УДК: 004.94

ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ ПВО ПРИ МАЛОМ ВРЕМЕНИ ПРЕБЫВАНИЯ РОЯ БПЛА В ЗОНЕ ОБСТРЕЛА

А.Р. Исхаков, Р.Ф. Маликов (Уфа)

Введение

Беспилотные летательные аппараты (БПЛА) прочно заняли свою нишу на поле современного боя. БПЛА в небе над театром военных действий (ТВД) используются в целях разведки, корректировки артиллерийского огня и для самостоятельного подавления огневых позиций противника. Для войн XXI века характерным элементом боя станет использование роя БПЛА. Исследования и разработки передовых боевых систем, использующих тактику роя для воздушных и наземных робототехнических комплексов, ведутся во многих странах мира.

Минобороны РФ на форуме «Армия-2019» впервые представила систему управления роем БПЛА для массированного удара «Стая-93» [1]. Данная система разработана Военно-учебным научным центром ВВС России (Воронеж). Как отмечают разработчики, проект «Стая-93» представляет комплекс монопланов, количество которых может динамично увеличиваться в ходе решения боевой задачи. Каждый моноплан способен нести боевую нагрузку до 2,5 кг. Комплекс может иметь различную конфигурацию (топологию) сети монопланов, в которой есть ведущий и ведомые БПЛА. Связь между монопланами осуществляется через ИК-канал. Данный комплекс обладает возможностью не только изменять свою топологию, но и, в случае уничтожения ведущего БПЛА, заменить его одним из доступных монопланов. Российские военные уже сталкивались с атаками «роя беспилотников», которые периодически атакуют российскую авиационную базу Хмеймим в Сирии. Известно, что ведущими разработчиками роя БПЛА являются США и Китай [2]. Но пока ни одна из ведущих стран мира официально не представила реальный проект роя БПЛА, который был бы способен принимать участие в общевойсковом бою.

Концепция роя БПЛА не является новой с точки зрения военной науки. На ТВД XX века предшественником этого подхода была концепция атаки авиационными системами на эшелонированную систему ПВО противника. Для детального анализа данной концепции обратимся к работе [3]. Статья посвящена вопросам реализации моделей роевых методов и алгоритмов в системе имитационного моделирования Rand Model Designer [4].

Классический подход к оценке эффективности системы ПВО

Вооруженные силы РФ состоят из таких видов, как сухопутные войска, воздушно-космические силы и военно-морской флот [5]. Сухопутные войска в своем составе имеют воска противовоздушной обороны, а воздушно-космические силы – войско ПВО-ПРО. Практика применения эшелонированной системы ПВО, хоть и является тактикой прошлого века, она доказала свою эффективность во время Великой отечественной войны и локальных конфликтах на территории других стран. В России же эшелонированную оборону военно-технических объектов еще никто не отменял. Однако как показывает опыт [2], использование роя ударных БПЛА может поставить под угрозу любую подобную тактику обороны.

В работе [3] для оценки эффективности системы ПВО предлагается использование методов теории массового обслуживания (ТМО). Целью ТМО является разработка новых и исследование существующих систем массового обслуживания

(СМО). СМО состоит из приборов (линий, потоков и т.п.) обслуживания. В ПВО роль приборов будут выполнять зенитные и ракетные системы ПВО, средства воздушной разведки, мастерские по ремонту вооружения и т.д. СМО направлены на удовлетворение поступающих в нее требований (заявок). Под требованием нужно понимать воздушные цели в зоне поражения ПВО. Поступающие требования образуют некоторую временную последовательность событий, которая называется потоком. Различают входящий и выходящий потоки. Входящий поток образуют все авиационные системы противника, участвующие в воздушном налете на объект обороны. Выходящий поток образуют те требования входящего потока (авиационные системы), которые, по тем или иным причинам, не смогли быть обслужены ПВО (не сбитые авиационные системы) и прорвались к объекту обороны.

