шаге инициализируются компоненты вектора \mathbf{b} в (17) — $b_0, b_K, b_{z1}, b_{z2}, b_{z3}$ — и запасов капитала k_{it} для N индивидуальных агентов и формируются временные ряды агрегированных и идиосинкратических шоков длиной T .

2. На втором шаге при заданных значениях коэффициентов $b_0, b_K, b_{z1}, b_{z2}, b_{z3}$ и эволюции агрегированного капитала (17) решается задача оптимизации (15) с функцией полезности (13) и ограничениями (7)–(12) с учетом (4)–(6), (17) для индивидуального агента. Результатом решения задачи оптимизации являются поведенческие функции для индивидуальных агентов $k' = k(z_1, z_2, z_3, e_4, e_5, K')^6$, которые параметризуются в виде $k' = \theta_0 + \theta_1 k + \theta_2 e_4 + \theta_3 e_5 + \theta_4 z_1 + \theta_5 z_2 + \theta_6 z_3 + \theta_7 K$.

3. Используя полученные на втором шаге поведенческие функции для индивидуальных агентов, проводим имитационное моделирование с помощью метода Монте-Карло индивидуальных запасов капитала для совокупности N агентов. Агрегируя на каждом периоде симуляции запасы капитала индивидуальных агентов, получаем временной ряд K_t .

4. Используя параметризованное уравнение для k' , полученное на втором шаге, получаем закон изменения агрегированного капитала $K' = \theta_0 + \theta_1 \int k di + \theta_2 \int e_4 di + \theta_3 \int e_5 di + \theta_4 z_1 + \theta_5 z_2 + \theta_6 z_3 + \theta_7 K$, где i — индекс индивидуального агента, и обновление коэффициентов получаемого вектора b' : $b'_0 = \theta_0 + \theta_2 + \theta_3$, $b'_{z1} = \theta_4$, $b'_{z2} = \theta_5$, $b'_{z3} = \theta_6$, $b'_K = \theta_1 + \theta_7$.

5. Повторяются шаги со второго по четвертый до тех пор, пока норма вектора разности $b' - b$ не будет превышать заданную величину ошибки.

Окончательное решение поставленной задачи является результатом реализации рекурсивной обратной связи между микроагентами и макросредой и установления общего равновесия.

Общее равновесие в модели реализуется при согласовании планов спроса и предложения взаимодействующих агентов. Согласование планов происходит так, чтобы выполнялись включенные в модель материальные и финансовые системные балансовые соотношения [Андреев, Поспелов, 2008].

Применительно к исследуемой модели общее равновесие устанавливается в результате:

– *оптимизации*: агенты — домашние хозяйства — решают задачу максимизации (15) при ограничениях (7)–(12) и заданных значениях $w_{t,r}, w_{t,u}, r_t$ (4)–(6) и воспринимаемом агентами законе изменения агрегированного капитала (17); результатом решения задачи оптимизации являются поведенческие функции агентов, зависящие от агрегированных технологических шоков и идиосинкратических шоков;

⁶ Переменная со штрихом относится к периоду $t + 1$, временные индексы и индексы индивидуальных агентов опущены.

– равновесия на рынке благ:

$$\int \{c(k, z_1, z_2, z_3, e_4, e_5, K') + k'(k, z_1, z_2, z_3, e_4, e_5, K')\} di = Y_r + Y_u + (1 - \delta)K,$$

где $c(\cdot)$, $k'(\cdot)$ – поведенческие функции агентов;

– *стоимостного фактора*: стоимость труда и стоимость капитала, являющиеся информационными переменными, находятся из условий максимизации прибыли фирм (4)–(6);

– *агрегирования факторов производства*:

$$K_t = \int k_{i,t} di, h_{t,r} = \int h_{i,r} di, h_{t,u} = \int h_{i,u} di, h_{t,nu} = \int h_{i,n} di.$$

Таким образом, окончательная система уравнений исследуемой модели выглядит следующим образом:

$$c_t = (a(c_{t,m})^\gamma + (1 - a)(c_{t,n})^\gamma)^{1/\gamma}, \quad (18)$$

$$\frac{ac_{m,t}^{\gamma-1}}{(ac_{m,t}^\gamma + (1 - a)c_{n,t}^\gamma)} = \lambda_t \quad (19)$$

