

ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К МОДЕЛИРОВАНИЮ ПРОЦЕССА ПЛАНИРОВАНИЯ ПЕРЕХВАТА БАЛЛИСТИЧЕСКОЙ ЦЕЛИ

А.П. Хабаров, Д.И. Мельник, С.Л. Старчак (Москва)

Одним из основных факторов, влияющих на эффективность стратегического сдерживания, является способность вооруженных сил государства противостоять одиночным и массированным ракетно-ядерным ударам. Данная способность в значительной степени зависит от уровня развития системы противоракетной обороны (ПРО) государства или блока государств, отражающего агрессию. По этой причине совершенствование средств ПРО является одной из важнейших составляющих военно-технической политики [1-4].

В обеспечение комплекса мер, позволяющих эффективно реализовать отечественную военно-техническую политику [3, 7], организованы и проводятся теоретические исследования, в том числе, иностранных систем и средств ПРО в интересах оценки их боевых свойств, определения вероятных направлений развития с учетом прогнозных ТТХ средств нападения и других релевантных факторов.

Эффективное и качественное решение указанных и ряда других задач в рамках теоретических исследований невозможно без применения имитационного моделирования по ряду причин. Отметим основные из них [1].

Во-первых, система ПРО является сложной военно-технической системой. Так, основу разрабатываемой в настоящее время системы ПРО США составляют, прежде всего, противоракетные комплексы наземного базирования, предназначенные для обнаружения и перехвата атакующих боевых блоков на больших расстояниях от обороняемых объектов. При этом в новых противоракетных комплексах предусматривается поражение баллистических целей за счет кинетической энергии, образующейся при высокоскоростном соударении перехватчика с целью. Такой выбор технического облика системы ПРО обуславливает чрезвычайно высокие требования к качеству совместного функционирования её разнородных компонент (информационных средств, подсистемы боевого управления и связи, средств перехвата баллистических целей) на этапах от планирования их боевого применения до самонаведения перехватчика на цель в сложных условиях фоно-целевой обстановки [1, 5, 6].

Поэтому система ПРО, при соответствующих допущениях, может рассматриваться как совокупность взаимодействующих компонент, являющихся сложными системами с нелинейной динамикой [1, 8].

Во-вторых, в рамках исследования может потребоваться учёт дополнительных факторов, в частности [1, 4]:

- влияние мер противодействия системе и средствам ПРО со стороны противника, таких как информационное и огневое перенасыщение системы ПРО за счет массированного пуска ракет, маневрирование баллистических целей в полете, применение ложных целей и помех, вывод из строя информационных средств;

- влияние точностных и других характеристик информационных средств, вариантов пространственного размещения элементов системы ПРО и их надежности;

- влияние структуры, состава и характеристик подсистемы боевого управления и связи при организации эшелонированной обороны.

Безусловно, это далеко не полный перечень факторов, требующих учета в процессе исследований и, соответственно, отражения в имитационных моделях. Более детально эти вопросы освещены в специальной литературе.

Показательно, что даже те немногие указанные здесь обстоятельства делают весьма затруднительным решение приведенных задач методами, отличными от имитационного моделирования.

Это связано, в том числе, и с тем, что только при имитационном моделировании возможно наиболее полно учесть факторы, определяющие влияние системы ПРО на исход боевых действий в рамках того или иного сценария.

Следует подчеркнуть, что одной из базовых задач, решение которой обуславливает возможность исследований в данной предметной области, является задача планирования перехвата одиночной типовой цели и определения совокупности пространственно-временных и вероятностных характеристик, необходимых для организации функционирования элементов системы ПРО.

В настоящее время ведущими организациями промышленности и НИУ Минобороны накоплен значительный теоретический и практический опыт в области системных исследований проблематики противоракетной обороны, изложенный, например, как в [1, 3-10], так и в специальной литературе. Тем не менее, в определенных ситуациях, ряд частных задач предполагает поиск более эффективных способов решения, как в части точности, так и оперативности проведения исследований.

Совершенствованию научно-методического аппарата решения частной задачи, состоящей в планировании перехвата баллистической цели, и построенной на его основе имитационной модели посвящена настоящая статья.

Процесс поражения цели довольно сложен и состоит из множества этапов, включающих сбор информации о цели, планирование применения, пуск ракеты и полёт к цели, оценку факта поражения [1, 5, 6, 9].

