

ПРОСТРАНСТВЕННО-ЧАСТОТНАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЦИФРОВОЙ  
ОПТИКО-ЭЛЕКТРОННОЙ СИСТЕМЫ ВОЗДУШНОЙ РАЗВЕДКИ

А.С. Молчанов (Ахтубинск)

Множество объектов разведки, все возможные ландшафты и фоны в общем виде могут быть при ведении воздушной разведки (ВзР) при описании частотной модели работы цифровой оптико-электронной системы (ЦОЭС) можно представить в виде плоского подвижного изображения, описываемого функцией  $\beta(x, y, t)$  [1, 2]. Неплоский объект может быть представлен некоторой его проекцией на плоскость. Суммарный лучистый поток  $\beta$  является коэффициентом яркости, зависящим при ведении разведки ЦОЭС от трех аргументов: пространственных координат на плоскости  $x, y$  и времени  $t$ . Под оптическим сигналом с точки зрения его функционального назначения для случая некогерентного света понимается изменение лучистости по пространственным координатам, несущее информацию о распределении отражательной или пропускной способности объектов реального мира.

Яркость изображения  $L$  при облучении участка местности  $\Delta A$  потоком  $\Phi$  от источника излучения и диффузном характере отражения, определяется отношением  $L = \frac{\beta\Phi}{\pi\Delta A}$ . Используя частотный метод анализа, плоское подвижное изображение представляется суммой некоторого числа синусоидальных составляющих функции  $L$ . В линейной системе эту функцию можно представить в виде трехмерного интеграла Фурье [1, 2]:

$$L(x, y, t) = \iiint_{-\infty}^{\infty} S(\omega_x, \omega_y, \omega_t) e^{i(\omega_x x + \omega_y y + \omega_t t)} d\omega_x d\omega_y d\omega_t,$$

где  $S(\omega_x, \omega_y, \omega_t)$  - трехмерный спектр изображения наблюдаемой местности,  $\omega_x, \omega_y$  - круговые пространственные частоты, связанные с пространственными длинами волн  $\lambda_x, \lambda_y$  и с числом пространственных периодов  $\nu_x, \nu_y$  на единицу длины в направлении осей  $x$  и  $y$  и последующим образом:  $\omega_x = 2\pi\nu_x = 2\pi/\lambda_x$ ,  $\omega_y = 2\pi\nu_y = 2\pi/\lambda_y$ ,  $t$  - время,  $\omega_t$  - круговая временная частота, связанная с числом колебаний (частотой)  $f$  в единицу времени и периодом колебаний  $T$  соотношением  $\omega_t = 2\pi f = 2\pi/T$ .

Трехмерный спектр изображения наблюдаемой местности, определяется обратным преобразованием Фурье и имеет вид [1-4]:

$$S(\omega_x, \omega_y, \omega_t) = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^3 \iiint_{-\infty}^{\infty} L(x, y, t) e^{-i(\omega_x x + \omega_y y + \omega_t t)} dx dy dt,$$

Отдельные элементы ЦОЭС ВзР действуют как фильтры, изменяющие пространственно-временной спектр изображения, при условии, что на определенном участке их можно считать однородными линейными звеньями. Изменение пространственно-временной спектра изображения можно определить с помощью функции передачи (отклика системы)  $a(x, y, t)$ .

В общем случае, когда объект разведки подвижный, яркость изображения  $L_i$  разведываемой местности связана с исходным изображением  $L$  преобразованием:

$$L_i(x, y, t) = \iiint_{-\infty}^{\infty} a(x - \xi, y - \eta, t - \tau) L(\xi, \eta, \tau) d\xi d\eta d\tau,$$

называемым сверткой функцией  $L(x, y, t)$  и  $a(x, y, t)$  и обозначаемым  $a * L$ .