(λ_t – множитель Лагранжа),

$$\frac{(1 - a)c_{n,t}^{\gamma-1}}{(ac_{m,t}^\gamma + (1 - a)c_{n,t}^\gamma)} = \frac{1}{l_t} + B_m l_t^{-\rho}, \quad (20)$$

$$\Theta = \lambda_t(1 - p\sigma\tau_Y)z_{3,t}, \quad (21)$$

$$\lambda_t = E_t \lambda_{t+1} + \beta(1 + (1 - \tau_Y)r_t - \delta), \quad (22)$$

$$l_t = 1 - h_{r,t} - h_{n,t} - h_{u,t}, \quad (23)$$

$$l_t^{-1} = -B_m l_t^{-\rho} + \lambda_t(1 - \tau_Y)w_{m,t}, \quad (24)$$

$$l_t^{-1} = -B_m l_t^{-\rho} + \lambda_t w_{u,t} - B_u h_{u,t}^\zeta, \quad (25)$$

$$z_{1,t}(1 - \tau_F)(1 - \alpha)K_t^\alpha h_{t,r}^{1-\alpha} = w_{t,r}, \quad (26)$$

$$z_{2,t}(1 - p\sigma\tau_F) = w_{t,u}, \quad (27)$$

$$z_{1,t}(1 - \tau_F)\alpha K_t^{\alpha-1} h_{t,r}^{1-\alpha} = r_t, \quad (28)$$

$$c_{t,m} + K_{t+1} = (1 - \tau_Y)(r_t(K_t, h_{t,r}, z_{1,t})K_t + w_{t,r}(K_t, h_{t,r}, z_{1,t})h_{t,r}) + w_{t,u}h_{t,u} + (1 - \delta)K_t + (1 - \omega)R_{t,nu}, \quad (29)$$

$$R_{t,nu} = (1 - p\sigma\tau_Y)z_{3,t}h_{t,nu}, \quad (30)$$

$$Y_{t,nu} = z_{3,t}h_{t,nu}, \quad (31)$$

$$Y_{t,r} = z_{1,t}K_t^\alpha h_{t,r}^{1-\alpha}, \quad (32)$$

$$Y_{t,u} = z_{2,t}h_{t,u}, \quad (33)$$

$$c_{n,t} = z_{3,t}h_{t,n}, \quad (34)$$

$$g_t = \tau_Y(r_t K_t + w_{t,r}h_{t,r} + p\sigma Y_{t,nu}) + \tau_F(Y_{t,r} + p\sigma Y_{t,u}), \quad (35)$$

$$z_{1,t} = (1 - \rho_1) + \rho_1 z_{1,t-1} + \varsigma_{1,t}, \quad (36)$$

$$z_{2,t} = (1 - \rho_2) + \rho_2 z_{2,t-1} + \varsigma_{2,t}, \quad (37)$$

$$z_{3,t} = (1 - \rho_3) + \rho_3 z_{3,t-1} + \varsigma_{3,t}. \quad (38)$$

Все переменные системы уравнений (18)–(38) являются агрегированными переменными. Параметры уравнений этой системы имеют микроэкономическое обоснование, так как они связаны с предпочтениями индивидуальных агентов. Реализация рекурсивной обратной связи между

микроагентами и макросредой осуществлялась в п/п Matlab. При этом второй шаг алгоритма, то есть решение задачи оптимизации для индивидуального агента, оценка параметров модели и окончательная реализация модели осуществлялись в п/п Dynare [Juillard, 2004].

Оценка параметров полученной модели и анализ влияния шоков на макроэкономические показатели российской экономики

Второй частью задачи исследования является оценка параметров полученной в результате синтеза двух подходов модели на данных российской экономики и анализ влияния шоков в легальном и теневом секторах экономики на поведение ключевых макроэкономических показателей.