Каждый из этапов заслуживает отдельного внимания, однако в рамках данной статьи ограничимся этапом планирования применения. Отметим, что планирование также является сложным процессом, включающим как организационно-технические мероприятия, так и решение информационно-расчетных задач, объединенных в рамках циклограммы применения ракетного комплекса по назначению. Из всей совокупности информационно-расчетных задач целесообразно сосредоточиться на выборе попадающей траектории, существование которой, при прочих равных условиях, определяет и возможность перехвата конкретной цели.

Известные способы решения аналогичной задачи отличаются степенью точности и вычислительной сложностью [1, 3-10], что позволяет рассмотреть способ поиска точного решения задачи на основании уже имеющегося начального приближения.

Под выбором попадающей траектории будем понимать определение точки встречи ракеты-перехватчика и цели, а также параметров пуска ракеты, при которых она будет выведена в эту точку. Задачу выбора попадающей траектории будем решать при следующих условиях и допущениях:

- цель и ракета-перехватчик рассматриваются как материальные точки, совпадающие с их центрами масс, соответственно;
- движение цели и ракеты-перехватчика относительно центров масс не учитывается;
- перехват планируется исключительно в точках, в которых ракета-перехватчик достигает апогея своей траектории;
- траектория ракеты в геоцентрической подвижной системе координат не зависит от момента старта;
- точности определения параметров движения цели и ракеты перехватчика не учитываются, а процесс самонаведения не рассматривается;

– перехват считается возможным, если в точке перехвата скорость сближения ракеты-перехватчика и цели не превышает максимально допустимого значения и минимальное относительное расстояние между целью и ракетой-перехватчиком не превышает некоторой заданной величины.

С учетом принятых допущений функционирование ракеты-перехватчика может быть аппроксимировано следующей функцией [9, 10]:

$$p_{ai} = I_a(A, \varphi_T, \vec{r}_{ai0}),$$

где

p_{ai} – вектор параметров ракеты-перехватчика в апогее;

A – азимут пуска;

φ_T – конечный угол тангажа;

$\vec{r}_{ai0} = \begin{pmatrix} x_{ai0} \\ y_{ai0} \\ z_{ai0} \end{pmatrix}$ – радиус-вектор, задающий положение точки старта в геоцентрической подвижной системе координат.

При этом компоненты вектора \vec{v}_{ai0} , задающего скорость перехватчика в геоцентрической подвижной системе координат в момент старта t_{ai0} , равны 0.

Вектор p_{ai} определен следующим образом:

$$p_{ai} = \begin{pmatrix} x_{ai} \\ y_{ai} \\ z_{ai} \\ v_{xai} \\ v_{yai} \\ v_{zai} \\ t_{ai} \end{pmatrix},$$

где

$\vec{r}_{ai} = \begin{pmatrix} x_{ai} \\ y_{ai} \\ z_{ai} \end{pmatrix}, \vec{v}_{ai} = \begin{pmatrix} v_{xai} \\ v_{yai} \\ v_{zai} \end{pmatrix}$ – векторы, задающие положение и скорость перехватчика в геоцентрической подвижной системе координат;

t_{ai} – время полёта перехватчика (интервал времени от момента старта до момента достижения апогея).

Функция I_a задаёт область действия ракеты-перехватчика, которая представляет собой поверхность (рисунок 1), заданную множеством пространственных положений ракеты-перехватчика при различных значениях азимута пуска A и конечного угла тангажа φ_T .

В рамках принятых допущений движение цели может быть описано функцией вида [13, 14]:

$$p_b = B(t, p_{b0}, t_0),$$

где

$$p_b = \begin{pmatrix} x_b \\ y_b \\ z_b \\ v_{xb} \\ v_{yb} \\ v_{zb} \end{pmatrix} \text{ и } p_{b0} = \begin{pmatrix} x_{b0} \\ y_{b0} \\ z_{b0} \\ v_{xb0} \\ v_{yb0} \\ v_{zb0} \end{pmatrix} \text{ – векторы параметров движения цели в моменты}$$

времени t и t_0 соответственно.