Процесс обслуживания требований в СМО состоит из фаз. Если таких фаз больше одной, то СМО является многофазовой. Например, систему ПВО в простом случае можно структурно рассматривать в виде совокупности системы управления и комплекса огневых средств. Работа двухфазовой системы осуществляется следующим образом. Самолет противника, попав в зону наблюдения ПВО, обнаруживается и распределяется системой управления между зенитными огневыми средствами (первая фаза), а затем попадает под обстрел наиболее подходящим зенитным вооружением (вторая фаза).

По времени пребывания требований во входящем потоке СМО разбиваются на системы с отказами, системы с ограниченным временем ожидания и систем с неограниченным временем ожидания. Двухфазовая СМО с ограниченным временем ожидания в терминах нашей прикладной области представляют случай, когда самолеты противника, попав в зону наблюдения ПВО, попадают под отслеживание системы управления зенитным вооружением. Далее, достигнув зоны обстрела, система ПВО переходит к фазе уничтожения противника. Если же зенитное вооружение свободно, то начинается процесс обстрела самолета противника. В противном случае, самолет противника будет находиться ограниченное время в зоне наблюдения ПВО под сопровождением системы управления зенитным вооружением.

В рассматриваемой СМО с ограниченным временем ожидания, допустимыми требованиями к задаче являются:

1) требования к обслуживанию принимаются в порядке очередности их поступления в СМО, т.е. ПВО сопровождает и начинает обстрел тех самолетов противника, которые поступили в СМО в виде требований;

2) в первую очередь обстреливаются те самолеты противника, которые наиболее близко располагаются к объекту обороны, т.е. обслуживаются требования, имеющие минимальное время до отказа в обслуживании;

3) появление самолетов противника в зоне наблюдения и обстрела является случайным, т.е. требования на обслуживание принимаются в случайном порядке, что характерно при массированном воздушном налете, как в случае с роевой тактикой БПЛА;

4) детерминированной величиной может быть количество БПЛА, отправленных на выполнение боевой задачи противника, т.е. количество поступаемых требований в СМО является конкретным значением или ограничено доступными ресурсами;

5) случайным является также и время нахождения каждого конкретного БПЛА в рое, т.е. время ожидания каждого требования во входящем потоке является случайным, ибо зависит от локальной задачи каждого БПЛА;

6) случайным является время обстрела отдельного БПЛА, т.е. время обслуживания требования является случайным и не зависит от предыдущих аналогичных показателей.

По своей природе входящий поток требований является пуассоновским, называемый также и простейшим потоком. Простейший поток обладает свойствами стационарности, ординарности и отсутствия последействия. В рамках предметной области свойство стационарности понимается, как вероятность появления k требований во входящем потоке по формуле Пуассона (1).

$$P_k(\tau) = \frac{(\lambda\tau)^k}{k!} e^{-\lambda\tau}, \qquad (1)$$

где τ – длина взаимно не пересекающихся равных отрезков на временной оси, отложенных от моментов времени $t_1, t_2, ..., t_n, ...$; k – количество случайных требований, появляющихся в каждом из этих отрезков, λ – параметр простейшего потока, интерпретируемый как его интенсивность. Таким образом, стационарность для решаемой задачи означает, что в случайные моменты времени $t_1, t_2, ..., t_n, ...$ объект обороны ПВО подвергается воздушному налету группировкой из k авиационных систем противника.

Ординарность потока требований означает практическую невозможность появления двух и более требований в один и тот же момент времени. В случае роя БПЛА это условие нужно понимать следующим образом. Допустим, что система ПВО моделируется двухфазным СМО, на первой фазе которого система управления зенитным вооружением распределяет рой БПЛА на две группы по количеству доступного зенитного вооружения по некоторому показателю (территориальная близость к вооружению; тип БПЛА, который может быть уничтожен соответствующим зенитным вооружением и т.п.). Причем состав каждого из входящих потоков может меняться, но при этом они должны оставаться простейшими потоками в соответствие с (1). Это обеспечивается перераспределением k требований входящего потока по соседним отрезкам согласно требованию 2 к задаче.