Оценка параметров модели осуществлялась с помощью байесовской эконометрики [Geweke, 1999]. При этом использовались статистические данные для экономики РФ. Согласно теореме Байеса апостериорная функция $p(\vartheta|Y_T)$ плотности вероятности вектора параметров модели ϑ имеет вид

$$p(\vartheta|Y_T) = \frac{p(Y_T|\vartheta) * p(\vartheta)}{p(Y_T)} = \frac{p(Y_T|\vartheta) * p(\vartheta)}{\int p(Y_T|\vartheta) * p(\vartheta)d\vartheta}, \quad (39)$$

где T — длина временного ряда, $p(Y_T|\vartheta)$ — функция правдоподобия, $p(\vartheta)$ — априорная функция плотности вероятности вектора параметров модели, Y_T — вектор наблюдаемых переменных. Функция $p(Y_T)$ — функция маргинального правдоподобия.

Параметризация исследуемой модели производилась на статистических данных экономики РФ. При этом использовались временные ряды квартальных данных с 2006 по 2017 г.⁷: скорректированный ВВП, ВВП теневого сектора, зарплата в легальном секторе экономики, инвестиции, потребление домашних хозяйств. Все переменные выражены в единицах на душу населения⁸ и рассчитывались в постоянных ценах 2006 г. Для данных по ВВП теневого сектора экономики использовались годовые показатели корректировки валовой добавленной стоимости на экономические операции, не наблюдаемые прямыми статистическими методами⁹.

Несколько параметров модели были заданы из условий максимальной скорости схождения алгоритма. Среди этих параметров — коэффициенты в штрафной функции $\eta_0 = 0.4$, $\eta_1 = 0.3$, $\eta_2 = 0.4$, начальные значения коэффициентов в (17) для приближения первого порядка $b_0 = 1.4$, $b_K = 0.6$, $b_{z1} = 0.95$, $b_{z2} = 0.85$, $b_{z3} = 0.85$. Для упрощения кредитный лимит $B = 0$ (отсутствие чистого долга). Число моделируемых агентов $N = 1000$, длина временной последовательности шоков $T = 10\,000$. Остальные значения фиксированных параметров модели приведены в таблице 1.

Апостериорные оценки параметров, оцениваемых с помощью метода Байеса, приведены в таблице 2. В целях сравнения в этой же таблице приведены оценки параметров для модели с репрезентативными агентами.

Существенным результатом оценки параметров является то, что функция правдоподобия модели с неоднородными агентами имеет большее значение по сравнению с аналогичной функцией для модели с репрезентативными агентами (таблица 2), то есть исследуемая модель более адекватно описывает эмпирические данные российской экономики.

Интересным фактом, вытекающим из таблицы, является различие обратных эластичностей предложения труда ρ и ζ в легальном и теневом секторах экономики. При этом неоднородность

⁷ Источником данных являются официальные сайты Росстата и ЦБ.

⁸ Реальная ставка зарплаты выражена в единицах на душу населения в час.

⁹ Национальные счета России в 2000–2007 годах (2008). Статистический сборник. М.: Росстат; Национальные счета России в 2007–2014 годах (2015). Статистический сборник. М.: Росстат.

Таблица 1. Фиксированные значения параметров исследуемой модели

Параметр	Значение	Обоснование
α	0.36	<i>Наиболее часто используемые значения параметров при анализе DSGE моделей российской экономики [Малаховская, 2013; Полбин, 2013; Шульгин, 2016]</i>
α_u	1.0	
β	0.99	
δ	0.025	
s	1.3	<i>Эти значения параметров выбраны исходя из штрафов за неуплату налогов</i>
p	0.1	<i>Среднее значение из данных по корректировке валовой добавленной стоимости на производство домашних хозяйств для собственного потребления</i>
a	0.830	
τ_Y	0.13	<i>Предельные ставки налога с доходов физических лиц и налога с прибыли</i>
τ_F	0.2	

Таблица 2. Апостериорные оценки параметров по данным российской экономики для моделей с гетерогенными и репрезентативными домашними хозяйствами

