

## АГЕНТНЫЕ МОДЕЛИ ЭВОЛЮЦИОННЫХ ИГР

А.Г. Топаж (Санкт-Петербург)

Перспективным инструментом для анализа механизмов появления и устойчивости шаблонов социального поведения в животном мире и в человеческом сообществе является теория эволюционных игр. Будучи изначально предложена для описания процесса развития фенотипических признаков и генотипов в биологических системах под действием естественного отбора дарвиновского типа (Maynard Smith, 1982), она в последнее время все более интенсивно используется для исследования моделей социальной динамики в общественных науках. В частности, эволюционные игры позволяют естественным образом изучать вопрос устойчивости кооперативных (партнерских) отношений или симбиотических взаимодействий к проявлению мошеннических или паразитических стратегий поведения. Действительно, согласно базовым постулатам дарвинизма принципиальным условием возможности формирования и закрепления в популяции некоего полезного признака должна быть его защищенность от внедрения или инвазии конкурирующих особей с измененными значениями данного признака, положительно влияющими на их приспособленность. Поскольку при выполнении последнего условия согласно принципу экологического исключения с течением времени будет происходить неизбежное вытеснение исходного значения признака под прессом механизма естественного отбора. Похожие соображения во многом остаются справедливыми и в случае, если значение количественного признака заменяется тем или иным шаблоном социального поведения. Однако существенная разница здесь заключается в том, что приспособленность, то есть жизненный успех конкретного организма, определяется теперь не только присутствием именно ему шаблоном или стратегией поведения, но и тем, какая стратегия поведения характерна для особей, с которыми он вступает во взаимоотношения в течение жизни. Иными словами, эволюционная полезность конкретного генотипа оказывается не независимой характеристикой, а зависит от распределения генотипов внутри популяции, в которой действует его носитель. Таким образом, классическое представление о генетическом или адаптивном ландшафте Сьюелла Райта заменяется введенным Дж. Мейнардом Смитом понятием эволюционной игры, а понятие пика или максимума приспособленности – понятием не оптимальной, но эволюционно стабильной стратегии (Maynard Smith, 1982). Согласно базовому определению эволюционно-стабильной стратегией (ЭСС) считается такая стратегия социального поведения индивидуума, которая, будучи принята достаточно большим числом членов популяции, не может быть вытеснена никакой другой стратегией. Математическим аналогом ЭСС в традиционной теории игр служит равновесие Нэша, хотя эта аналогия является неполной: в частности, доказано, что любая эволюционно-стабильная стратегия является равновесием Нэша, но обратное, вообще говоря, неверно. Существуют специально сконструированные динамические системы, точки равновесия Нэша которых не могут быть достигнуты в результате формального процесса эволюции решения под действием естественного отбора (Hofbauer, Sigmund, 1998). Резюмируя, можно сказать, что эволюционные игры с точки зрения информационных технологий представляют собой гибрид генетических алгоритмов и классической теории игр (рис. 1).



Рис. 1. Факторы и критерии, определяющие сущность эволюционной игры

К настоящему времени развита теория и математический аппарат аналитического исследования эволюционной динамики самовоспроизводящихся систем с наследованием свойств. Так, при выполнении ряда условий (установившаяся и достаточно большая суммарная численность популяции, равновероятное скрещивание, отсутствие мутаций, то есть изменчивости при наследовании и т.д.) динамика непрерывного распределения изучаемого признака в популяции под прессом естественного отбора подчиняется известному репликаторному уравнению (Page, Nowak, 2002):

$$\frac{\partial \mu(x,t)}{\partial t} = \mu(x,t) \cdot (f(x) - \bar{f}); \quad \bar{f} = \int_X f(x) \cdot \mu(x,t) \cdot dt \quad (1)$$

Здесь  $\mu(x)$  – распределение признака в пространстве изменения числовых значений  $x$ ,  $f(x)$  – приспособленность особей, имеющих значение признака, равное  $x$  (конкретный клон). Для удовлетворения критериям эволюционной игры приспособленность каждого клона должна определяться не только самой величиной  $x$ , но и текущей частотой данного клона и, более того, всем текущим распределением частот, то есть  $f$  является неким функционалом от всего текущего распределения  $f(x) = f(x, \mu(s,t))$ ,  $s \in X$ . Таким образом принимается во внимание игровая составляющая проблемы – зависимость текущей приспособленности конкретного клона от распределения клонов во всей популяции.