При таком подходе гарантируется третье свойство пуассоновского потока – отсутствие последействия. Отсутствие последействия заключается в том, что вероятность поступления за отрезок времени τ определенного числа требований не зависит от того, сколько требований уже поступило в систему раньше.

Важной характеристикой потока требований является его интенсивность, которая определяется как математическое ожидание (2) числа требований в единицу времени.

$$M\left(\mu(t)\right) = \lambda t, \qquad (2)$$

где $\mu(t)$ – интенсивность потока, λ – параметр потока. Таким образом, если поток простейший, то $\mu(t) = \lambda$, иначе $\mu(t) \neq \lambda$. При этом два потока могут отличаться друг от друга только параметрами $\lambda_1 \neq \lambda_2$.

Данные рассуждения верны только для не эшелонированных ПВО. Если же система обороны представлена эшелонированным ПВО, то свойство последействия простейшего потока начинает нарушаться для выходящего потока из первого эшелона, который является входящим потоком для второго эшелона.

Оценка эффективности ПВО при малом времени пребывания роя БПЛА в зоне обстрела

Рой представляет собой совокупность ограниченного набора БПЛА, которые совместно решают боевую задачу противника. В то же время, отдельные БПЛА или их группы могут решать локальные боевые задачи, которые делают вклад в достижение общей цели.

Рассмотрим задачу оценки эффективности комплекса ПВО при малом пребывании роя БПЛА в зоне обстрела с учетом требований предыдущего раздела. Короткое время пребывания роя в зоне обстрела связано с малой площадью территории обороны и достаточно высокими тактико-техническими показателями отдельных БПЛА в рое, и, как следствие, самого роя. Пусть комплекс ПВО представляет не эшелонированную систему из пункта наблюдения и комплекса зенитного вооружения из n однотипных вооружений, каждый из которых может обстреливать только одну цель. Допустим, что рой БПЛА осуществляет налет на защищаемую территорию с интенсивностью λ. Система ПВО сразу же начинает обстрел появившихся БПЛА в зоне обстрела без задержки, а время обстрела является случайной величиной, распределенной по показательному закону с параметром η. Вероятность того, что время обстрела цели не превосходит t, вычисляется по формуле (3).

$$P(t) = 1 - e^{-\eta t} \qquad (3)$$

Каждый момент времени система ПВО может находиться в одном из следующих состояний:

1. A_0 – все единицы зенитного комплекса свободны от обстрела;
2. A_k – k единиц зенитного вооружения ведут обстрел, а остальные $(n-k)$ – единиц свободны;
3. A_n – все единицы зенитного вооружения ведут огонь, т.е. заняты обстрелом n - единиц.

Обозначим рассматриваемый малый промежуток времени через Δt. Комплекс ПВО переходит в состояние A_0 в одном из двух несовместных случаев (событий) A_0^1 или A_0^2:

- в момент времени t все единицы зенитного вооружения свободны от стрельбы и за промежуток времени Δt в зоне обстрела не появилась ни одна единица БПЛА противника. Вероятность этого события A_0^1 будет равна (4), где $P_0(t)$ – вероятность того, что ни одна из единиц зенитного вооружения не ведет обстрел в момент времени t.

$$P(A_0^1) = P_0(t) \cdot e^{-\lambda \Delta t} \qquad (4)$$

- в момент времени t одна единица зенитного вооружения вела обстрел и завершила, за промежуток времени Δt в зоне обстрела не появилась ни одна единица БПЛА противника. Вероятность этого события A_0^2 будет равна (5), где $P_1(t)$ – вероятность того, что одна из единиц зенитного вооружения ведет обстрел в момент времени t.

$$P(A_0^2) = P_1(t) \cdot \left(1 - e^{-\eta t}\right) \cdot e^{-\lambda \Delta t} \qquad (5)$$

Тогда уравнение состояния A_0 имеет вид (6).