Параметр	Апостериорное распределение			
	Модель с гетерогенными агентами		Модель с репрезентативными агентами	
	Среднее	t-stat	Среднее	t-stat
γ	1.733	4.381	1.572	5.645
B_u	2.558	12.834	2.546	12.261
B_m	0.278	6.266	0.243	7.194
ρ	0.361	8.515	0.453	7.904
θ	0.232	7.655	0.223	7.541
ζ	0.222	2.121	0.343	1.987
ρ_1	0.567	3.687	0.595	7.881
ρ_2	0.678	4.254	0.712	26.454
ρ_3	0.845	12.987	0.791	43.865
ρ_4	0.678	10.181	0.643	34.841
ρ_5	0.567	5.165	0.598	23.734
σ_1	0.078	7.598	0.054	9.614
σ_2	0.019	7.441	0.021	7.123
σ_3	0.011	3.361	0.013	4.554
σ_4	0.016	2.356	0.012	3.427
σ_5	0.013	3.234	0.011	3.567
Логарифм функции правдоподобия	410.647		396.451	

распределения активов среди агентов способствует повышению эластичности предложения труда в соответствующих секторах экономики. Также следует отметить, что эластичность замещения γ между двумя видами потребления $c_{i,m}$ и $c_{i,n}$ для модели с гетерогенными агентами выше по сравнению с аналогичной эластичностью для модели с репрезентативными агентами. Значения остальных параметров сравниваемых моделей различаются незначительно.

Одним из основных инструментов анализа DSGE-моделей является исследование поведения функций импульсного отклика. На рис. 1 показано влияние одномоментного положительного технологического шока в легальном секторе экономики на переменные исследуемой модели. Данный шок приводит к возрастанию всех исследуемых макропеременных и к уменьшению объема выпуска в теневом секторе экономики (переменная hu). При этом степень затухания отклика спроса на труд в легальном секторе экономики (переменная hr) намного превышает степень затухания остальных переменных.

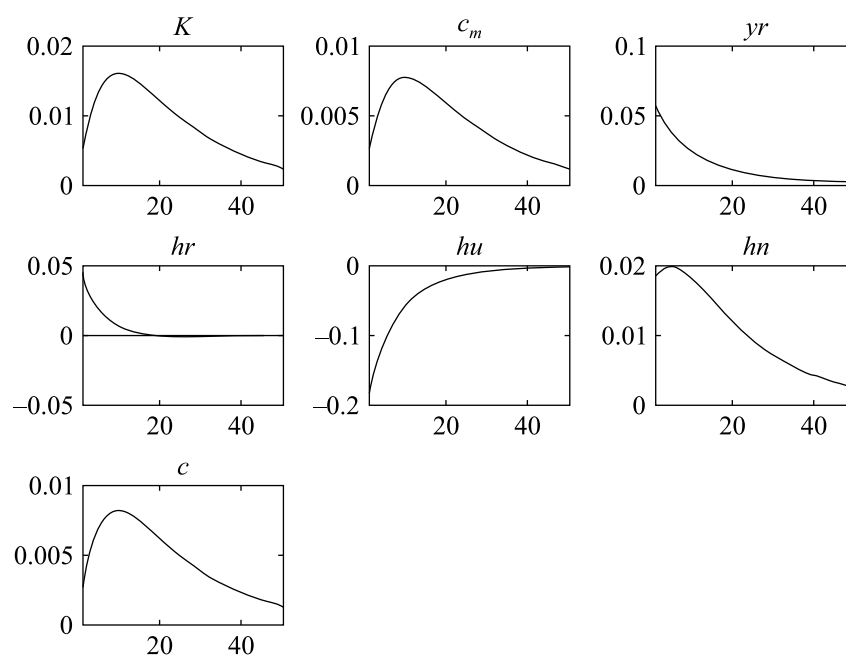


Рис. 1. Влияние положительного технологического шока в легальном секторе экономики на переменные исследуемой модели. Параметры модели указаны в тексте и в таблицах 1 и 2. Величина шока равна одному стандартному отклонению

