

# Агент-ориентированное моделирование гипотезы Тибу для 3-х регионов и 2-х видов общественных услуг

Р.Р. Рамазанов, И.У. Зулькарнай

**Аннотация**— В статье представлена когнитивная модель выбора жителями страны регионов проживания в зависимости от их индивидуальных предпочтений общественных услуг и фактических услуг, предоставляемых региональными администрациями. Практическая польза данной модели заключается в возможном повышении эффективности государственного управления на центральном и региональном уровнях за счет понимания процессов перемещения людей между территориями и степени удовлетворения ими предоставляемыми общественными услугами. Эффективное удовлетворение гетерогенных предпочтений населения требует от государства федеративного подхода в управлении территориями. Федеративные принципы предполагают децентрализацию власти — наделение административно-территориальных образований ограниченной степенью автономии. Последняя позволяет локальным бюрократиям самостоятельно определять параметры общественных услуг, а фискальный федерализм дает регионам самостоятельность в формировании территориальных бюджетов. Данное условие вынуждает юрисдикции вступать в конкуренцию за население: локальные бюрократии становятся заинтересованными в проведении политики, учитывающей интересы местного населения и создания стимулов для привлечения желательных мигрантов. Индивиды, выбирая юрисдикцию проживания, по выражению Ч. Тибу, «голосуют за нее ногами». В этом и состоит суть его гипотезы. В настоящей работе представлен вариант математической формализации гипотезы Тибу. На основе агент-ориентированного подхода дана ее графическая интерпретация и построена имитационная модель. Абстракция включает в себя регионы, предоставляющие своим жителям некоторую общественную услугу и индивидов, стремящихся выбрать для проживания юрисдикцию, максимально отвечающую их предпочтениям. Агенты в модели обладают индивидуальными функциями спроса и предложения. Каждый регион на основе предпочтений своего населения устанавливает цену и объем на общественную услугу. В поисках оптимума, индивиды перемещаются между регионами, создавая тем самым для всех новую ситуацию выбора.

Статья получена 30 декабря 2018. Рекомендована организационным комитетом III Международной научной конференции «Конвергентные когнитивно-информационные технологии».

Рамазанов Руслан Раисович - Башкирский государственный университет (email: ruslan4729@mail.ru)

Зулькарнай Ильдар Узбекович - Башкирский государственный университет (email: zulkar@mail.ru)

**Ключевые слова**— когнитивный подход; федерализм; федерация; гипотеза Тибу; теорема о децентрализации; государственное устройство; голосование ногами; агент-ориентированное моделирование; общественные услуги.

## I. ВВЕДЕНИЕ

Научные основы государственного управления, базирующиеся на экономических моделях были заложены в работах Масгрейва, Самуэльсона и Стиглица [1, 2, 3]. С тех пор вопросы государственного управления обсуждаются в литературе в различных аспектах. Основным направлением дискуссий является соотношение централизации и децентрализации в государственных полномочиях по предоставлению общественных услуг [4, 5, 6], а также в фискальных вопросах [7, 8]. Значительное внимание уделяется 56 запросам межбюджетных отношений, различных трансфертов нижестоящим бюджетам, тому как они влияют на развитие территорий [9, 10, 11] и на экономический рост страны [12]. Все эти экономические вопросы тесно связаны с теорией федерализма, в которой особое место занимает концепция «федерализма, сохраняющего рынки» Б.Вейнгаста [13]. Исследователи большое внимание уделяют анализу практического опыта всех этих аспектов в разных странах, в том числе в Китае [14], России [15, 16] и США [17].

Мы в этой работе концентрируемся на концепции Тибу «голосования ногами» [18], суть которой в том, что если гражданам не нравится качество общественных услуг, предоставляемых в регионе, то они переезжают в другой регион, тем самым как бы голосуя за другой набор услуг, вместо того, чтобы дождаться очередных выборов региональной (или местной) администрации. Экономический анализ мотивов такого выбора дает теорема Оутса [19], на основе которой мы моделируем поведение граждан. В качестве метода моделирования выбран агент-ориентированный подход, получивший развитие в различных областях: в исследованиях экологических и климатических проблем [20, 21, 22], пространственном развитии [23, 24, 25], миграции [26], финансовых потоков [27], структурных диспаритетов [28], а также в когнитивных науках [28].

## II ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ.

Для подробного исследования вопросов миграции необходима математическая формализация экономических агентов и стимулов, побуждающих их

менять юрисдикцию проживания. В настоящей работе мы предлагаем исследовать этот вопрос на основе графического и агент-ориентированного подходов. Агентный подход исходит из репрезентации систем и процессов в виде совокупностей взаимодействующих субъектов. Последние в рамках агентного моделирования именуются агентами. Одна модель может быть представлена несколькими видами агентов, отличающихся как качественными, так и количественными характеристиками. Являясь автономными сущностями, агенты преследуют свои индивидуальные цели. При математической формализации автономность отражается в индивидуальных целевых функциях. Пытаясь максимизировать (минимизировать) свои целевые функции, агенты взаимодействуют друг с другом и с окружающей средой по определенным исследователем правилам. Из локальных взаимодействий агентов рождается общая динамика системы.