Как и для многих других задач, альтернативным инструментом исследования социальных взаимодействий и эволюционных игр может служить численное имитационное моделирование (Adamietal., 2016). Сущность подхода состоит в том, чтобы получить вид эволюционно-стабильной стратегии субъектов игрового взаимодействия в компьютерном эксперименте, моделирующем коэволюцию достаточно большой популяции индивидуумов в ходе смены достаточно большого числа модельных поколений. Движущей силой «искусственного естественного отбора» при этом выступает неоднородность популяции по выделенному параметру или группе параметров, определяющих выбранную каждым индивидуумом стратегию поведения в кооперативном взаимодействии с другими индивидуумами. Предельное распределение значений этого параметра в исследуемой популяции на больших временах может быть принято в качестве оценки искомой эволюционно-обеспеченной стратегии для конкретного типа агентов. При этом теоретически здесь возможны случаи порождения как чистых стратегий (при этом из модельной популяции элиминируются все особи с величиной отслеживаемого фенотипического или поведенческого параметра, отличной от оптимального значения), так и смешанных стратегий (при этом финальное распределения параметра остается невырожденным).

Представляется, что парадигма агентного имитационного моделирования действительно как нельзя лучше подходит для исследования эволюционных игр. Потому что основная идея этого методического подхода – получение макрохарактеристик целостной системы путем моделирования поведения и взаимодействия множества составляющих ее активных элементов в

данном случае полностью соответствует природе изучаемого процесса. Более того, использование численных методов компьютерного моделирования позволяет изучить влияние многих факторов, которыми вынужденно пренебрегается при аналитическом подходе, связанном с интегрированием теоретического репликаторного уравнения (1). Так, в программной работе (Adami et al., 2016) выделяются и исследуются следующие значимые аспекты эволюционной динамики реальных популяций, которые невозможно или затруднительно исследовать в рамках аналитических подходов:

- конечность и ограниченность размера популяции;
- мутации различной природы и интенсивности (неидеальное наследование родительских свойств);
- стохастический выбор стратегии единичным индивидуумом в течение жизни;
- условные стратегии (зависимость выбора шаблона поведения в очередном взаимодействии на основании прошлого опыта);
- пространственные структуры и пространственное распределения взаимодействующих особей;

Необходимо отметить, что различные по своей природе и области эволюционные игры содержат в своей модельной реализации множество общих аспектов, относящихся к общей логике популяционной динамики самовоспроизводящихся систем (процессы смены поколений за счет рождения и смертности отдельных индивидуумов, естественный отбор наиболее приспособленных генотипов, наследование родительских свойств, формирование групп взаимодействующих особей и т.д.) Это означает, что в рамках той или иной выбранной среды высокоуровневого имитационного моделирования можно спроектировать и создать общий прототип или движок абстрактной эволюционной игры, в котором будут заранее реализованы все общие элементы моделей этого типа. После чего использовать полученную заготовку для быстрого изготовления моделей конкретных эволюционных игр путем перепрограммирования специфических моментов кооперативного взаимодействия, отличающих одну постановку от другой. В статье изложены принципиальная структура подобного прототипа, реализованного автором в среде AnyLogic, и приведен перечень компьютерных экспериментов с созданными на его основе моделями различных, как широко известных, так и оригинальных эволюционных игр.

#### Материалы и методы

Принципиальная объектная модель реализованного общего прототипа абстрактной эволюционной игры приведена на рис. 2. Она содержит два класса – головной класс модели *Environment*, представляющий собой сцену или экосистему, в рамках которой протекает процесс модельной эволюции, и класс *Creature*, инкапсулирующий свойства и поведение единичного объекта данного процесса (генотипа или индивидуума). Основным атрибутом экземпляра класса *Creature* является характеризующий его признак **strategyKey**, динамика изменения распределения которого внутри популяции в процессе естественного отбора и служит предметом интереса рассматриваемой эволюционной игры. Тип атрибута **strategyKey** в базовом прототипе не специфицируется и должен быть доопределен в конкретной реализации. Он может представлять собой целое число или перечисление (игра в дискретных стратегиях), вещественное число (дифференциальная игра) или логический вектор нескольких различных характеристик (модель с отбором по нескольким признакам). Кроме того, в классе *Creature* определен служебный вещественный атрибут **fitness**, в котором в течение жизни индивидуума накапливается интегральное значение его условной приспособленности, формируемое в ходе взаимодействий с другими агентами.