В отличие от шока в легальном секторе экономики положительный технологический шок в теневом секторе, напротив, приводит к возрастанию объема выпуска в этом секторе. В то же время падают объем выпуска (yr), спрос на труд, и запасы капитала (k) в легальном секторе экономики (рис. 2). При этом суммарный и рыночный уровни потребления возрастают. Уровень потребления домашних хозяйств, производящих блага для собственного потребления, также возрастает. Приведенные результаты свидетельствуют об антициклическом характере политики, связанной с наличием теневых секторов экономики (включая неформальный сектор и сектор производства домохозяйств) во время рецессий. То есть увеличение потребительского спроса и занятости населения в этом секторе во время рецессий минимизируют снижение основных макроэкономических показателей. Отрицательным результатом функционирования теневых секторов является, конечно, сокращение налоговой составляющей бюджетных доходов государства. Поэтому его задачей являются увеличение доли легального сектора экономики и соответствующая оптимальная фискальная политика. Для подтверждения данного вывода на рис. 3, 4 приведены спад объема выпуска в легальном секторе экономики при повышении ставки налога с прибыли на три процентных пункта (рис. 3) и соответствующий рост объема выпуска в теневом секторе экономики (рис. 4). Исключение составляет период симуляций, соответствующий временному отрезку с 2013–2016 гг. в статистических данных, приходящийся на период резкого спада экономики, эффект которого, вероятно, превышает эффект роста ставок налога. Ана-

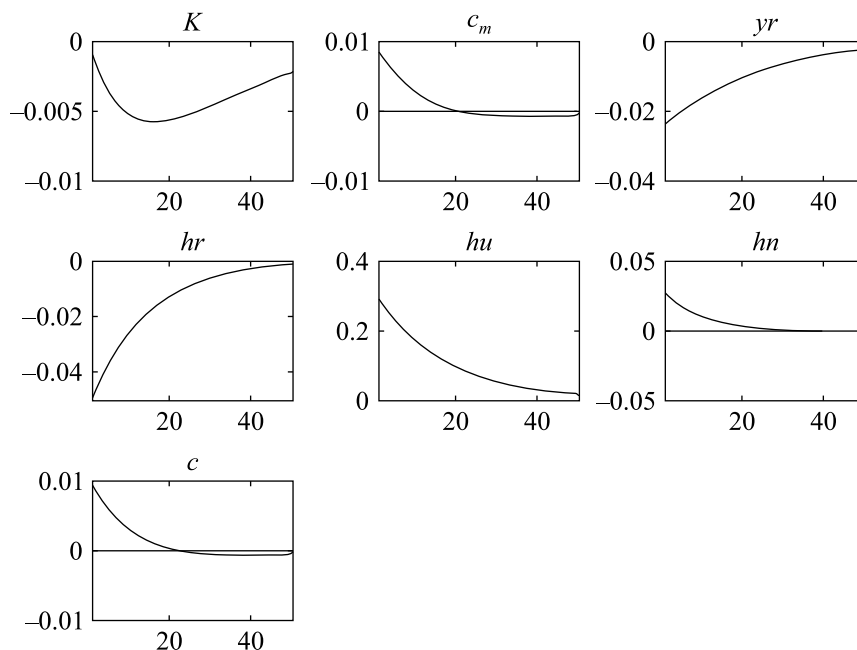


Рис. 2. Влияние положительного технологического шока в теновом секторе экономики на переменные исследуемой модели. Параметры модели указаны в тексте и в таблицах 1 и 2. Величина шока равна одному стандартному отклонению

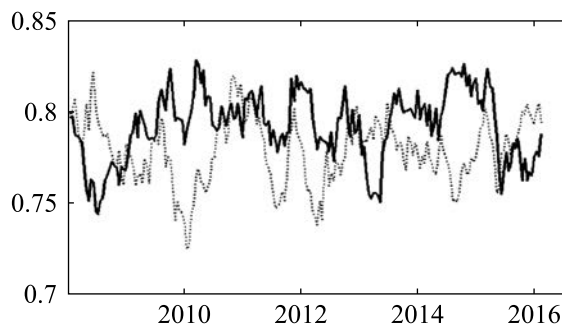


Рис. 3. Динамика объема выпуска (нормированного к суммарному объему выпуска) в легальном секторе экономики при значении ставки налога с прибыли корпораций 0.2 (сплошная линия) и 0.23 (точечная линия). Параметры модели указаны в тексте и в таблицах 1 и 2