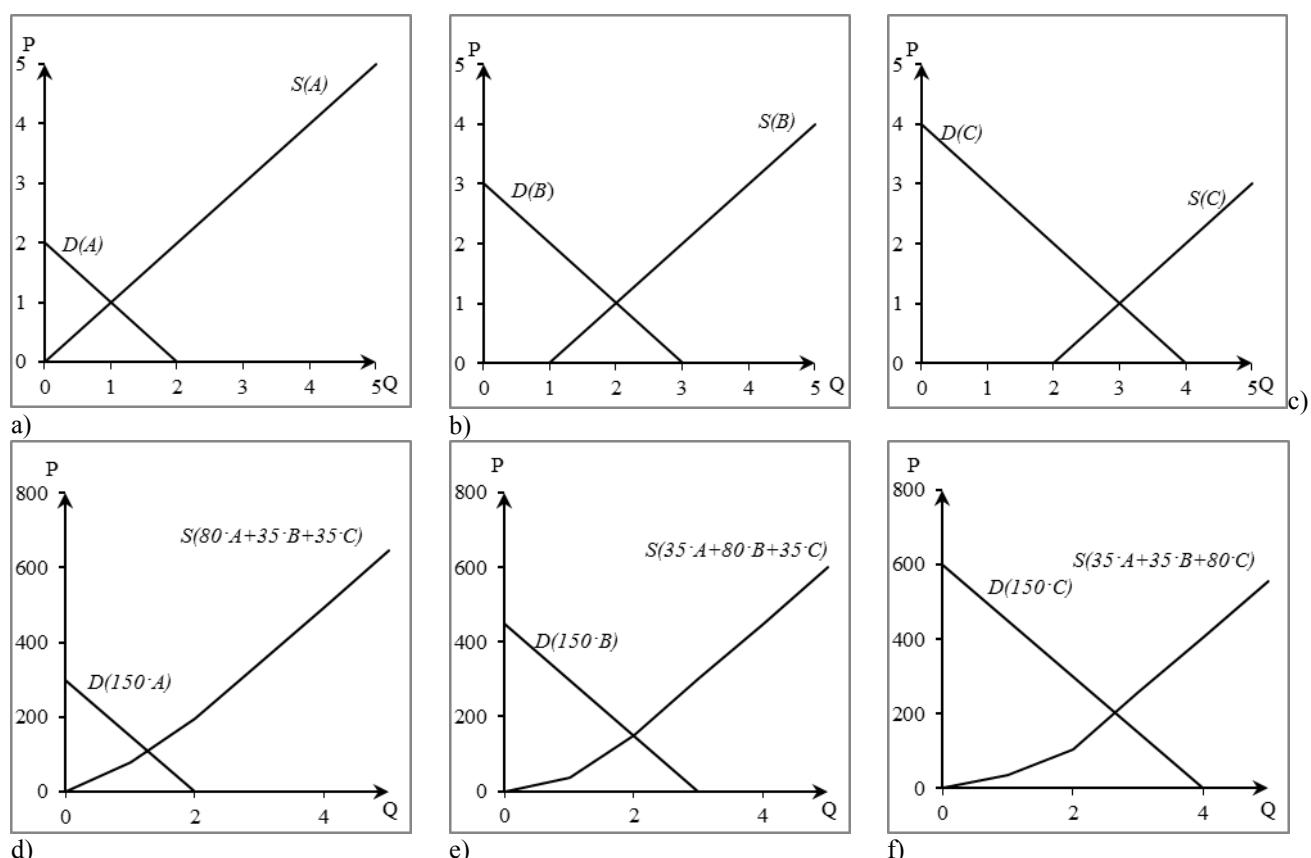
Рассмотрим ситуацию с тремя регионами (I, II, III) и тремя типами агентов (A, B, C). В таблице 1 приведены функции спроса и предложения каждого типа.

Таблица 1.Функции спроса и предложения индивидов

	Тип A	Тип B	Тип C
Спрос (D)	$P(Q) = 2 - Q$	$P(Q) = 3 - Q$	$P(Q) = 4 - Q$
Предложение (S)	$P(Q) = Q$	$P(Q) = Q - 1$	$P(Q) = Q - 2$

Геометрически, параметры равновесия региона определяют координаты пересечения совокупных кривых спроса и предложения его жителей. Продемонстрируем на числовом примере, как индивидуальные предпочтения жителей юрисдикции определяют ее кривые спроса и предложения.

На рисунке 2 в пунктах а, б и с изображены индивидуальные кривые спроса и предложения агентов типов А, В и С, соответственно. В пунктах д, е, ф представлены кривые спроса и предложения регионов со смешанным населением. Будем исходить из того, что кривые спроса в регионах устанавливаются в соответствии с предпочтениями доминирующей группы населения. Например, в регионе, состоящем из 80-ти индивидов типа А, 35-ти индивидов В и 35-ти типа С, доминируют индивиды А. Поэтому региональная кривая спроса будет представлена как сумма 150-ти индивидов типа А. Напомним, что в соответствии со спецификой общественных благ совокупный спрос на них рассчитывается способом вертикального сложения абсцисс индивидуальных кривых спроса каждого отдельного агента при фиксированных значениях ординат (рис. 2, д, е, ф). В отличие от спроса, региональное предложение будет рассчитываться на основе сложения характеристик всех агентов юрисдикции.



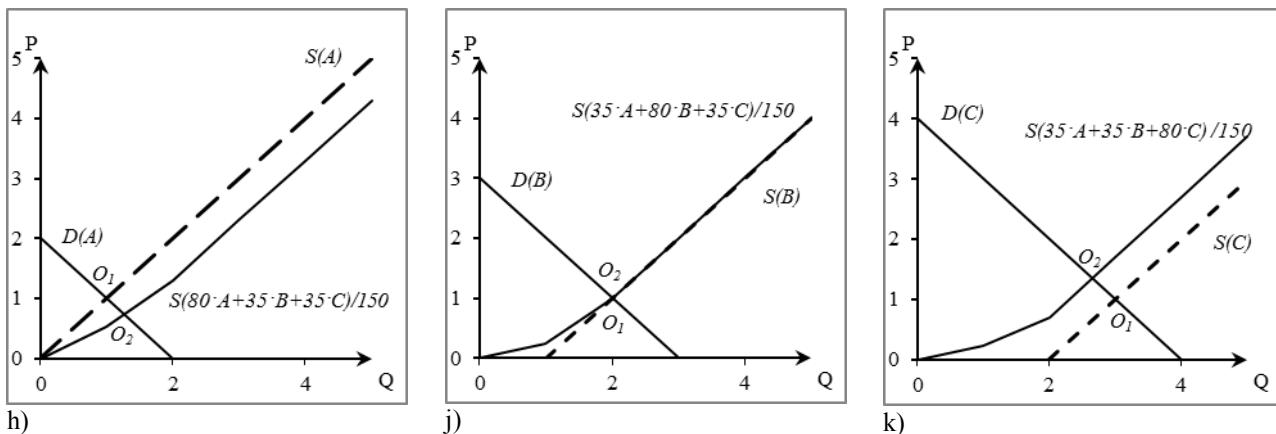


Рис. 1. Кривые спроса и предложения

Различие в определении региональных характеристик делается исходя из предпосылки эксплицитности спроса, который может быть явно определен на основе голосовательных процедур.