Рис.1 – Пример поверхности, аппроксимирующей множество точек в апогее траекторий ракеты-перехватчика

Компоненты векторов p_b и p_{b0} , заданные в геоцентрической подвижной системе координат в моменты времени t и t_0 соответственно, имеют следующий смысл:

$$\vec{r}_b = \begin{pmatrix} x_b \\ y_b \\ z_b \end{pmatrix} \text{ и } \vec{r}_{b0} = \begin{pmatrix} x_{b0} \\ y_{b0} \\ z_{b0} \end{pmatrix} - \text{векторы, задающие положения цели;}$$

$$\vec{v}_b = \begin{pmatrix} v_{xb} \\ v_{yb} \\ v_{zb} \end{pmatrix} \text{ и } \vec{v}_{b0} = \begin{pmatrix} v_{xb0} \\ v_{yb0} \\ v_{zb0} \end{pmatrix} - \text{векторы, определяющие скорости цели.}$$

Вербальная постановка задачи выбора попадающей траектории ракетного комплекса перехвата, при допущении существования начального приближения, будет сформулирована следующим образом.

Для известных зависимостей I_a и B , заданном положении точки старта \vec{r}_{ai0} , ограничении на максимально допустимую скорость сближения ракеты-перехватчика и цели в момент перехвата $v_{c.l.max}$, начальном приближении момента перехвата t_0 , параметрах движения цели p_{b0} на момент t_0 , начальном приближении азимута пуска A_0 и конечного угла тангажа φ_{T0} ракеты-перехватчика найти момент перехвата t^* , координаты точки перехвата \vec{r}^* , скорости перехватчика \vec{v}_{ai}^* и цели \vec{v}_b^* в точке перехвата, момент пуска t_n^* , азимут пуска A^* и конечный угол тангажа φ_T^* .

Математическая постановка задачи поиска точного решения может быть представлена следующим образом:

$$\begin{cases} f_1(A, \varphi_T, t, \vec{r}_{ai0}, p_{b0}) = 0 \\ f_2(A, \varphi_T, t, \vec{r}_{ai0}, p_{b0}) = 0 \\ f_3(A, \varphi_T, t, \vec{r}_{ai0}, p_{b0}) = 0 \\ v_{c.l.}(A, \varphi_T, t, \vec{r}_{ai0}, p_{b0}) \leq v_{c.l.max} \end{cases},$$

или в векторной форме:

$$\begin{cases} F(a_f) = 0 \\ v_{c.l.}(A, \varphi_T, t, \vec{r}_{ai0}, p_{b0}) \leq v_{c.l.max} \end{cases},$$

где

$$F(a_f) = \begin{pmatrix} f_1(A, \varphi_T, t, \vec{r}_{ai0}, p_{b0}) \\ f_2(A, \varphi_T, t, \vec{r}_{ai0}, p_{b0}) \\ f_3(A, \varphi_T, t, \vec{r}_{ai0}, p_{b0}) \end{pmatrix},$$

$$a_f = \begin{pmatrix} A \\ \varphi_T \\ t \end{pmatrix} - \text{вектор искомых переменных,}$$

$v_{c.l.}$ – функция, вычисляющая скорость сближения ракеты-перехватчика и цели.

Т.е. задача выбора попадающей траектории предполагает решение системы нелинейных уравнений относительно искомым переменных A , φ_T , t и проверку ограничения на скорость сближения.

Алгоритм вычисления значений функций f_1 , f_2 , f_3 и $v_{c.l.}$ содержит следующие построения. Вычисляются функции I_a и B :

$$I_a(A, \varphi_T, \vec{r}_{ai0}) = p_{ai} = \begin{pmatrix} x_{ai} \\ y_{ai} \\ z_{ai} \\ v_{xai} \\ v_{yai} \\ v_{zai} \\ t_{ai} \end{pmatrix}; B(t, \vec{p}_{b0}, t_0) = p_b = \begin{pmatrix} x_b \\ y_b \\ z_b \\ v_{xb} \\ v_{yb} \\ v_{zb} \end{pmatrix}.$$

Далее на основании значений векторов p_{ai} и p_b вычисляются функции f_1 , f_2 , f_3 и $v_{c.l.}$.