Наряду со статическими членами, в классе *Creature* определены две функции. Функция **winFor()** возвращает условный выигрыш текущего индивидуума в разовом акте взаимодействия с группой других индивидуумов (экземпляров класса *Creature*). Группа, для которой рассчитывается выигрыш, передается функции **winFor()** в качестве единственного параметра. Функция **newBorn()** имитирует процесс рождения нового экземпляра класса *Creature* и имеет на

входе единственный параметр: значение отслеживаемого признака у его «родителя». Внутренняя логика первой из этих функций *должна* быть реализована, а второй – *может* быть реализована в каждой конкретной модели конечной эволюционной игры. При этом функция `winFor()` имплементирует специфику предметной игровой составляющей, а в реализации функции `newBorn()` можно заложить правила и степень неидеального наследования вследствие случайных мутаций. В самом простом случае отсутствия наследственной изменчивости (она по умолчанию реализована в прототипе) сущность функции `newBorn()` состоит просто в присвоении признаку новорожденного индивидуума значения, переданного от родителя, и обнулении переменной приспособленности.

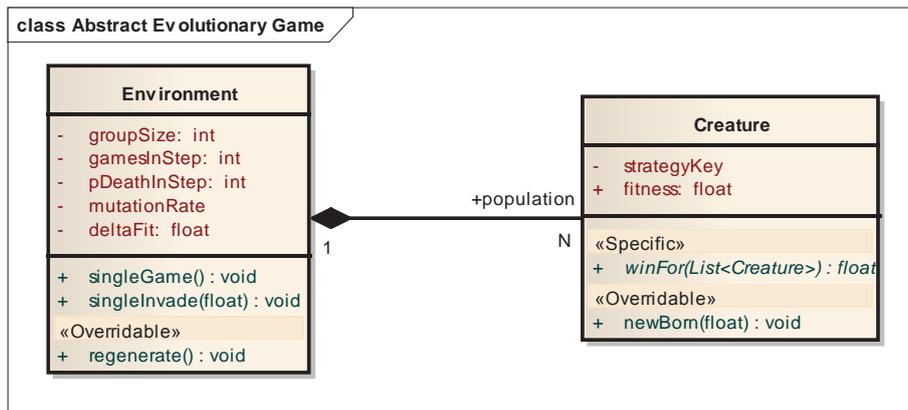


Рис. 2. Диаграмма классов базового прототипа имитационной модели абстрактной эволюционной игры

В головном классе *Environment* модели-прототипа определены следующие статические атрибуты:

- `groupSize` – размер группы индивидуумов в единичном акте игрового взаимодействия. В частности, для классических парных игр `groupSize` имеет значение, равное двум;
- `gamesInStep` – число групповых игр, в которых участвует каждый агент за один дискретный шаг модели;
- `pDeathInStep` – вероятность элиминации агента из популяции за один дискретный шаг модели (интенсивность смертности);
- `mutationRate` – параметр, определяющий частоту и степень наследственной изменчивости (генетических мутаций, приводящих к отличию потомка от предка). Его семантика определяется логикой функции `newBorn()` единичного агента в реализации конкретной эволюционной игры;
- `deltaFit` – служебный параметр, определяющий способ интерпретации накопленного суммарного выигрыша (условной величины приспособленности) в эволюционное преимущество текущего индивидуума (среднее число потомков).

Кроме того, важнейшим структурным свойством среды выступает популяция агентов, состоящая в любой момент времени из predetermined числа особей (экземпляров класса *Creature*). Здесь важно отметить следующий факт: предметом изучения эволюционных моделей в отличие от моделей динамики популяции служит не изменение общей численности, а изменение внутренней структуры популяции, то есть распределения в ней значений наблюдаемого признака. Поэтому соответствующие агентные модели чаще всего строятся в предположении о том, что численность модельной популяции стабилизирована (вид полностью занимает предоставленную ему экологическую нишу) и постоянна.

Также в классе *Environment* определены и реализованы динамические члены-функции, отвечающие за общую инвариантную логику смены поколений и естественного отбора. Функция `singleGame()` описывает логику единичной игры, которая состоит из двух основных этапов. На первом все особи популяции разбиваются на группы, состоящие из `groupSize` индивидуумов

каждая. Логика этого разбиения может быть различной. В принятом по умолчанию варианте, реализованном в прототипе, популяция считается «идеально перемешанной», так что вероятность для любого организма вступить в игру с любым другим организмом априори считается одинаковой (аналог панмиксии в процессе полового скрещивания). Таким образом, формирование групп происходит посредством полностью случайного последовательного выбора без возвращения. В конкретных реализациях эта логика может быть изменена. Например, можно принимать во внимание пространственное распределение организмов (более вероятное объединение в группы близко расположенных агентов). На втором этапе проводится «розыгрыш» полученных групповых взаимодействий, что эмулируется вызовом для каждого элемента популяции его внутренней функции **winFor()** с параметром, представляющим текущую группу, к которой он в данный момент принадлежит. Полученный для каждого агента выигрыш накапливается в его условной приспособленности.