С предложением дело обстоит иначе. Хрестоматийно, предложение для частных благ определяется как количество продукции, которое готов предложить продавец по определенным ценам в определенный период времени. Свойства неисключаемости, неконкурентности и неделимости определяют специфический характер предложения общественных благ. Культурные черты того или иного общества формируют особый тип самосознания у его членов, от которого зависит добровольная вовлеченность граждан в производство общественных благ. Данная вовлеченность находит свое отражение в социальной активности граждан – участии в голосованиях, в общественных дебатах, контроле над муниципальными структурами и подрядчиками. Активность требует от индивидов временных и денежных затрат. Отказ от участия в общественной жизни является проявлением феномена безбилетника. Таким образом, социальная активность определяет предложение общественных благ, а стимулы безбилетника и невозможность оценки участия граждан в предложении определяет имплицитность регионального спроса, который косвенно отражается в ценах на общественные блага. В пунктах d, e и f рисунка 2 изображены равновесия регионов с разными составами населения. Наибольшая цена и объем устанавливаются в регионе с доминирующей группой С (пункт f); наименьшая цена и объем соответствуют региону с доминирующей группой А (пункт d).

В пунктах h, j и k отражены те же кривые, что и в предыдущих трех пунктах, но нормированные по общей численности населения. Пунктирные линии изображают индивидуальные кривые предложения доминирующих агентов (пункты a, b и c). Совместное изображение данных кривых позволяет продемонстрировать, как меньшинства влияют на региональное равновесие. Рассмотрим пункт h. Пересечение  $D(A)$  и  $S(A)$  – точка  $O_1$  соответствовала бы нормированному равновесию региона при условии, что все его население состояло бы только из индивидов типа А. Точка  $O_2$  соответствует

реальному нормированному равновесию региона со смешанным населением  $(80 \cdot A + 35 \cdot B + 35 \cdot C)$ . Таким образом, примесь меньшинств  $(35 \cdot B + 35 \cdot C)$  привела к сдвигу кривой регионального спроса и смещению равновесия в новую точку с меньшей ценой и большим объемом блага. В регионе, изображенном в пункте j, примесь меньшинств почти никак не повлияла на нормированное равновесие доминирующей группы. Это объясняется тем, что характеристики 35 индивидов типа А были компенсированы характеристиками 35 агентов типа В. В пункте k мы можем видеть, что благодаря меньшинствам была увеличена нормированная цена и уменьшен объем блага.

Так, спрос доминирующей группы и совокупное предложение всех агентов без исключения определяют равновесную цену и объем общественного блага в регионе. Региональные характеристики равновесия могут не совпадать с предпочтениями индивидов, проживающих в юрисдикции. Несовпадение ведет к персональным экономическим потерям для каждого индивида, из которых складываются региональные и национальные потери. Дадим этому тезису геометрическую интерпретацию.

На рисунке 2 изображена индивидуальная кривая спроса агента типа С. Точкам  $O_0$ ,  $O_1$  и  $O_2$  соответствуют гипотетические региональные равновесия. Точка  $O_0$  принадлежит прямой спроса агента С;  $O_1$  расположена ниже прямой;  $O_2$  – выше. Площадь треугольника  $O_1BC$  отражает экономические потери индивида при цене  $P_1$  от недопотребления блага на  $(Q_1 - Q_1^*)$  условных единиц. Согласно кривой спроса  $D(C)$ , при цене  $P_1$  он предпочел бы больший объем, чем предписывает коллективное равновесие. Площадь треугольника  $DO_2E$  отражает потери индивида в результате потребления блага сверх желаемого объема на величину  $(Q_2 - Q_2^*)$ . При цене  $P_2$  индивид предпочел бы объем  $Q_2^*$  предлагаемому юрисдикцией большему объему  $Q_2$ . Точка  $O_0$  принадлежит индивидуальной прямой спроса агента. В этом случае региональное равновесие, соответствующее предпочтениям индивида, не вызывает экономических потерь.

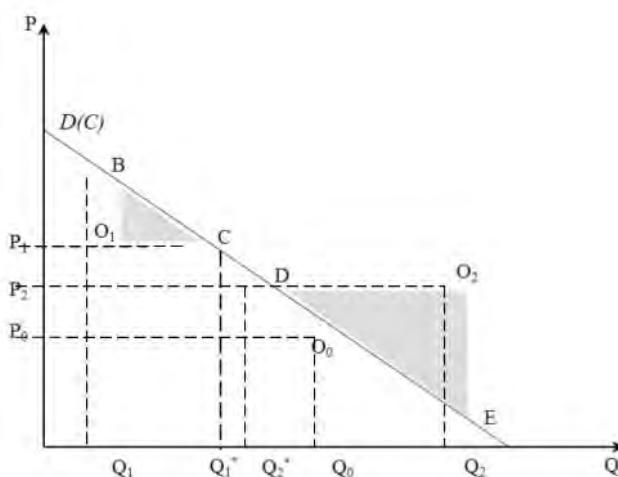


Рис. 2. Зависимость экономических потерь индивида от параметров регионального равновесия

Итак, изменение состава населения юрисдикции может приводить к изменениям форм совокупных кривых спроса и предложения и, соответственно, к изменениям параметров регионального равновесия. Предположим, что индивиды в своих решениях о смене юрисдикции, руководствуются стремлением минимизировать потери от несоответствия параметров регионального равновесия собственным предпочтениям. С помощью имитационного моделирования изобразим ситуацию с тремя регионами и тремя видами агентов и попытаемся

Таблица 2. Функции спроса и предложения индивидов, устанавливаемые с помощью бегунков на интерфейсе

	Тип А	Тип В	Тип С
Спрос (D)	$P(Q) = a\_A + b\_A \cdot Q$	$P(Q) = a\_B + b\_B \cdot Q$	$P(Q) = a\_C + b\_C \cdot Q$
Предложение (S)	$P(Q) = g\_A + k\_A \cdot Q$	$P(Q) = g\_B + k\_B \cdot Q$	$P(Q) = g\_C + k\_C \cdot Q$