$$P(A_0) = P_0(t + \Delta t) = P_0(t) \cdot e^{-\lambda \Delta t} + P_1(t) \cdot \left(1 - e^{-\eta t}\right) \cdot e^{-\lambda \Delta t} \qquad (6)$$

С учетом того, что промежуток времени Δt является достаточно малой и переход к пределу при $\Delta t \to 0$ уравнение (6) позволит записать (6) в виде дифференциального уравнения (7).

$$\frac{dP_0(t)}{dt} = -\lambda \cdot P_0(t) + \eta \cdot P_1(t) \qquad (7)$$

Состояние A_k возможно в одном из трех следующих несовместных состояний A_k^1, A_k^2 или A_k^3:

- в момент времени t ровно k единиц зенитного вооружения заняты обстрелом, ни один из комплексов не закончил стрельбу, и за промежуток времени Δt в зоне обстрела не появилась ни одна единица БПЛА противника. Тогда вероятность этого события равна (8), где $P_k(t)$ – вероятность того, что k единиц зенитного вооружения ведет обстрел в момент времени t.

$$P(A_k^1) = P_k(t) \cdot (1 - \lambda \cdot \Delta t) \cdot (1 - k \cdot \eta \cdot \Delta t) \qquad (8)$$

- в момент времени t система ПВО находилось в состоянии A_{k-1}, за время Δt в зоне обстрела появилась еще одна цель, но ни один из единиц зенитного вооружения не закончила обстрел. Тогда вероятность этого события равна (9), где $P_{k-1}(t)$ – вероятность того, что $k-1$ единиц зенитного вооружения ведет обстрел в момент времени t.

$$P(A_k^2) = P_{k-1}(t) \cdot \lambda \cdot \Delta t \cdot (1 - k \cdot \eta \cdot \Delta t) \qquad (9)$$

- в момент времени t система ПВО находилось в состоянии A_{k+1},за время Δt – освободилась 1 единица зенитного вооружения, за промежуток времени Δt в зоне обстрела не появилась ни одна единица БПЛА противника. Тогда вероятность этого события равна (10), где $P_{k+1}(t)$ – вероятность того, что $k+1$ единиц зенитного вооружения ведет обстрел в момент времени t.

$$P(A_k^3) = P_{k+1}(t) \cdot (1 - \lambda \cdot \Delta t) \cdot (k+1) \cdot \eta \cdot \Delta t \qquad (10)$$

Тогда уравнение состояния A_k имеет вид (11) при условии, что $0 \le k \le n$.

$$\frac{dP_k(t)}{dt} = -(\lambda + k\eta) \cdot P_k(t) + \lambda \cdot P_{k-1}(t) + (k+1) \cdot \eta \cdot P_{k+1}(t) \qquad (11)$$

Состояние A_n возможно в одном из двух следующих несовместных состояний A_n^1 или A_n^2:

- в момент времени t ровно n единиц зенитного вооружения заняты обстрелом, ни один из комплексов не закончил стрельбу за время Δt . Тогда вероятность этого события равна (12), где $P_n(t)$ – вероятность того, что n единиц зенитного вооружения ведет обстрел в момент времени t.

$$P(A_n^1) = P_n(t) \cdot (1 - n \cdot \eta \cdot \Delta t) \qquad (12)$$

- в момент времени t ровно $n-1$ единиц зенитного вооружения заняты обстрелом, за промежуток времени Δt в зоне обстрела появилась одна единица БПЛА противника, но ни одна единица зенитного вооружения не освободилась. Тогда вероятность этого события равна (13), где $P_{n-1}(t)$ – вероятность того, что $n-1$ единица зенитного вооружения ведет обстрел в момент времени t.

$$P(A_n^2) = P_{n-1}(t) \cdot (1 - n \cdot \eta \cdot \Delta t) \cdot \lambda \cdot \Delta t \qquad (13)$$

Тогда уравнение состояния A_n имеет вид (14)

$$\frac{dP_n(t)}{dt} = -n \cdot \eta \cdot P_n(t) + \lambda \cdot P_{n-1}(t) \qquad (14)$$

