УДК: 004.94

ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭКСТРЕННОЙ ДОСТАВКИ МАТЕРИАЛЬНЫХ СРЕДСТВ НА ОСНОВЕ МЕТОДА ШТРАФНЫХ ФУНКЦИЙ

Р.В. Ахметьянов, А.А. Воробьев, А.Б. Мастин (Санкт-Петербург)

В различных отраслях народного хозяйства, в экономике и в военной сфере принятие управленческих решений нередко связано с поиском определенного баланса (компромисса) между спросом и предложением, потребностями и возможностями, расходом и пополнением некоторого ресурса. Другими словами, осуществляется поиск решений, приводящих к равновесию динамичной ситуации, формируемой двумя разнообразными и разнонаправленными (в смысле расхода/пополнения ресурса) процессами.

Многообразие подобных процессов и сложности их формализации привели к появлению большого количества различных моделей и алгоритмов для поиска рациональных решений. Однако большинство известных подходов посвящены исследованию лишь одного из двух взаимосвязанных процессов и, следовательно, носят частный характер. В частности, изучается динамика расхода ресурсов с целью обоснования их потребных запасов в различных предметных областях, сопутствующие вопросы транспортной и/или складской логистики, стоимостные затраты на приобретение, хранение, доставку ресурсов и т.д. Такие модели и алгоритмы дополнительно дифференцированы по видам ресурсов, уровням управления (например, уровень предприятия, муниципальный, региональный, ведомственный и т.п.), продолжительности моделируемого периода и другим параметрам. Вследствие этого многочисленные и разнообразные математические модели и алгоритмы в большинстве случаев носят частный характер и мало востребованы в практической деятельности. Известные попытки интеграции подобных моделей [1–5] также не принесли ожидаемых эффектов.

Отсутствие достаточно универсальных решений множества актуальных задач в области комплексного исследования процессов расходования $U^k(t)$ и пополнения $V^k(t)$ ресурсов вида *k*, отмеченные недостатки известных подходов определяют целесообразность поиска решений с применением моделей, построенных на основе метода двух функций, и в частности – метода штрафных функций. Под «штрафом» будем понимать размер «дефицита» ресурсов, например, по сравнению с заранее заданным нормативным значением $F^k_{дир}$.

Метод штрафных функций является одним из наиболее популярных и универсальных методов выпуклого программирования [6-8]. Метод штрафа в строгом математическом описании впервые использовал американский математик Р. Курант в 1943 году (для изучения движения в ограниченной области). Методы широко применялись для решения задач локальной минимизации в 1960-е годы. К настоящему времени накоплен положительный опыт применения метода штрафных функций для решения практических задач оптимизации. Преимущества метода обусловлены следующими причинами:

Во-первых, существуют такие задачи, в которых ряд ограничений не являются «жесткими» (выполнение ограничений не является строго обязательным).

Во-вторых, применение штрафных функций позволяет заменить исходную задачу оптимизации со сложной системой ограничений на задачу без них, с дальнейшим использованием методы типа градиентных или покоординатного спуска для численного решения.

В-третьих, применение метода штрафных функций позволяет получить псевдо (обобщѐнное) решение задач с несовместными ограничениями.

В-четвертых, метод может быть использован для решения многокритериальных задач.

Вместе с тем, практическое применение метода штрафных функций нередко вызывает большие трудности, описание которых занимает значительное место в известной литературе [6, 9-11]. Эти трудности обусловлены, прежде всего, необходимостью выполнения условия, по которому основная функция должна быть дважды дифференцируемой. Однако уже в 2000 году В.В. Шмелевым были обоснованы алгоритмы построения на основе «классической» модели штрафных функций аналогичной модели с целочисленными функциями и переменными [12], широко применявшиеся в последние годы при решении ряда прикладных задач теории календарного планирования и теории расписаний. Дальнейшее развитие этого подхода оказывается чрезвычайно эффективным для комплексного исследования процессов расходования/пополнения ресурсов.

В качестве примера рассмотрим задачу своевременного (экстренного) пополнения материальных средств (МС), динамично расходуемых подразделением в ходе выполнения задач по предназначению.

Обозначим $F^k(t)$ – функция обеспеченности подразделения МС типа k_i, $k_i \in K$, $K = \{k_1, k_2, ..., k_I\}$, $i = \overline{1, I}$ в период времени $t \in T$, где T – продолжительность моделируемого периода. Тогда, очевидно,

$$F^k(t) = f\left(U^k(t), V^k(t)\right). \tag{1}$$

Функция $U^k(t)$ зависит от характера решаемых подразделением задач, собственно вида МС и ряда других параметров, а функция $V^k(t)$ определяется, преимущественно, совокупностью мероприятий по обеспечению подразделений МС в рассматриваемый период. Основными ограничениями при построении модели являются следующие:

1) директивные (минимально необходимые) значения обеспеченности подразделений МС $F^k_{дир}$:

$$F^k(t) \ge F^k_{дир} \tag{2}$$

2) продолжительность моделируемого периода: $t \in [0; T]$;

3) область определения функции обеспеченности подразделения:

$$F^k(t) \in \left[0; F^k\right], \tag{3}$$

4) время реализации мероприятий по доставке МС:

$$\Delta t^k_j \le \tau^k, \tag{4}$$

где: Δt^k_j – время на мероприятие $j \in J$ по доставке МС вида $k_i \in K$;

τ^k – лимитное время доставки МС вида $k_i \in K$;

5) количество средств доставки.