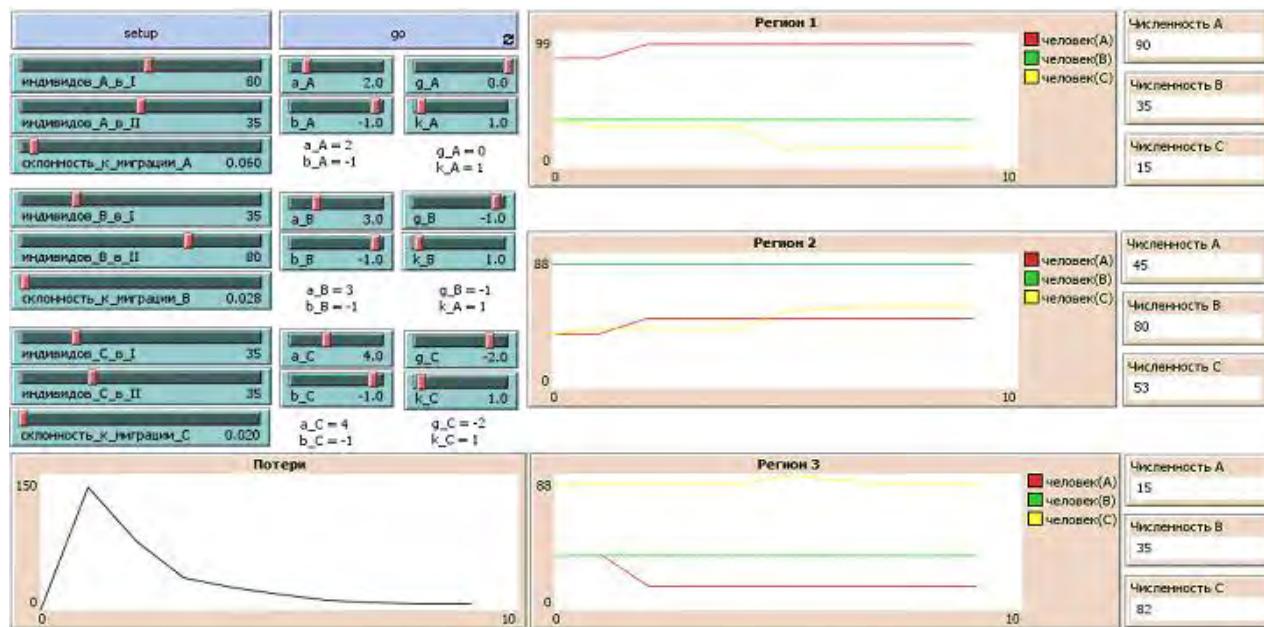


Рис. 3. Интерфейс модели, реализованной в NetLogo

выяснить, каким образом характер их индивидуальных предпочтений влияет на динамику межрегиональной миграции.

### III. АГЕНТ-ОРИЕНТИРОВАННАЯ МОДЕЛЬ И МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТА.

Опишем структуру и алгоритм эмуляции предлагаемой модели. Базой ее реализации будет интегрированная среда разработки агент-ориентированных моделей NetLogo.

На рисунке 3 представлен интерфейс модели. Кнопка «setup» отвечает за принятие стартовых установок модели. Бегунки под ней позволяют задавать стартовый состав населения регионов. Кнопка «go» воспроизводит цикл основного алгоритма. Бегунки под этой кнопкой позволяют настраивать индивидуальные параметры кривых спроса и предложения агентов (таб. 2).

Графики «Регион 1, 2 и 3» отражают численные составы населения регионов I, II и III; график «Потери» –

общественные потери от несовпадения региональных параметров равновесия с предпочтениями индивидов. Дадим аналитическое описание основному алгоритму.

1. На основе коэффициентов спроса и предложения индивидов (таб. 2), рассчитываются среднерегиональные коэффициенты спроса и предложения каждой юрисдикции:

$$a_j = a_j^i \max\{n_j^A; n_j^B; n_j^C\} \quad (1)$$

$$b_j = b_j^i \max\{n_j^A; n_j^B; n_j^C\} \quad (2)$$

$$g_j = \frac{n_j^A \cdot g_A + n_j^B \cdot g_B + n_j^C \cdot g_C}{n_j^A + n_j^B + n_j^C} \quad (3)$$

$$k_j = \frac{n_j^A \cdot k_A + n_j^B \cdot k_B + n_j^C \cdot k_C}{n_j^A + n_j^B + n_j^C} \quad (4)$$

где  $a_j$ ,  $b_j$  – нормированные коэффициенты спроса региона  $j$ , установленные на основе численно доминирующего в регионе типа агентов;  $g_j$ ,  $k_j$  – нормированные по количеству жителей коэффициенты кривых спроса и предложения региона  $j$ , рассчитанные как средние от параметров всех жителей юрисдикции;  $n_j^A$ ,  $n_j^B$  и  $n_j^C$  – количества индивидов типов А, В и С проживающих в регионе  $j$  ( $j = I, II, III$ ).

2. Рассчитываются региональные характеристики равновесия:

$$Q_j = \frac{a_j - g_j}{k_j - b_j} \quad (5)$$

$$P_j = a_j + b_j \cdot Q_j \quad (6)$$

где  $Q_j$  и  $P_j$  – региональный объем и цена общественной услуги в регионе  $j$ .

3. Характеристики региональных равновесий позволяют осуществить расчет индивидуальных экономических потерь каждого агента  $i$ . Геометрически эту процедуру можно интерпретировать как поиск площадей закрашенных треугольников на рисунке 3.

$$q_j^i < Q_j \Rightarrow \Delta_*^i = \frac{(Q_j - q_j^i)(P_j - p_j^i)}{2} \quad (7)$$

$$q_j^i > Q_j \Rightarrow \Delta_*^i = \frac{(q_j^i - Q_j)(p_j^i - P_j)}{2} \quad (8)$$

$$p_j^i = a^i + b^i \cdot Q_j \quad (9)$$

$$q_j^i = \frac{P_j - a^i}{b^i} \quad (10)$$

4. С учетом равновесных характеристик в других регионах индивиды (опираясь на представленную выше расчетную схему (ф. 7, 8, 9, 10)), оценивают свои потенциальные потери в случае перемещения в тот или иной регион:  $\Delta_I^i$ ,  $\Delta_{II}^i$ ,  $\Delta_{III}^i$ .