Функция **regenerate()** описывает процедуру изменения структуры популяции (смену очередного поколения) под действием процессов смертности, рождаемости и естественного отбора. При этом поскольку общая численность популяции должна остаться неизменной, то факт смерти одного и рождения другого индивидуума можно эмулировать просто заменой признака у какого-либо из имеющихся агентов (что, кроме всего прочего, еще и гораздо эффективнее с вычислительной точки зрения). Для моделирования данного процесса используется модифицированный стохастический алгоритм Морана (Moran, 1962). Методом Монте-Карло для каждого индивидуума в популяции разыгрывается факт его «смерти» на очередном шаге дискретного алгоритма моделирования. Соответствующая вероятность для всех индивидуумов одинакова и равна **pDeathInStep**. В случае «смерти» очередного индивидуума определяется «родитель» новорожденного организма, который заменит его в популяции. Этот выбор производится между всеми представителями предыдущего поколения, причем сравнительный вес каждого из них в процессе случайного выбора  $w_i$  определяется как

$$w_i = 1 + (f_i - \bar{f}) \cdot \Delta f \quad (2)$$

где  $f_i$  – накопленная в ходе игр на очередном шаге условная приспособленность индивидуума (параметр **fitness**),  $\bar{f}$  – средняя условная приспособленность внутри популяции,  $\Delta f$  – параметр головного класса **deltaFit**. Необходимо отметить два характерных момента предложенного подхода. Во-первых, в реализованном методе пресс естественного отбора (факт предпочтительности одних генотипов перед другими) работает исключительно через механизмы рождаемости, а не через механизмы выживаемости. Средняя длина жизни всех организмов одна и та же и составляет  $1/\text{pDeathInStep}$  в терминах шагов модели или **gamesInStep/pDeathInStep** в терминах числа взаимодействий. И эволюционное преимущество конкретного генотипа проявляется исключительно через большее число его возможных потомков. Во-вторых, формула (2) является, по сути, дискретным аналогом аналитически выведенного основного репликаторного уравнения (1). Эта интерпретация позволяет дать единую основу для анализа и моделирования эволюционных игр с произвольными абсолютными величинами чисел в матрице выигрышей. При этом параметр **deltaFit** представляет собой универсальный показатель зависимости реальной приспособленности от изучаемого признака, то есть определяет скорость естественного отбора в эволюционном процессе дарвиновского типа.

После определения условного «родителя» для обновляемого элемента, производится вызов его внутренней функции **newBorn()** с параметром, равным значению родительского признака. В свою очередь, для членов популяции, которые остаются «живыми» в следующем поколении, производится обнуление накопленной условной приспособленности **fitness**, для того, чтобы обеспечить равные начальные условия для всех особей на следующем шаге модели.

Каждый дискретный шаг модельного алгоритма, таким образом, представляет собой последовательный вызов функции **singleGame()** в количестве **gamesInStep** раз с последующим вызовом функции **regenerate()** для имитации смены поколений и, соответственно распределения

отслеживаемого признака в изучаемой популяции. Необходимо отметить, что внутренняя логика двух базовых функций, исполняемых в ходе дискретного моделирования, носит универсальный характер. Хотя при реализации конкретной эволюционной игры в них можно вносить определенные специфические модификации, например, добавлять физическое перемещение агентов в моделях, исследующих влияние пространственно-распределенных структур.

Наконец, в рамках единого универсального прототипа оказывается возможным реализовать большое количество сервисной функциональности – визуальное отображение структуры популяции с автоматической раскраской агентов в зависимости от величины определяющего признака, графическое представление динамики статистических характеристик в процессе моделирования, интерактивные элементы управления, позволяющие моделировать инвазию (внедрение) в популяцию произвольного числа элементов-вселенцев с заданным значением признака (для этого в классе *Environment* реализована универсальная функция `singleInvade()`) и т.д. Характерная картина отображения головного окна модели конкретной эволюционной игры в режиме исполнения приведена на рис. 3.