В модели (1) функция материальных средств $U^k(t)$ нередко является детерминированной и априорно заданной (для МС номенклатуры $k_i \in K$ и типа тактической задачи).

Функция $V^k(t)$ отражает реализацию мероприятий по доставке МС:

$$V^k(t) = g\left(R_j^k(t)\right), \tag{5}$$

где: $R_j^k(t)$ – функция пополнения МС номенклатуры $k_i \in K$;

$$R_j^k(t) = \sum_{s=1}^{S} \sum_{p=1}^{P} m_{ps}^{jk} * V^{sk} , \tag{6}$$

m_{ps}^{jk} ={0; 1} – индикаторная переменная, отражающая участие средства s в мероприятии $j \in J$ по доставке МС $k_i \in K$;

V^{sk} – грузоподъемность средства s при доставке МС $k_i \in K$.

Для взаимоувязки по времени функций $U^k(t)$ расхода и пополнения $V^k(t)$ МС используются ограничения (2) и (4).

В качестве средств экстренной доставки заранее укомплектованных в контейнеры МС были выбраны три типа беспилотных летательных аппаратов (БЛА), максимальной грузоподъемностью 1, 4 и 6 тонн соответственно. Имитационная модель для исследования процессов расходования/пополнения МС в соответствии с заданными зависимостями и ограничениями была реализована в среде программирования Python [13] – рисунок 1.

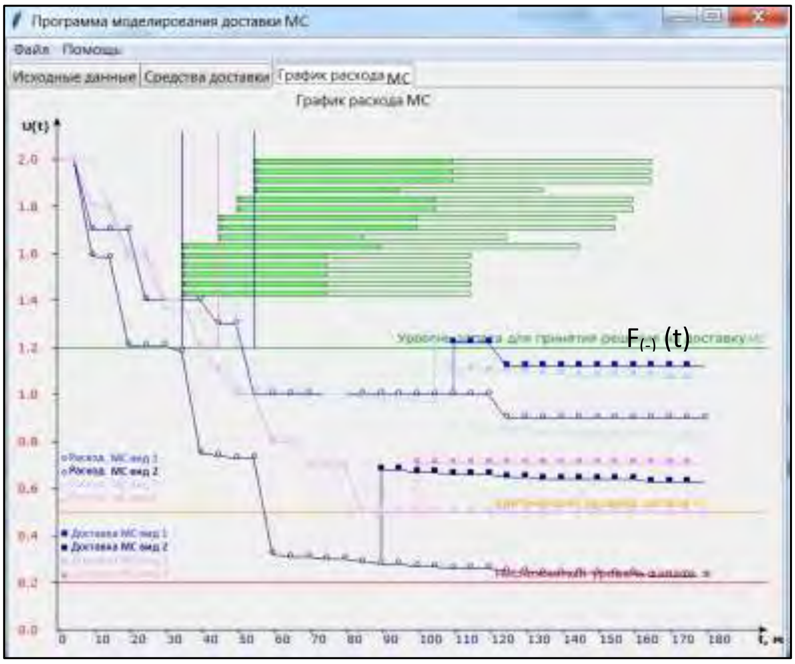

Рис. 1 – Интерфейс программы экстренной доставки МС подразделениям с использованием БЛА

В качестве исходных данных в программе задавались удаленность от подразделения и масса доставляемых МС, критический и неснижаемый уровень запаса, количество и характеристики БЛА, а также различные временные параметры, необходимые для согласования функций $U^k(t)$ расхода и пополнения $V^k(t)$ МС в общей модели (1). В соответствующем окне программы (рисунок 1) выводятся графики доставки по каждому типу МС, в привязке к текущему времени в рамках моделируемого периода. Кроме того, в верхней части окна программы выводится информации о состоянии занятости средств доставки БЛА в привязке к конкретному типу перевозимых МС.

Результатом имитационного моделирования является прогнозирование динамики изменения для каждого вида k МС функции штрафа $F_{(-)}^{k}(t) = F_{дир}^{k} - F^{k}(t)$ в зависимости от различных вариантов применения БЛА и удаленности самих МС от подразделения (рисунок 2).