5. Если выполнится условие

$$\frac{\min\{\Delta_I^i, \Delta_{II}^i, \Delta_{III}^i\}}{\Delta_*^i} < m^i[0..1] \cdot \text{random}[0..1] \quad (11)$$

индивидуал сменит юрисдикцию проживания в пользу той, в которой он терпел бы минимальные потери (условие  $\min\{\Delta_I^i, \Delta_{II}^i, \Delta_{III}^i\}$ ). Коэффициент склонности к миграции  $m^i$  отражает всю совокупность невключенных в модель факторов, влияющих на вероятность принятия индивидом решения о перемещении. Чем меньше этот коэффициент, тем ниже эта вероятность. Случайная величина  $\text{random}[0..1]$ , вносит в модель элемент стохастичности.

6. На последнем шаге алгоритма программа рассчитывает совокупные потери всего общества  $\Lambda$ .

$$\Lambda = \sum_{i=1}^N \Delta_*^i \quad (12)$$

где  $N$  – общая численность всех индивидов.

С помощью модели исследуем динамику миграционных процессов. Зафиксируем условия и результаты экспериментальных ситуаций в таблице.

Таблица 3. Условия экспериментов

состав регионов/ характеристики агентов	I (80A, 35B, 35C)	II (35A, 80B, 35C)	III (35A, 35B, 80C)
$\begin{pmatrix} a & b & g & k & m \\ A & 2 & -1 & 0 & 1 & 1 \\ B & 3 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ C & 4 & -1 & -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	Все три типа агентов имеют гетерогенные характеристики спроса и предложения и абсолютную мобильность. За ( $\approx$ )10 итераций система приходит в стационарное состояние при полной сепарации индивидов по видам и регионам. График потерь монотонно убывает до нулевой отметки.		
$\begin{pmatrix} a & b & g & k & m \\ A & 2 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ B & 3 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ C & 4 & -1 & -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	Индивиды типа А лишены мобильности. За ( $\approx$ )15 итераций система приходит в стационарное состояние при частичной сепарации индивидов: в силу статичности агенты типа А остаются в регионах стартового расположения. График потерь монотонно убывает, не достигая нулевой отметки.		
$\begin{pmatrix} a & b & g & k & m \\ A & 2 & -1 & 0 & 1 & 1 \\ B & 3 & -1 & -1 & 1 & 0 \\ C & 4 & -1 & -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	Все три типа агентов имеют гетерогенные характеристики спроса и предложения; индивиды типов А и В лишены мобильности. За ( $\approx$ )10 итераций система приходит в стационарное состояние при сепарации мобильных индивидов типа С. График потерь монотонно убывает, не достигая нулевой отметки.		
$\begin{pmatrix} a & b & g & k & m \\ A & 2 & -1 & 0 & 1 & 1 \\ B & 3 & -1 & 0 & 1 & 1 \\ C & 4 & -1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	У всех типов агентов совпадают функции предложения и не совпадают функции спроса. За ( $\approx$ )10 итераций система приходит в стационарное состояние при полной сепарации индивидов. График потерь монотонно убывает до нулевой отметки.		
$\begin{pmatrix} a & b & g & k & m \\ A & 2 & -1 & 0 & 1 & 1 \\ B & 2 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ C & 2 & -1 & -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	У всех типов агентов совпадают функции спроса и не совпадают функции предложения. Система изначально находится в стационарном состоянии. Миграционная активность отсутствует. Общественные потери равны нулю.		
$\begin{pmatrix} a & b & g & k & m \\ A & 2 & -1 & 0 & 1 & 1 \\ B & 3 & -1 & 0 & 1 & 1 \\ C & 4 & -1 & -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	У агентов типа А и В совпадают функции предложения. За ( $\approx$ )10 итераций система приходит в стационарное состояние при полной сепарации индивидов. График потерь монотонно убывает до нулевой отметки.		
$\begin{pmatrix} a & b & g & k & m \\ A & 2 & -1 & 0 & 1 & 1 \\ B & 2 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ C & 4 & -1 & -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	У агентов типа А и В совпадают функции спроса. За ( $\approx$ ) 10 итераций система приходит в стационарное состояние. Все индивиды типа С концентрируются в отдельном регионе. Индивиды типа А и В совместно проживают в оставшихся двух регионах. График потерь монотонно убывает до нулевой отметки.		
$\begin{pmatrix} a & b & g & k & m \\ A & 2 & -1 & 0 & 1 & 1 \\ B & 3 & -1 & 0 & 1 & 1 \\ C & 2 & -1 & -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	У агентов типа А и В совпадают функции предложения; у агентов типа А и С совпадают функции спроса. За ( $\approx$ ) 10 итераций система приходит в стационарное состояние. Все индивиды типа В концентрируются в отдельном регионе. Индивиды типа А и С смешанно сосредотачиваются в оставшихся регионах. График потерь монотонно убывает до нулевой отметки.		

В реальной жизни совместное проживание оказывает унифицирующее влияние на образ жизни и характер предпочтений населения. Помимо общества нравы людей определяют материальные условия жизни. С течением времени естественный процесс адаптации

ведет к сближению предпочтений индивидов, принадлежащих к одной локации.

Воспроизведем данный процесс, введя в модель условие сближения характеристик агентов и их

адаптации к местным условиям. Каждую итерацию коэффициенты спроса и предложения агентов будут приближаться к характеристикам доминирующей группы, испытывая воздействия со стороны региона текущего пребывания.