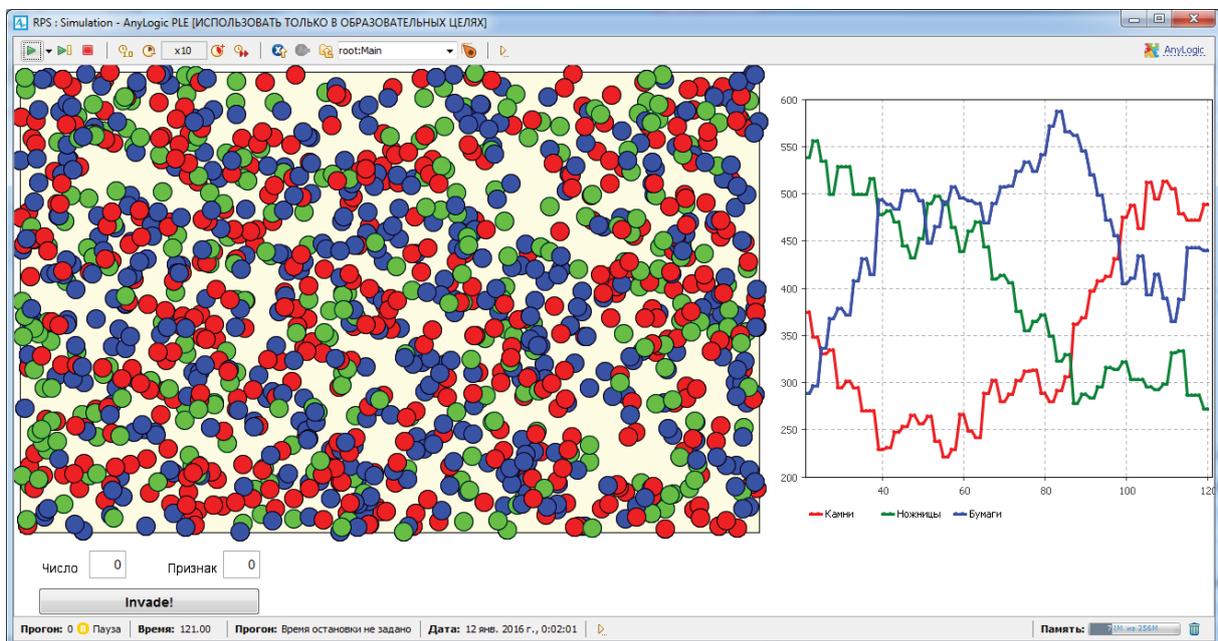


Рис. 3. Головное окно сцены эволюционной модели «камень–ножницы–бумага» в среде имитационного моделирования AnyLogic

### Результаты

Разработанная заготовка или универсальный обобщенный прототип использовалась автором для создания моделей ряда конкретных эволюционных игр и исследования их свойств в имитационных компьютерных статистических экспериментах. Так, для демонстрации эффектов ограниченности размера популяции и случайного характера отбора были реализованы модели широко известных и многократно описанных в литературе постановок: игры «ястребы–голуби» и игры с циклической последовательностью выигрышей дискретных стратегий (типа «камень–ножницы–бумага»). Основной точкой интереса при этом было сравнение качественных результатов численных компьютерных экспериментов и аналитически предсказанных эволюционно–стабильных стратегий для «идеального» случая. В частности, были сделаны следующие выводы:

В игре «ястребы–голуби» качественный и количественный характер предельного распределения дихотомического признака внутри популяции совпадал с теоретически предсказанной смешанной эволюционно–стабильной стратегией. Однако случайный характер формирования пар взаимодействия и процесса смены поколений по Морану приводят к постоянным колебаниям (дрейфу) численности «ястребов» и «голубей» в модельной популяции

относительно теоретически-предсказанных стабильных значений частоты. Увеличение количества игровых взаимодействий за дискретный шаг модели уменьшает амплитуду колебаний численностей от равновесных значений.