Согласно теореме о спектре свертки, спектры исходного  $S(\omega_x, \omega_y, \omega_t)$  и преобразованного  $S_i(\omega_x, \omega_y, \omega_t)$  изображений связаны между собой соотношениями [1, 5-8]:

$$S_i(\omega_x, \omega_y, \omega_t) = T_y(\omega_x, \omega_y, \omega_t) S(\omega_x, \omega_y, \omega_t),$$

$$T_y(\omega_x, \omega_y, \omega_t) = \int \int \int_{-\infty}^{\infty} a(x, y, t) e^{-i(\omega_x^x + \omega_y^y + \omega_t^t)} dx dy dt,$$

где  $T_y(\omega_x, \omega_y, \omega_t)$  – энергетический трехмерный спектр функции передачи  $a(x, y, t)$ .

Спектр  $T_y(\omega_x, \omega_y, \omega_t)$  является пространственно-временной оптической передаточной функцией (ОПФ), которая в общем случае является комплексной. Модуль величины спектра  $T_y(\omega_x, \omega_y, \omega_t)$  является ФПМ ЦОЭС [1, 6, 9-11]:

$$[T_y(\omega_x, \omega_y, \omega_t)] = [T_y(\omega_x, \omega_y, \omega_t) T_y^*(\omega_x, \omega_y, \omega_t)]^{1/2} = T(\omega_x, \omega_y, \omega_t),$$

Достоинство частотного метода состоит в том, что он позволяет удобно учитывать изменения характера преобразований информации, вносимых системой. Он удобен также для подробного изучения и анализа системы, так как функция, характеризующая спектральные пропускания всей линейной системы, представляет собой произведение функций спектрального пропускания отдельных звеньев системы:

$$T_y(\omega_x, \omega_y, \omega_t) = \prod_{i=1}^n T_{y_i}(\omega_x, \omega_y, \omega_t),$$

$$T_i(\omega_x, \omega_y, \omega_t) = \prod_{i=1}^n T_i(\omega_x, \omega_y, \omega_t),$$

где  $T_{y_i}(\omega_x, \omega_y, \omega_t)$ ,  $T_i(\omega_x, \omega_y, \omega_t)$  - ОПФ и ФПМ каждого звена системы соответственно.

Однако на практике часто трудно найти аналитические выражения пространственно-временных частотных характеристик отдельных звеньев системы. В этом случае может быть проведен раздельный спектральный анализ по трем, двум или одному аргументам. Учитывая что скорость ЛА значительно превышает скорости наземных объектов, разведываемую местность можно описать функцией  $\beta(x, y)$  только двух пространственных  $x$  и  $y$  аргументов.

При анализе преобразований сигнала  $L(t)$  только в функции времени  $t$  в линейном системе интеграл Фурье этой функции имеет вид:

$$L(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega_t) e^{i\omega t} d\omega_t,$$

а спектр  $S(\omega_t)$  функции  $L(t)$  может быть найден из выражения:

$$S(\omega_t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} L(t) e^{-i\omega t} dt,$$

Исходный  $S(\omega_t)$  и преобразованный  $S_i(\omega_t)$  спектры связаны между собой через частотную характеристику  $T_i(\omega_t)/S_i(\omega_t) = T_{y_i}(\omega_t)S(\omega_t)$ .

Передаточная характеристика в одномерной линейной системе выражается соотношением:

$$|T_s(\omega_t)| = [T_s(\omega_t) T_s^*(\omega_t)]^{1/2} = T(\omega_t),$$

Плоское неподвижное изображение описывается следующими выражениями:

$$L(x, y) = \int \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega_x, \omega_y) e^{i(\omega_x^x + \omega_y^y)} d\omega_x d\omega_y,$$

$$S(\omega_x, \omega_y) = \left( \frac{1}{2\pi} \right)^2 \int \int_{-\infty}^{\infty} L(x, y) e^{-i(\omega_x^x + \omega_y^y)} d\omega_x d\omega_y,$$

где ОПФ в такой системе или звене системы равна:

$$T_{\omega_x, \omega_y} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} a(x, y) e^{-i(\omega_x x + \omega_y y)} d\omega_x d\omega_y$$

Модуль ОПФ  $T_{\omega_x, \omega_y}$  при учете пространственных аргументов  $x$  и  $y$  называется ФПМ звена или системы в целом:

$$|T_{\omega_x, \omega_y}| = [T_{\omega_x, \omega_y} T_{\omega_x, \omega_y}^*]^{1/2} = T_{\omega_x, \omega_y},$$