Аналитически данное условие будет отражено в алгоритме в виде следующего комплекса формул:

$$(14) \quad \begin{aligned} a_j^i > a_j^{dom} &\Rightarrow a_j^i = a_j^i - h \cdot a_j^{dom} \\ a_j^i < a_j^{dom} &\Rightarrow a_j^i = a_j^i + h \cdot a_j^{dom} \\ b_j^i > b_j^{dom} &\Rightarrow b_j^i = b_j^i - h \cdot b_j^{dom} \\ b_j^i < b_j^{dom} &\Rightarrow b_j^i = b_j^i + h \cdot b_j^{dom} \\ g_j^i > g_j^{dom} &\Rightarrow g_j^i = g_j^i - h \cdot g_j^{dom} \\ g_j^i < g_j^{dom} &\Rightarrow g_j^i = g_j^i + h \cdot g_j^{dom} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} k_j^i > k_j^{dom} &\Rightarrow k_j^i = k_j^i - h \cdot k_j^{dom} \\ k_j^i < k_j^{dom} &\Rightarrow k_j^i = k_j^i + h \cdot k_j^{dom} \end{aligned}$$

где индексом  $dom$  маркируются коэффициенты доминирующих индивидов в юрисдикции  $j$ ;  $h[0..0.01]$  – коэффициент ассимиляции. Его вариацию определяют границы от 0 до 0,01. От него зависит скорость сближения предпочтений индивидов.

Для формализации условия зависимости предпочтений индивидов от места пребывания каждому региону присваиваются коэффициенты  $a_j^l, b_j^l, g_j^l, k_j^l$ . В соответствии с ними корректируются коэффициенты спроса и предложения индивидов.

$$(15) \quad \begin{aligned} a_j^i &\Rightarrow a_j^i \cdot a_j^l \\ b_j^i &\Rightarrow b_j^i \cdot b_j^l \\ g_j^i &\Rightarrow g_j^i \cdot g_j^l \\ k_j^i &\Rightarrow k_j^i \cdot k_j^l \end{aligned}$$

#### IV ПОЛУЧЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ.

Эксперименты продемонстрировали, что нововведения оказывают сходное влияние на динамику миграционного процесса. При изменившихся правилах реализации регионы стали демонстрировать «липкость» по отношению к населению, проявляющуюся в снижении общей миграционной активности, несмотря на ее высокий стартовый потенциал.

Графическое и имитационное исследование приведенной абстракции позволило продемонстрировать, что в отношении общественных услуг ключевым фактором, влияющим на миграционный потенциал агентов, является разность между их индивидуальным спросом и спросом юрисдикции, к которой они принадлежат. В то время как предложение

влияет лишь на равновесную цену услуги в регионе и не оказывает воздействие на миграционный потенциал. Приведенная модель носит теоретический характер. Предельная упрощенность позволяет рассматривать ее лишь в качестве умозрительного инструмента анализа. Включение модели в более сложный многофакторный контекст может придать ей эмпирическую валидность. Перспективу дальнейшего апгрейдинга модели мы связываем с включением в абстракцию дополнительной услуги, что должно качественно усложнить ситуацию выбора для агентов в связи с необходимостью оптимизации своих предпочтений сразу по двум (возможно конфликтующим) направлениям.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 16-06-00532а

#### БИБЛИОГРАФИЯ

- [1] Musgrave, R. (1959). The Theory of Public Finance. New York: McGraw-Hill.
- [2] Samuelson, P.A. (1954). The Pure Theory of Public Expenditure. The Review of Economics and Statistics, vol. 36, no 4, pp. 387–389.
- [3] Stiglitz, J.E. (1977). Theory of Local Public Goods. In: M.S. Feldstein and R.P. Inman (eds). The Economics of Public Services. London: Macmillan Press, pp. 274–333.
- [4] Bahl, R., Bird, R.M. Principles and practice (Book Chapter) Decentralization and Infrastructure in the Global Economy: From Gaps to Solutions. 2015. Vol: 143 pp: 101-145 (WoS)
- [5] del Granado, F.J.A., Martinez-Vazquez, J., McNab, R.M. Decentralized Governance, Expenditure Composition, and Preferences for Public Goods. Public Finance Review. 2018 (SCOPUS)
- [6] Rodriguez, D.B., Stiglitz, E.H., Weingast, B.R. Executive opportunism, presidential signing statements, and the separation of powers. Journal of Legal Analysis. 2016 (SCOPUS)
- [7] Martinez-Vazquez, J., Lago-Peñas, S., Sacchi, A. The impact of fiscal decentralization: a survey. Journal of Economic Surveys. 2017 (SCOPUS)
- [8] Liu, Y., Martinez-Vazquez, J., Wu, A.M. Fiscal decentralization, equalization, and intra-provincial inequality in China. International Tax and Public Finance. 2017 (SCOPUS)
- [9] Clements, B.J., Parry, I. Subsidies: Some work, others don't. Finance and Development. 2018
- [10] Yushkov, A., Savulkin, L. & Oding, N. (2017). Intergovernmental Relations in Russia: Still a Pendulum? Public Administration Issues, Special Issue (electronic edition), pp. 38–59 (in English). Available at: doi: 10.17323/1999-5431-2017-0-5-38-59 (accessed: 01 February, 2018). (SCOPUS)
- [11] Parry, I.W.H., Timilsina, G.R. Demand-Side Instruments to Reduce Road Transportation Externalities in the Greater Cairo Metropolitan Area. International Journal of Sustainable Transportation. 2015 (SCOPUS)
- [12] Cox, G.W., Weingast, B.R. Executive Constraint, Political Stability, and Economic Growth. Comparative Political Studies. 2018 (SCOPUS)
- [13] Weingast, B.R. Second Generation Fiscal Federalism: Political Aspects of Decentralization and Economic Development. World Development. 2014 (WoS)
- [14] Liu, L., Weingast, B.R. Taobao, federalism, and the emergence of law, Chinese style. Minnesota Law Review. 2016. (SCOPUS)
- [15] Zulkarnay, I. (2018). Why Russia Has Again Been Sliding from Federalism to Unitarianism. Public Administration Issues, Special Issue (electronic edition), pp. 116–132 (in English); DOI: 10.17323/1999-5431-2018-0-5-116-132. (SCOPUS)
- [16] Martinez-Vasquez, Jorge; Boex, Jameson. 2001. Russia's Transition to a New Federalism. WBI Learning Resources;. Washington, DC: World Bank. © World Bank. <https://openknowledge.worldbank.org/handle/10986/15248> License: CC BY 3.0 IGO.