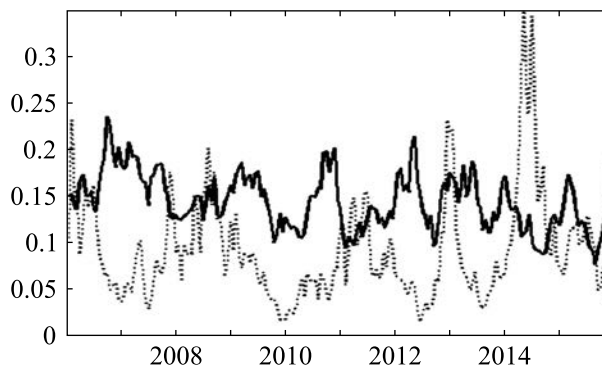


Рис. 4. Динамика объема выпуска (нормированного к суммарному объему выпуска) в теновом секторе экономики при значении ставки налога с прибыли корпораций 0.23 (сплошная линия) и 0.20 (точечная линия). Параметры модели указаны в тексте и в таблицах 1 и 2

логичные изменения объема выпуска в приведенных секторах экономики наблюдаются и при повышении налоговой ставки на доход физических лиц.

Таким образом, в работе представлены результаты исследования влияния теневого, неформального секторов и сектора домашних хозяйств, производящих блага для собственного потребления, на макроэкономическую динамику в РФ. Оригинальность исследования заключается в синтезе агентного подхода и подхода общего равновесия. В предлагаемом исследовании для реализации взаимодействия микроагентов с макросредой используется подход, аппроксимирующий распределение доходов индивидуальных агентов дискретным и конечным набором моментов. Оценка параметров модели осуществлялась с помощью байесовской эконометрики. При этом использовались статистические данные для экономики РФ. Поведение функций импульсного отклика основных переменных модели свидетельствует об антициклическом характере политики, связанной с наличием теневых секторов экономики (включая неформальный сектор и сектор производства домохозяйств) во время рецессий. Важным фактором является также то, что индивидуальность в поведении агентов способствует повышению эластичности предложения труда в исследуемых секторах экономики.

Следует отметить, что поставленная задача объединения мультиагентного подхода и подхода общего равновесия на примере динамической стохастической модели с двумя источниками гетерогенности полностью выполнена. Но реализация данного синтеза двух подходов в многомерных моделях с большим числом источников гетерогенности может столкнуться с трудностями аппроксимации функций распределения соответствующих переменных. Тем не менее практическая значимость полученных результатов заключается в возможности использования интегрирования двух подходов для решения задач, связанных с анализом влияния уровня безработицы и инфляции на экономический рост, задач анализа влияния монетарной и фискальной политики на макроэкономические показатели и т. д.

Список литературы (References)