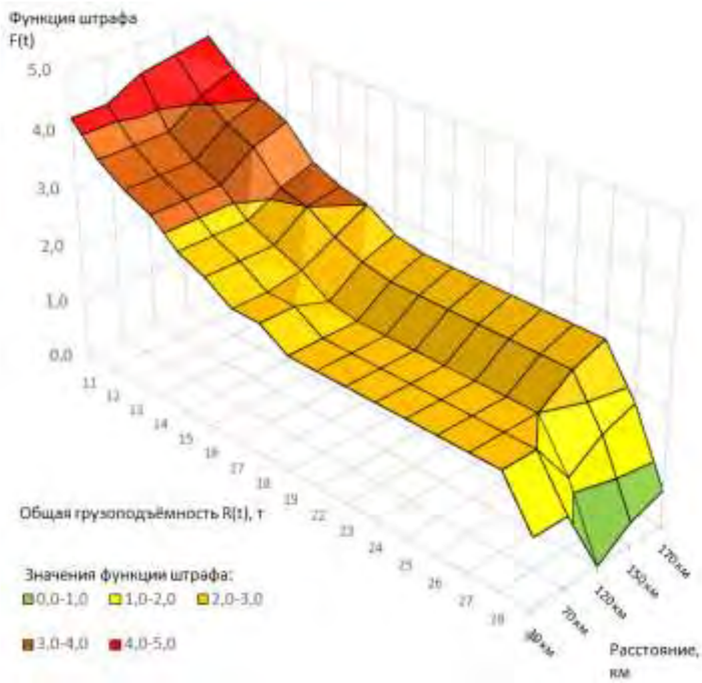

Рис.2 – Изменение функции штрафа при изменении суммарной грузоподъемности БЛА и удаленности доставляемых МС от подразделения

Применение модели в рамках решения задачи экстренной доставки МС подразделению позволило:

– рассчитать рациональную численность парка БЛА с различной грузоподъѐмностью и очередность применения средств экстренной доставки;

– прогнозировать динамику экстренной доставки МС подразделениям;

– рационально планировать мероприятия по экстренной доставке МС в течение заданного периода времени.

Таким образом, исследованы в теоретическом плане и подтверждены экспериментально богатые возможности применения метода штрафных функций при исследовании широкого спектра практических задач, связанных с поиском рациональных решений по восполнению динамично расходуемых разнородных ресурсов.

Литература

1. **Зайковский М.П.** Основные подходы к моделированию подсистем тылового обеспечения Вооружѐнных Сил // Наука и военная безопасность. – 2005. – № 3. – С. 29-31.
2. **Зайцев А.А.** Анализ структурно-функциональной модели системы материально-технического обеспечения // Известия Санкт-Петербургского университета экономики и финансов. – 2011. – № 6 (72). – С. 80-82.

3. **Сысоев В.В.** Модели управления финансовыми потоками в иерархической системе управления интегрированной системы материально-технического обеспечения силовых структур // Вестник УрФУ. Серия: Экономика и управление. – 2013. – № 4. – С. 140-150.
4. **Исаев А.В., Филатов В.И., Фѐдоров В.Н., Гревцов А.В.** Модель автоматизированной системы управления материальным обеспечением воинских частей и соединений РВСН в условиях развития системы материально-технического обеспечения ВС РФ // Национальные приоритеты России. Серия 1: Наука и военная безопасность. – 2015. – № 3 (3). – С. 59-65.
5. **Бабенков А.В., Бабенкова Д.А.** Стохастическая модель управления логистической подсистемой материально-технического обеспечения войск (сил) // Научный вестник Вольского военного института материального обеспечения: военно-научный журнал. – 2018. – № 2 (46). – С. 20-25.
6. **Васильев Ф.П.** Численные методы решения экстремальных задач.– М.: Наука, 1980. – 552 с.
7. **Моисеев Н.Н., Иванилов Ю.П., Столярова Е.М.** Методы оптимизации. – М.: Наука, 1978. – 351 с.
8. **Нурминский Е.А.** Численные методы выпуклой оптимизации. – М.: Наука, 1991. – 168 с.
9. **Гроссман К.Г., Каплан А.А.** Нелинейное программирование на основе безусловной минимизации. – Новосибирск: Наука, 1981. – 184 с.
10. **Пантелеев А.В., Летова Т.А.** Методы оптимизации в примерах и задачах. – М.: Высшая школа, 2005. – 544 с.
11. **Потапов М.М.** Методы оптимизации. Конспект лекций. – М: МГУ им. Ломоносова, 2003. – 78 с.
12. **Шмелев В.В.** Метод точных штрафных функций для линейных смешанных целочисленных задачи оптимизации. Диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математических наук. – М.: ИСА РАН, 2000. – 34 с.
13. **Ахметьянов Р.В., Воробьев А.А., Мастин А.Б.** Обоснование количества и типов грузовых беспилотных летательных аппаратов для экстренной доставки материальных средств // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2020610995 от 23.01.2020.