- [17] Garcia-Milà, T., McGuire, T.J., Oates, W.E. Strength in diversity? Fiscal federalism among the fifty US states. *International Tax and Public Finance*. 2018 (SCOPUS)
- [18] Tiebout, C. (1956), "A Pure Theory of Local Expenditures", *Journal of Political Economy*, 64 (5): 416–424, doi:10.1086/257839. (SCOPUS)
- [19] Oates, W.E. (1972). *Fiscal Federalism*. Harcourt Brace Jovanovich.
- [20] Le Page C., Bazile D., Bommel P., Bousquet F., Trébuil G., Becu N., Etienne M., Mathevet R., Souchère V., Weber J. Agent-based modelling and simulation applied to environmental management. *Understanding Complex Systems*. 2017. № 9783319669472. С. 569-613. DOI: 10.1007/978-3-319-66948-9\_22 (SCOPUS)
- [21] Akopov A.S., Beklaryan L.A., Saghatelian A.K. Agent-based modelling for ecological economics: a case study of the republic of Armenia. *Ecological Modelling*. 2017. Т. 346. С. 99-118. DOI: 10.1016/j.ecolmodel.2016.11.012 (SCOPUS)
- [22] Geisendorf S., Klippert C. The effect of green investments in an agent-based climate-economic model. *Environmental Modeling and Assessment*. 2017. Т. 22. № 4. С. 323-343. DOI: 10.1007/s10666-017-9549-3 (SCOPUS)
- [23] Stricker L., Baruffini M. Spatial planning and policy evaluation in an urban conurbation: a regional agent-based economic model. *Экономика региона*. 2017. Т. 13. № 1. С. 261-275. DOI: 10.17059/2017-1-24 (SCOPUS)
- [24] de Bakker M.P., de Jong K., Schmitz O., Karssenberg D. Design and demonstration of a data model to integrate agent-based and field-based modelling. *Environmental Modelling & Software*. 2017. Т. 89. С. 172-189. DOI: 10.1016/j.envsoft.2016.11.016 (SCOPUS)
- [25] Макаров В.Л., Вахгизин А.Р., Сушко Е.Д., Агеева А.Ф. Имитация социально-экономической системы евразийского континента с помощью агент-ориентированных моделей. *Прикладная эконометрика*. 2017. № 4 (48). С. 122-139. URL: <https://elibRARY.ru/item.asp?id=30693841> (SCOPUS)
- [26] Макаров В.Л., Бахтизин А.Р., Сушко Е.Д., Агеева А.Ф. Агент-ориентированный подход при моделировании трудовой миграции из Китая в Россию. *Экономика региона*. 2017. Т. 13. № 2. С. 331-341. DOI: 10.17059/2017-2-1 (SCOPUS)
- [27] LeBaron B. Financial price dynamics and agent-based models as inspired by benoit Mandelbrot. *The European Physical Journal. Special Topics*. 2016. Т. 225. № 17-18. С. 3243-3254. DOI: 10.1140/epjst/e2016-60123-4 (SCOPUS)
- [28] Mueller M., Bogner K., Buchmann T., Kudic M. The effect of structural disparities on knowledge diffusion in networks: an agent-based simulation model. *Journal of Economic Interaction and Coordination*. 2017. Т. 12. № 3. С. 613-634. DOI: 10.1007/s11403-016-0178-8 (SCOPUS)
- [29] Red'ko V.G. Modeling of cognitive evolution: agent-based investigations in cognitive science. *Lecture Notes in Computer Science*. 2016. Т. 9719. С. 720-730. DOI: 10.1007/978-3-319-40663-3\_83 (SCOPUS).

# Agent-based modeling of the Tiebout hypothesis for 3 regions and 2 types of public services

R.R. Ramazanov, I.U. Zulkarnay

**Abstract**— The article presents a cognitive model of the choice that residents do moving from one region to another, depending on their individual preferences for public services and actual services provided by regional administrations. The practical benefit of this model is the possible increase in the effectiveness of public administration at the central and regional levels by understanding the processes of why and how people move between territories. Effective satisfaction of heterogeneous preferences of the population requires the state to take a federative approach to the governance over its territories. The federal principles presuppose the decentralization of power that means that regions have degree of autonomy. The latter allows local bureaucracies to independently determine the parameters of public services, and fiscal federalism gives regions independence in the formation of territorial budgets. This condition forces jurisdictions to compete for the population: local bureaucracies become interested in pursuing policies that take into account the interests of the local population and create incentives for attracting desirable migrants. Individuals, choosing the jurisdiction of residence, in the words of Tiebout, "vote with their feet". This is the essence of his hypothesis. In this paper we present a version of the mathematical formalization of the Tiebout hypothesis. Using the agent-based approach, a simulation model is constructed. The model includes regions that provide their residents with two types of public services and individuals seek to choose the jurisdiction that best suits their preferences. Agents in the model have individual functions of supply and demand. Each region, based on the preferences of its population, sets the price and volume for a public service. In search of an optimum, individuals move between regions, thereby creating a new choice situation for everyone.