Совокупность уравнений (7), (11) и (14) образуют модель (15), называемая системой уравнений Эрланга, которая позволяет оценить вероятность нахождения системы ПВО в том или ином состоянии в каждый момент времени.

$$
\begin{cases}
\dfrac{dP_0(t)}{dt} = -\lambda \cdot P_0(t) + \eta \cdot P_1(t) \\
\dots \\
\dfrac{dP_k(t)}{dt} = -(\lambda + k\eta) \cdot P_k(t) + \lambda \cdot P_{k-1}(t) + (k+1) \cdot \eta \cdot P_{k+1}(t) \\
\dots \\
\dfrac{dP_n(t)}{dt} = -n \cdot \eta \cdot P_n(t) + \lambda \cdot P_{n-1}(t)
\end{cases}
\qquad (15)
$$

Система дифференциальных уравнений (15) сводится к системе алгебраических уравнений [3] в случае установившегося процесса, т.е. при отсутствии переходных явлений, которые характерны для начальной стадии обслуживания или в начальные моменты воздушного налета. Однако, как показывает опыт, установившийся режим достаточно редкое явление для современного боя из-за ее скоротечности.

Нестационарное решение модели Эрланга для оценки эффективности ПВО

Допустим, на объект обороны ПВО, состоящего из $n = 2$ единиц однотипного зенитного вооружения, совершается воздушная атака роя из ограниченного количества однотипных единиц БПЛА. Средняя интенсивность налета составляет $\lambda = 4$ БПЛА/мин. Время обстрела является случайной величиной, распределенной по показательному закону с параметром $\eta = 3$, т.е. $P(t) = 1 - e^{-3t}$. Тогда модель Эрланга для данной системы ПВО имеет вид:

$$
\begin{cases}
\dfrac{dP_0(t)}{dt} = -4P_0(t) + 3P_1(t) \\
\dfrac{dP_1(t)}{dt} = 4P_0(t) - 7P_1(t) + 6P_2(t) \\
\dfrac{dP_2(t)}{dt} = 4P_1(t) - 6P_2(t)
\end{cases}
\qquad (16)
$$

Для численного решения и визуализации результатов была использована система имитационного моделирования Rand Model Designer. Решение системы обыкновенных дифференциальных уравнений (16) имеет вид

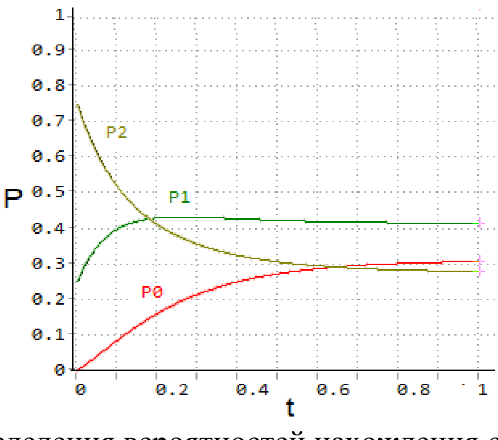

Рис.1 – Динамика распределения вероятностей нахождения системы ПВО в одном из возможных состояний при начальных условиях

$P_0(0) = 0$, $P_1(0) = 0.25$, $P_2(0) = 0.75$.

Ясно, что рой БПЛА для выбранной системы ПВО не представляет большой опасности при заданной интенсивности атаки. До перехода в установившийся режим работы, в начальные моменты времени система ПВО будет использовать две единицы вооружения. Спустя $t = 0.2$ минуты будет обстрел вести только одно зенитное орудие в половине случаев.

В установившемся режиме работы (рисунок 1) спустя $t = 1$ минуту после начала налета, в 4 из 10 случаев ПВО задействует только одну из доступных единиц зенитного вооружения. В 3 случаях из 10 ПВО будет бездействовать. Также в 3 случаях из 10 система ПВО будет на полной мощности отражать интенсивную атаку противника.