- Андреев М. Ю., Поспелов И. Г.* Принцип рациональных ожиданий. Обзор концепций и примеры моделей. — М.: ВЦ РАН, 2008. — 79 с.
Andreev M. U., Pospelov I. G. Princip racional'nyh ozhidaniy. Obzor koncepcij i primery modelej [The Principle of Rational Expectations. A Review of Concepts and Model Examples]. — Moscow: VC RAN, 2008. — 79 p. (in Russian).
- Макаров В. Л., Бахтизин А. Р.* Социальное моделирование — новый компьютерный прорыв (агент-ориентированные модели). — М.: Экономика, 2013. — 295 с.
Makarov V. L., Bahrizin A. R. Social'noe modelirovanie — novyj komp'yuternyj proryv (agent-orientirovannye modeli) [Social modeling — a new computer breakthrough (agent-oriented models)]. — Moscow: Ekonomika, 2013. — 295 p. (in Russian).
- Малаховская О. А., Минабутдинов А. Р.* Динамическая стохастическая модель общего равновесия экспортноориентированной экономики. — М.: Высшая школа экономики, 2013. — 33 с.
Malahovskaya O. A., Minabutdinov A. P. Dinamicheskaya stohasticheskaya model' obshchego ravnovesiya eksportnoorientirovannoj ekonomiki [Dynamic stochastic model of general equilibrium of an export-oriented economy]. — Moscow: Vyshaya Shkola Economici, 2008. — 79 p. (in Russian).
- Полбин А. В.* Построение динамической стохастической модели общего равновесия для экономики с высокой зависимостью от экспорта нефти // Экономический журнал ВШЭ. — 2013. — № 2. — С. 1–37.
Polbin A. V. Postroenie dinamicheskoy stohasticheskoy modeli obshchego ravnovesiya dlya ekonomiki s vysokoj zavisimost'yu ot eksporta nefi [Building a dynamic stochastic general equilibrium model for an economy highly dependent on oil exports] // Ekonomicheskij zhurnal VSHE. — 2013. — No. 2. — P. 1–37 (in Russian).
- Рамазанов Р. Р.* Агентное моделирование стимулов развития экономики территорий и их экономических отношений // Искусственные общества. — 2016. — Т. 11, № 1-4. — С. 128–154.
Ramazanov R. R. Agentnoe modelirovanie stimulov razvitiya ekonomiki territorij i ih ekonomicheskikh otnoshenij [Agent modeling of incentives for the development of the economy of territories and their economic relations] // Iskusstvennye obshstva. — 2013. — Vol. 11, No. 1-4. — P. 128–154 (in Russian).

- Суслов В. И., Новикова Т. С., Цыплаков А. А.* Моделирование роли государства в пространственной агент-ориентированной модели // Экономика региона. — 2016. — № 3. — С. 951–965.
Suslov V. I., Novikova T. S., Cyplakov A. A. Modelirovanie roli gosudarstva v prostranstvennoi agent-orientirovannoi modeli [Modeling the role of the state in a spatial agent-oriented model] // Ekonomika Regiona. — 2016. — No. 3. — P. 951–965 (in Russian).
- Шульгин А. Г.* Сколько правил монетарной политики необходимо при оценке DSGE-модели для России? // Прикладная эконометрика. — 2014. — № 36. — С. 3–31.
Shulgin A. G. Skol'ko pravil monetarnoj politiki neobhodimo pri ocenke DSGE-modeli dlya Rossii? [How many monetary policy rules are needed when evaluating DSGE-model for Russia?] // Applied Econometrics. — 2014. — No. 36. — P. 3–31 (in Russian).
- Busato F., Chiarini B.* Steady State Laffer Curve with the Underground Economy // Public Finance Review. — 2013. — No. 5. — P. 608–632.
- Geweke J.* Using simulation methods for Bayesian econometrics models: inference, development and communication // Econometric Reviews. — 1999. — No. 18. — P. 1–73.
- Hu Z., Zhang J., Zhang N.* China's Economic Gene Mutations: By Electricity Economics and Multi-Agent. — Heidelberg: Springer, 2015. — 491 p.
- Juillard M.* Dynare Manual. — CEPREMAP, 2004. — 45 p.
- Krusell P., Smith A.* Income and Wealth Heterogeneity in the Macroeconomy // Journal of Political Economy. — 1998. — No. 106. — P. 867–896.
- Linde J.* DSGE models: still useful in policy analysis? // Oxford Review of Economic Policy. — 2018. — No. 34. — P. 269–286.
- Maliar L., Maliar S., Valli F.* Solving the Incomplete Markets Model with Aggregate Uncertainty Using the Krusell-Smith Algorithm // Journal of Economic Dynamics and Control. — 2010. — No. 34. — P. 42–49.
- Michael S., Costa A.* Structural Trends and Cycles in a DSGE Model for Brazil // Working Paper. Banco Central do Brasil. — 2016. — No. 434. — P. 57.
- Rees D., Smith P., Hall J.* A Multi-sector Model of the Australian Economy // Economic Research Department, Reserve Bank of Australia. — 2015. — No. 7. — P. 63.
- Tesfatsion L.* Agent-based computational economics: A constructive approach to economic theory // Handbook of computational economics. — Amsterdam: North-Holland, 2006. — No. 2. — P. 831–880.