Значения функций f_1 и $v_{c.l.}$ вычисляются по формулам:

$$f_1(A, \varphi_T, t, \vec{r}_{ai0}, p_{b0}) = |\vec{r}_b| - |\vec{r}_{ai}| = \sqrt{x_b^2 + y_b^2 + z_b^2} - \sqrt{x_{ai}^2 + y_{ai}^2 + z_{ai}^2};$$

$$v_{c.l.}(A, \varphi_T, t, \vec{r}_{ai0}, p_{b0}) = |\vec{v}_b - \vec{v}_{ai}| = \sqrt{(v_{xai} - v_{xb})^2 + (v_{yai} - v_{yb})^2 + (v_{zai} - v_{zb})^2}.$$

Алгоритм вычисления значений функций f_2 и f_3 следующий.

На первом шаге строится базис из векторов \vec{x} , \vec{y} и \vec{z} :

$$\vec{y} = \frac{\vec{r}_{ai0}}{|\vec{r}_{ai0}|}, \vec{x} = \frac{\vec{r}_{ai} - \vec{y}(\vec{y}, \vec{r}_{ai})}{|\vec{r}_{ai} - \vec{y}(\vec{y}, \vec{r}_{ai})|}, \vec{z} = \vec{x} \cdot \vec{y}.$$

Таким образом, единичные векторы \vec{x} и \vec{z} параллельны плоскости местного горизонта, проходящей через точку старта \vec{r}_{ai} . Единичный вектор \vec{y} сонаправлен с вектором \vec{r}_{ai} .

На втором шаге вычисляются проекции вектора \vec{r}_b на оси \vec{x} и \vec{z} и на плоскость xz :

$$r_{bx} = (\vec{r}_b, \vec{x}); r_{bz} = (\vec{r}_b, \vec{z}); r_{bxz} = \sqrt{r_{bx}^2 + r_{bz}^2}$$

На третьем шаге уже непосредственно вычисляются значения функций f_2 и f_3 :

$$f_2(A, \varphi_T, t, \vec{r}_{ai0}, p_{b0}) = \begin{cases} \arccos \frac{r_{bx}}{r_{bxz}}, r_{bz} \geq 0 \\ -\arccos \frac{r_{bx}}{r_{bxz}}, r_{bz} < 0 \end{cases}$$

$$f_3(A, \varphi_T, t, \vec{r}_{ai0}, p_{b0}) = \arccos \frac{(\vec{r}_b, \vec{y})}{|\vec{r}_b|} - \arccos \frac{(\vec{r}_{ai}, \vec{y})}{|\vec{r}_{ai}|}.$$

Из приведённых выше выражений видно, что f_2 определяет угол между проекциями векторов \vec{r}_b и \vec{r}_{ai} на плоскость, задаваемую векторами \vec{x} и \vec{z} , а f_3 определяет разность между двумя углами: углом между вектором \vec{r}_b и вектором \vec{y} и углом между вектором \vec{r}_{ai} и вектором \vec{y} (рисунок 2).

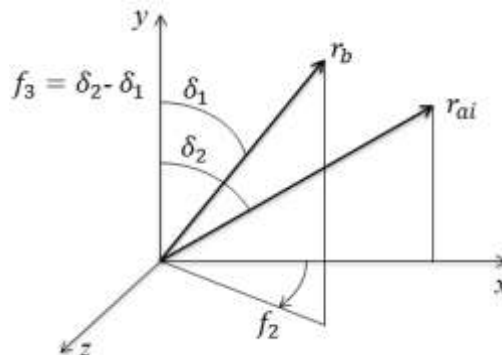


Рис.2 – Геометрическая интерпретация величин, вычисляемых функциями f_2 и f_3

Решение системы $F(a_f) = 0$ получено методом Ньютона [11, 12]. Применительно к рассматриваемой задаче рекуррентное выражение, реализующее итерационный процесс метода Ньютона, будет иметь вид:

$$a_{f(i+1)} = C \left(a_{f(i)} - \left(F(a_{f(i)}) \right)^{-1} F(a_{f(i)}) \right),$$

где

i – номер итерации,

F – матрица Якоби для функции F ,

$C(a_f)$ – функция, корректирующая конечный угол тангажа для аргумента $a_f = (A \ \varphi_T \ t)^T$:

$$C(a_f) = \begin{cases} (A \ \varphi_{Tmin} \ t)^T, & \varphi_T \leq \varphi_{Tmin} \\ (A \ \varphi_T \ t)^T, & \varphi_{Tmin} < \varphi_T < \varphi_{Tmax} \\ (A \ \varphi_{Tmax} \ t)^T, & \varphi_T \geq \varphi_{Tmax} \end{cases}$$

Здесь φ_{Tmin} и φ_{Tmax} – минимальный и максимальный допустимые конечные углы тангажа.