При продолжительном налете роя БПЛА с указанной интенсивностью, математическая модель (16) сводится к системе алгебраических уравнений (17), так как будет выполнено условие $P_k(t) \to P_k = const, \quad P_k^{'}(t) \to 0$.

$$\begin{cases} -4P_0 + 3P_1 = 0 \\ 4P_0 - 7P_1 + 6P_2 = 0 \\ 4P_1 - 6P_2 = 0 \end{cases} \qquad (17)$$

Система однородных алгебраических уравнений (17) была разрешена и визуализирована в системе математических вычислений Maple (рисунок 2).

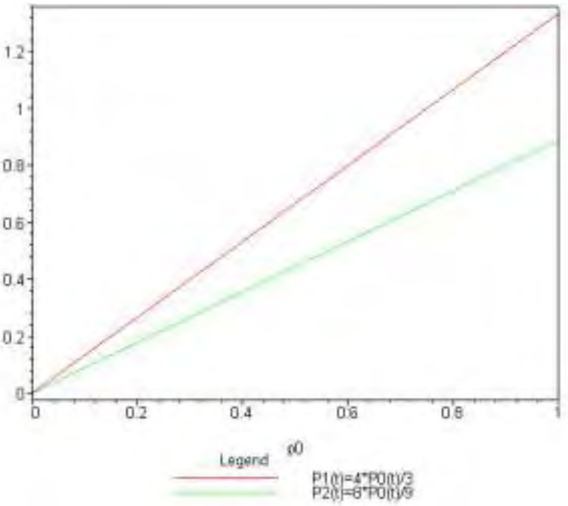

Рис.2 – Визуализация стационарного решения модели ПВО

Классический подход можно применять на практике при определенных допущениях к оценке эффективности ПВО и малом времени пребывания роя БПЛА в зоне обстрела.

Если система ПВО не является эшелонированной и система управления зенитным вооружением распределяет рой по имеющимся зенитным орудиям, то модель Эрланга позволяет вычислять вероятности нахождения системы ПВО в одном из возможных состояний каждый момент обороны. В таком случае топология роя БПЛА не имеет существенного значения, если тактика поведения отдельных БПЛА в рое не нарушает свойств стационарности, ординарности и отсутствия последействия пуассоновского потока.

Заключение

Оценка эффективности системы ПВО является актуальной задачей в условиях современного боя. Классический подход позволяет оценивать эшелонированную и не эшелонированную системы ПВО с применением модели Эрланга. В статье данный подход распространен на случай роевой атаки не эшелонированной системы ПВО. Сформулированы рекомендации по сохранению свойств стационарности, ординарности и отсутствия последействия при рассмотрении атаки роя БПЛА в виде пуассоновского потока требований в СМО.

В дальнейшем планируется провести оценку системы ПВО, которая может быть рассмотрена в виде СМО в среде имитационного моделирования GPSS World. Полноценный комплекс имитационного моделирования для оценки эффективности системы эшелонированной и не эшелонированной систем ПВО будет разработан в среде имитационного моделирования NetLogo.

Литература

1. ЦАМТО. На «Армии-2019» представили систему управления роем БПЛА. URL: https://armstrade.org/includes/periodics/news/2019/0628/162553142/detail.shtml (дата обращения: 14.11.2020).
2. **Юферов С.** Рой беспилотников. Будущее боевых действий. [2019]. URL: https://topwar.ru/164570-roj-bespilotnikov-buduschee-boevyh-dejstvij.html (дата обращения: 14.11.2020).
3. **Чуев Ю.В., Мельников П.М., Петухов С.И., Степанов Г.Ф., Шор Я.Б.** Основы исследования операций в военной технике. – М.: Издательство «Советское радио», 1965. – С.592.
4. **Сениченков Ю.Б.** Численное моделирование гибридных систем. – СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2004. – 206 с.
5. Минобороны РФ. Виды ВС РФ. [2020]. URL: https://structure.mil.ru/structure/forces/type.htm (дата обращения: 14.11.2020).