**Keywords** - cognitive approach; federalism; federation; the Tiebout hypothesis; the decentralization theorem; state structure; voting with your feet; agent-based modeling; public services

## REFERENCES

- [1] Musgrave, R. (1959). The Theory of Public Finance. New York: McGraw-Hill.
- [2] Samuelson, P.A. (1954). The Pure Theory of Public Expenditure. The Review of Economics and Statistics, vol. 36, no 4, pp. 387–389.
- [3] Stiglitz, J.E. (1977). Theory of Local Public Goods. In: M.S. Feldstein and R.P. Inman (eds). The Economics of Public Services. London: Macmillan Press, pp. 274–333.
- [4] Bahl, R., Bird, R.M. Principles and practice ( Book Chapter) Decentralization and Infrastructure in the Global Economy: From Gaps to Solutions. 2015. Vol: 143 pp: 101-145 (WoS)
- [5] del Granado, F.J.A., Martinez-Vazquez, J., McNab, R.M. Decentralized Governance, Expenditure Composition, and Preferences for Public Goods. Public Finance Review. 2018 (SCOPUS)
- [6] Rodriguez, D.B., Stiglitz, E.H., Weingast, B.R. Executive opportunism, presidential signing statements, and the separation of powers. Journal of Legal Analysis. 2016 (SCOPUS)
- [7] Martinez-Vazquez, J., Lago-Peñas, S., Sacchi, A. The impact of fiscal decentralization: a survey. Journal of Economic Surveys. 2017 (SCOPUS)
- [8] Liu, Y., Martinez-Vazquez, J., Wu, A.M. Fiscal decentralization, equalization, and intra-provincial inequality in China. International Tax and Public Finance. 2017 (SCOPUS)
- [9] Clements, B.J., Parry, I. Subsidies: Some work, others don't. Finance and Development. 2018
- [10] Yushkov, A., Savulkin, L. & Oding, N. (2017). Intergovernmental Relations in Russia: Still a Pendulum? Public Administration Issues, Special Issue (electronic edition), pp. 38–59 (in English). Available at: doi: 10.17323/1999-5431-2017-0-5-38-59 (accessed: 01 February, 2018). (SCOPUS)
- [11] Parry, I.W.H., Timilsina, G.R. Demand-Side Instruments to Reduce Road Transportation Externalities in the Greater Cairo Metropolitan Area. International Journal of Sustainable Transportation. 2015 (SCOPUS)
- [12] Cox, G.W., Weingast, B.R. Executive Constraint, Political Stability, and Economic Growth. Comparative Political Studies. 2018 (SCOPUS)
- [13] Weingast, B.R. Second Generation Fiscal Federalism: Political Aspects of Decentralization and Economic Development. World Development. 2014 (WoS)
- [14] Liu, L., Weingast, B.R. Taobao, federalism, and the emergence of law, Chinese style. Minnesota Law Review. 2016. (SCOPUS)
- [15] Zulkarnay, I. (2018). Why Russia Has Again Been Sliding from Federalism to Unitarianism. Public Administration Issues, Special Issue (electronic edition), pp. 116–132 (in English); DOI: 10.17323/1999-5431-2018-0-5-116-132. (SCOPUS)
- [16] Martinez-Vasquez, Jorge; Boex, Jameson. 2001. Russia's Transition to a New Federalism. WBI Learning Resources;. Washington, DC: World Bank. © World Bank. <https://openknowledge.worldbank.org/handle/10986/15248> License: CC BY 3.0 IGO.
- [17] Garcia-Milà, T., McGuire, T.J., Oates, W.E. Strength in diversity? Fiscal federalism among the fifty US states. International Tax and Public Finance. 2018 (SCOPUS)
- [18] Tiebout, C. (1956), "A Pure Theory of Local Expenditures", Journal of Political Economy, 64 (5): 416–424, doi:10.1086/257839. (SCOPUS)
- [19] Oates, W.E. (1972). Fiscal Federalism. Harcourt Brace Jovanovich.
- [20] Le Page C., Bazile D., Bommel P., Bousquet F., Trébuil G., Becu N., Etienne M., Mathevet R., Souchère V., Weber J. Agent-based modelling and simulation applied to environmental management. Understanding Complex Systems. 2017. # 978319669472. S. 569-613. DOI: 10.1007/978-3-319-66948-9\_22 (SCOPUS)
- [21] Akopov A.S., Beklaryan L.A., Saghatelian A.K. Agent-based modelling for ecological economics: a case study of the republic of Armenia. Ecological Modelling. 2017. T. 346. S. 99-118. DOI: 10.1016/j.ecolmodel.2016.11.012 (SCOPUS)
- [22] Geisendorf S., Klippert C. The effect of green investments in an agent-based climate-economic model. Environmental Modeling and Assessment. 2017. T. 22. # 4. S. 323-343. DOI: 10.1007/s10666-017-9549-3 (SCOPUS)
- [23] Stricker L., Baruffini M. Spatial planning and policy evaluation in an urban conurbation: a regional agent-based economic model. Jekonomika regionala. 2017. T. 13. # 1. S. 261-275. DOI: 10.17059/2017-1-24 (SCOPUS)
- [24] de Bakker M.P., de Jong K., Schmitz O., Karssenberg D. Design and demonstration of a data model to integrate agent-based and field-based modelling. Environmental Modelling & Software. 2017. T. 89. S. 172-189. DOI: 10.1016/j.envsoft.2016.11.016 (SCOPUS)
- [25] Makarov V.L., Vahgizin A.R., Sushko E.D., Ageeva A.F. Imitacija social'no-ekonomicheskoy sistemy evrazijskogo kontinenta s pomoshch'ju agent-orientirovannyh modelej. Prikladnaja jekonometrika. 2017. # 4 (48). S. 122-139. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=30693841> (SCOPUS)

- [26] Makarov V.L., Bahtizin A.R., Sushko E.D., Ageeva A.F. Agent-orientirovannyj podhod pri modelirovaniu trudovoj migracii iz Kitaja v Rossiju. Jekonomika regionala. 2017. T. 13. # 2. S. 331-341. DOI: 10.17059/2017-2-1 (SCOPUS)
- [27] LeBaron B. Financial price dynamics and agent-based models as inspired by benoit Mandelbrot. The European Physical Journal. Special Topics. 2016. T. 225. # 17-18. S. 3243-3254. DOI: 10.1140/epjst/e2016-60123-4 (SCOPUS)
- [28] Mueller M., Bogner K., Buchmann T., Kudic M. The effect of structural disparities on knowledge diffusion in networks: an agent-based simulation model. Journal of Economic Interaction and Coordination. 2017. T. 12. # 3. S. 613-634. DOI: 10.1007/s11403-016-0178-8 (SCOPUS)
- [29] Red'ko V.G. Modeling of cognitive evolution: agent-based investigations in cognitive science. Lecture Notes in Computer Science. 2016. T. 9719. S. 720-730. DOI: 10.1007/978-3-319-40663-3\_83 (SCOPUS).