Значение начального приближения вектора искомых переменных a_f выбирается равным

$$a_{f(0)} = \begin{pmatrix} A_0 \\ \varphi_{T0} \\ t_0 \end{pmatrix}.$$

Указанное выше выражение для $a_{f(i+1)}$ фактически служит для вычисления точек пересечения траектории цели с областью действия ракеты-перехватчика.

На практике система уравнений $F(a_f) = 0$ может иметь одно или два решения, или не иметь решения вообще. Для случая двух решений итерационный процесс сходится к тому решению, которое «ближе» к начальному приближению.

Критерии останова процесса поиска решения имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} d(a_{f(i)}) &< d_{max}, \\ d(a_{f(i+1)}) &> d(a_{f(i)}), \end{aligned}$$

где

d_{max} – максимально допустимое расстояние между ракетой-перехватчиком и целью в точке встречи (т.е., по сути, точность решения).

Верхний критерий позволяет остановить процесс поиска решения в случае, когда решение существует и достигнута требуемая точность. Нижний критерий позволяет остановить процесс поиска решения, когда решение отсутствует.

Когда решение $a_f^* = (A^* \ \varphi_T^* \ t^*)^T$ системы $F(a_f) = 0$ найдено, происходит проверка ограничения на скорость сближения $v_{c.l.}(A^*, \varphi_T^*, t^*, \vec{r}_{ai0}, p_{b0}) \leq v_{c.l.max}$. В случае успешности проверки вычисляются координаты точки перехвата, скорости перехватчика и цели в точке перехвата и момент пуска:

$$I_a(A^*, \varphi_T^*, \vec{r}_{ai0}) = \begin{pmatrix} x_{ai}^* \\ y_{ai}^* \\ z_{ai}^* \\ v_{xai}^* \\ v_{yai}^* \\ v_{zai}^* \\ \Delta t_{ai}^* \end{pmatrix}; B(t^*, \vec{p}_{b0}, t_0) = \begin{pmatrix} x_b^* \\ y_b^* \\ z_b^* \\ v_{xb}^* \\ v_{yb}^* \\ v_{zb}^* \end{pmatrix};$$

$$\vec{r}^* = \begin{pmatrix} x_b^* \\ y_b^* \\ z_b^* \end{pmatrix}; \vec{v}_{ai}^* = \begin{pmatrix} v_{xai}^* \\ v_{yai}^* \\ v_{zai}^* \end{pmatrix}; \vec{v}_b^* = \begin{pmatrix} v_{xb}^* \\ v_{yb}^* \\ v_{zb}^* \end{pmatrix}; t_n^* = t^* - \Delta t_{ai}^*.$$

На рисунке 3 приведён пример работы предложенной методики поиска точного решения. Символами x , y и z обозначены оси геоцентрической подвижной системы координат.

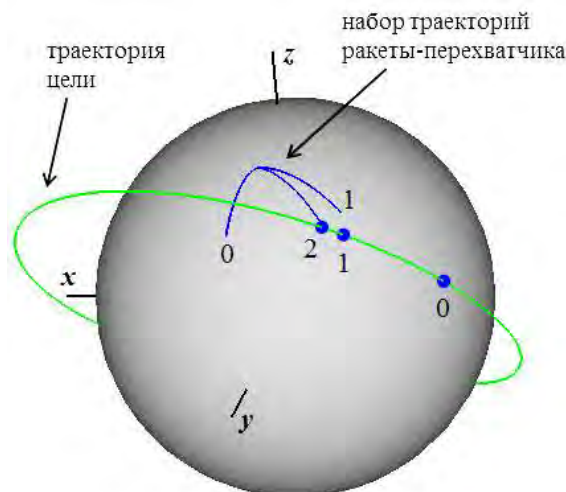


Рис.3 – Пример итерационного процесса поиска точного решения

Цифрами обозначены траектории ракеты-перехватчика и положения цели на соответствующих этим цифрам итерациях. Цифрой 0 обозначены начальные приближения, соответствующие вектору искомым переменных $a_{f(0)}$. Из рисунка 3 видно, что уже на второй итерации положение ракеты-перехватчика в точке апогея и положение цели практически совпадают.