Ограниченность популяции и стохастический характер определяющих процессов для игры «камень–ножницы–бумага» приводят к увеличению неустойчивости системы, то есть к увеличению областей притяжения вырожденных предельных состояний (когда в популяции остается единственный локус). Это утверждение верно не только для случая теоретически предсказанного неустойчивого фокуса и устойчивого граничного цикла, где постоянное увеличение амплитуды колебаний численности должно неизбежно приводить к полному исчезновению из популяции всех генотипов кроме одного. Но также и для граничного случая безразличного равновесия (при точном равенстве выплаты при «ничейном» исходе полусумме возможных выигрыша и проигрыша) и даже при небольшом смещении ничейной выплаты в сторону проигрыша. Поскольку, даже несмотря на теоретически предсказанный для этого случая предельный режим типа устойчивого фокуса (эволюционно-стабильная стратегия состоит в наличии в популяции по одной трети особей с каждым из возможных значений признака) случайный дрейф генов и большой размах колебаний численности для популяций ограниченного размера часто приводит на практике к ее структурному вырождению (аналог задачи о случайном блуждании).

Наряду с общеизвестными примерами эволюционных игр, в рамках проводимых исследований на основе созданного универсального прототипа автором были разработаны, реализованы и исследованы имитационные агентные модели оригинальных дифференциальных эволюционных игр, описывающих различные постановки группового кооперативного взаимодействия в биологических и социальных приложениях, в частности:

Модель биологической азотфиксации, представляющая собой пример симбиотического партнерства бобовых растений и клубеньковых бактерий – ризобий (Абрамова, Топаж, 2018).

Модели совместного владения и реновации неразделяемого общего ресурса дискретной и непрерывной постановках. Эту модель можно считать разновидностью хорошо изученной игры в «общественное благо» с пороговой функцией выигрыша от суммарного объема вложенных средств (Топаж, 2019).

Модификация модели жизненного цикла «социальных амеб» (Matsuda, Harada, 1990).

Наиболее интересным результатом, полученным для двух последних примеров, является появление в спектре устойчивых стационарных решений бесконечного множества смешанных стратегий (EvolutionaryStableSet), а также экспериментальные исследования устойчивости полученных «островков стабильности» к различной численности разовой инвазии особей с альтернативным значением наблюдаемого признака и к наличию случайных мутаций различной интенсивности, «зашумляющих» процесс наследования родительских свойств.

Заключение

Метод имитационного моделирования представляет собой мощную альтернативу аналитическим подходам при исследовании многих проблем теоретической эволюционной биологии, в частности – эволюционных игр. Его преимущества могут особенно проявляться тогда, когда условный индивидуальный «выигрыш» от взаимодействия различных агентов в группе заданного количественного и качественного состава сам по себе формируется в результате достаточно сложных процессов, которые должны быть отдельно отражены в динамической модели. Тогда единственным подходящим инструментом численного исследования поставленной задачи может послужить гибридная модель, сочетающая в себе элементы агентного и системно-динамического подходов. А именно: логика описания структуры популяций, формирования групп, смены поколений, наследования родительских свойств и естественного отбора может быть реализована в рамках агентной парадигмы. А моделирование жизненного цикла конкретной симбиотической системы и определение показателей «жизненного успеха» составляющих ее симбионтов в течение одного поколения должны моделироваться встроенной системно-

динамической моделью в непрерывном времени. Соответствующие исследования могут быть спланированы и выполнены в современных средах многоподходного имитационного моделирования (например, AnyLogic) и представляют собой естественное и перспективное развитие исследований, описанных в настоящей работе.

## Литература

1. Adami C., Schossau J., Hintze A. Evolutionary game theory using agent-based methods // *Physics of Life Reviews*, 2016, (19), P. 1-26.
2. Hofbauer J., Sigmund K. *Evolutionary games and population dynamics*. Cambridge, UK: Cambridge University Press; 1998.
3. Matsuda H., Harada Y. Evolutionary stable stalk to spore ratio in cellular slime molds and the law of equalization in net incomes // *Journal of Theoretical Biology*, 1990, (147), P. 329-344.
4. Maynard Smith J. *Evolution and the theory of games*. Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1982.
5. Moran P.A.P. *The statistical processes of evolutionary theory*. Oxford: Clarendon Press; 1962.
6. Page K., Nowak M. Unifying Evolutionary Dynamics // *Journal of Theoretical Biology*, 2002, (219), P. 93-98.
7. Абрамова А.В., Топаж А.Г. Исследование модели растительно-микробного симбиотического взаимодействия методами теории эволюционных игр // *Математическая биология и биоинформатика*, 2018, Т. 13, №1, С. 130-158
8. Топаж А.Г. Исследование одного класса моделей социальной кооперации с помощью репликаторных уравнений эволюционной динамики // В сборнике: Сборник трудов всероссийской конференции по математике "МАК-2019". Алтайский государственный университет, Барнаул, 2019. С. 304–312.