Предложенный способ формализованного представления ракеты-перехватчика и цели инвариантен к способу получения (задания) начального приближения.

Следует отметить, что предложенный подход может быть применен и для поиска попадающей траектории при случайном способе задания начальных условий. Однако, в таком случае, время поиска точного решения также будет носить случайный характер.

Таким образом, в ряде прикладных и теоретических задач процесс исследования планирования применения ракетного комплекса перехвата, с учетом принимаемых упрощений и допущений, может быть заменен процессом поиска попадающей траектории.

Изложенная методика расширяет возможности существующего научно-методического аппарата в области теоретических основ построения и применения системы и средств противоракетной обороны. Реализованная на её основе математическая модель может быть использована как для проведения самостоятельных исследований, так и в составе имитационно-моделирующих комплексов сложных военно-технических систем.

Литература

1. **Ненартович Н.Э., Горевич Б.Н.** Система противоракетной обороны США. Анализ и моделирование. М.: ПАО «НПО «Алмаз», 2018. 320 с.

-
2. Глобальная система противоракетной обороны США как военная угроза безопасности Российской Федерации [Текст] / П.А. Коляндра, Б.В. Козейкин, С.Л. Старчак // Военная безопасность России: взгляд в будущее: материалы 3-й Междунар. науч.-практ. конф. научного отделения № 10 РАН. Москва, 15 марта 2018 года / РАН, МГТУ им. Н.Э. Баумана, ВА ГШ ВС РФ. – М.: Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2018. – 364 с.: ил. – С. 202-207.
 3. **Буренок В.М., Ляпунов В.М., Мудров В.И.** Теория и практика планирования и управления развитием вооружения. Под ред. А.М. Московского. М.: Изд-во «Вооружение. Политика. Конверсия», 2005. 418 с.
 4. Системы ракетно-космической обороны. В 4 томах. Том I. Ракетно-космические вооружения. Создание и развитие систем ракетно-космической обороны / Под ред. доктора технических наук О.Ю. Аксёнова. – М.: АО «ИД «Аргументы недели», 2020. – 304 с.
 5. Системы ракетно-космической обороны. В 4 томах. Том II. Основы теории полета баллистических ракет и космических объектов. Методы наведения противоракет/ Под ред. доктора технических наук О.Ю. Аксёнова. – М.: АО «ИД «Аргументы недели», 2020. – 400 с.
 6. Системы ракетно-космической обороны. В 4 томах. Том III. Основы построения систем и средств ракетно-космической обороны / Под ред. доктора технических наук О.Ю. Аксёнова. – М.: АО «ИД «Аргументы недели», 2020. – 240 с.
 7. Методологические проблемы и новации в прогнозировании военно-технических угроз России / Б.В. Козейкин, П.А. Коляндра, С.Л. Старчак // Военная безопасность Российской Федерации: взгляд в будущее // Сборник науч. тр. 2 НПК РАН. – МГТУ. 2017. С. 97–103.
 8. Концептуальные подходы к моделированию боевых действий [Текст] : монография / Григоренко В.М. – Тверь: Изд-во ВА ВКО МО РФ. 2010.
 9. Математическое описание движения и оценка маневренных возможностей кинетического перехватчика с двигателем поперечного управления / Ненартович Н.Э., Горевич Б.Н. // Вестник Концерна ВКО «Алмаз – Антей» / № 2, 2019. Стр. 40-50.
 10. Методика формирования комплекса обороны от космических объектов за атмосферой / Завалий В.Н., Иванов Н.А., Новиков В.А // Расплетинские чтения - 2016 // Сборник науч. тр. Всероссийской научно-технической конференции. 2016. С. 29-31.
 11. **Канатников А.Н., Крищенко А.П.** Аналитическая геометрия: Учеб. для вузов. 2-е изд. / Под ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000. – 388 с. (Сер. Математика в техническом университете; Вып. III).
 12. **Канатников А.Н., Крищенко А.П., Четвериков В.Н.** Дифференциальное исчисление функций многих переменных: Учеб. для вузов / Под ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000. – 456 с. (Сер. Математика в техническом университете; Вып. V).
 13. **Рой А.** Движение по орбитам. – М.: Мир, 1981. – 544 с.
 14. **Монтенбрук О., Пфлегер Т.** Астрономия на персональном компьютере (+CD). – СПб.: Питер, 2002. – 320 с.: ил.