В общем случае все оптические сигналы подразделяются на две группы: детерминированные и случайные. Детерминированным является сигнал, который можно представить определенным двумерным коэффициентом пропускания изображения какого-либо объекта или определенной двухмерной функцией лучистости. При этом функция лучистости может быть представлена либо аналитически, либо численно. Детерминированными сигналами являются изображения конкретных объектов разведки (танк, самолет, дом и т. д.). Детерминированные сигналы разделяются на периодические и непериодические. Примером периодического сигнала является изображение линейчатой миры большой протяженности. Непериодическим сигналом служит любое изображение одиночного объекта. Случайные сигналы представляются случайными двумерными функциями. Примером случайного сигнала является изображение аэроландшафта. В этом случае конкретный закон распределения лучистости заранее неизвестен. Разделение сигналов на периодические, непериодические и случайные необходимо, так как каждому из этих видов сигналов соответствуют свои математические методы пространственно-частотного анализа.

Пространственно-частотный анализ пространственных сигналов получил широкое распространение в использовании теории передачи сигналов и в теории автоматического регулирования, что объясняется следующими особенностями данного метода: возможностью достаточно просто оценивать искажения сигналов при их последовательном прохождении через линейные звенья и возможностью удобного синтеза суммарных характеристик сложных систем по характеристикам отдельных звеньев.

В практике часто используют приближенное представление сигналов в виде двумерных случайных функций, отвечающих условиям стационарности и эргодичности. При этом существенно упрощается математический аппарат, используемый для описания характеристик этих функций. В качестве входного сигнала в разрабатываемой модели предлагается использовать сигнал типа «белый шум». Если представить изменение коэффициента пропускания в каждой зоне спектра в пределах снимка как случайный стационарный процесс,  $\tau(m, n)$  корреляционная функция которого равна дельта-функции, умноженной на некоторую постоянную величину  $\tau_0^2$  [1, 5], то можно получить:

$$R(m - m_0, n - n_0) = \tau_0^2 \delta(m - m_0, n - n_0),$$

$$\delta(m - m_0, n - n_0) = \begin{cases} \infty & \text{при } m = m_0, n = n_0 \\ 0 & \text{при } m \neq m_0, n \neq n_0. \end{cases}$$

где

Как известно [1, 12]:

$$\int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \delta(m - m_0, n - n_0) dm dn = 1, \quad \beta = 0^\circ,$$

Отсюда следует, что рассматриваемый случайный процесс характеризуется тем, что значения  $\tau(m, n)$  в двух несовпадающих, но сколь угодно близких точках снимка некоррелированы.

Обозначая  $m - m_0 = \Delta m$ ,  $n - n_0 = \Delta n$ , спектральная плотность рассматриваемого случайного процесса может быть найдена:

$$F[R(\Delta m, \Delta n)] = \int_0^\infty \int_0^\infty (\Delta m, \Delta n) e^{-j2\pi(v_m \Delta m + v_n \Delta n)} dmdn = \tau_0^2 = const,$$

Таким образом, спектральная плотность случайного процесса постоянна на всех частотах (рисунок 1).

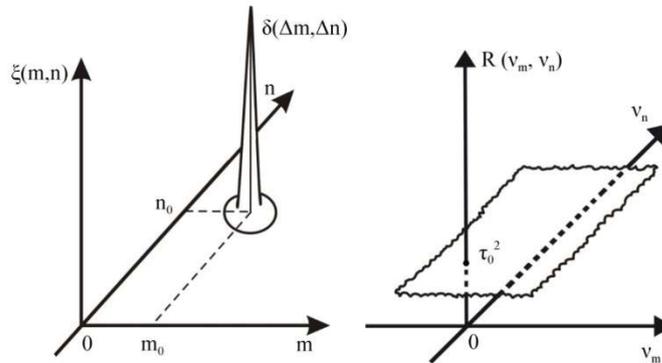


Рис. 1. Спектральная плотность случайного процесса

Амплитудно-частотный спектр рассматриваемого процесса также будет постоянным и равным  $\tau_0$  откуда можно получить:

$$F[\tau(m, n)] = \tau(m, n),$$

При воздействии на приемник оптического излучения (ПОИ) ЦОЭС сигнала некоторой яркости и какого-либо спектрального состава в каналах ПОИ образуется соответствующее количество накопленного заряда. Заряд ПОИ в синей, зеленой и красной зонах видимого спектра будет пропорционален спектральным коэффициентам отражения на изображении. Яркостям объекта и фона будут соответствовать свои величины. В каждой из зон видимого спектра коэффициент отражения объекта и фона для одновременного распределения можно представить как (рисунок 2) [5, 13, 14]:

$$\tau(v) = \begin{cases} \tau_{об}(v) \text{ при } v_1 \geq v \geq v_2 \\ \tau_{ф}(v) \text{ при } v_1 \leq v, v_2 \geq v, \end{cases}$$

где  $v_1, v_2$  - значения пространственной частоты объекта на заданном фоне.

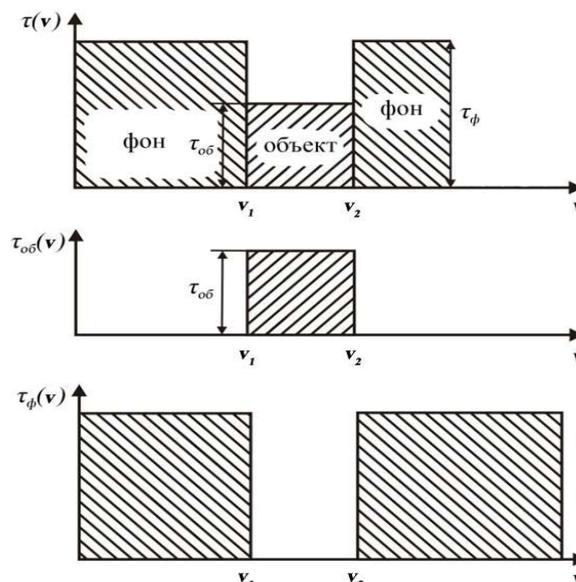


Рис. 2. Распределение коэффициентов отражения объекта и фона в зависимости от пространственной частоты

Разбиение ЦОЭС на отдельные звенья условно и зависит от того, влияние каких факторов необходимо учесть. При этом учитывается лишь эквивалентное влияние на сигнал того или иного фактора, независимо от его физического содержания. Передаточные свойства звена описываются отношением сигнала на его выходе и входе.

В качестве входного сигнала используется сигнал типа «белый шум» и спектры  $F[\tau_{об}(v)]$  и  $F[\tau_{ф}(v)]$  будут отличаться в каждой зоне спектра лишь амплитудой сигнала  $\tau_{об}(v)$  и  $\tau_{ф}(v)$ .

Процесс прохождения оптического сигнала в ЦОЭС можно условно представить состоящим из отдельных последовательно соединенных оптических звеньев. Общим для всех этих звеньев является то, что каждое из них оказывает свое влияние на сигнал независимо от влияния других элементов тракта. Каждое звено модели, представленной характеризуется своей оптической передаточной функцией (ОПФ). Модуль ОПФ звена, характеризующий зависимость коэффициента передачи модуляции от пространственной частоты, определяет функцию передачи модуляции (ФПМ). Структурная схема прохождения оптического сигнала в виде отдельных ФПМ представлена на рисунке 3.

В [1, 3, 6, 9] рассмотрены физическая, информационная и дискретная модели ЦОЭС. Анализ этих моделей показывает, что наиболее полно характеристики ЦОЭС могут быть описаны пространственно-частотной моделью. Достоинство пространственно-частотной модели состоит в том, что она позволяет удобно учитывать изменения характера преобразований сигнала, вносимого системой.

Поскольку к отдельным элементам ЦОЭС применим принцип суперпозиции, то их можно считать линейными фильтрами пространственных частот [12]. Для работы математической модели ЦОЭС ВЗР, необходимо определить лишь передаточные характеристики звеньев, приведенных на рисунке 3 и задаться входным сигналом.

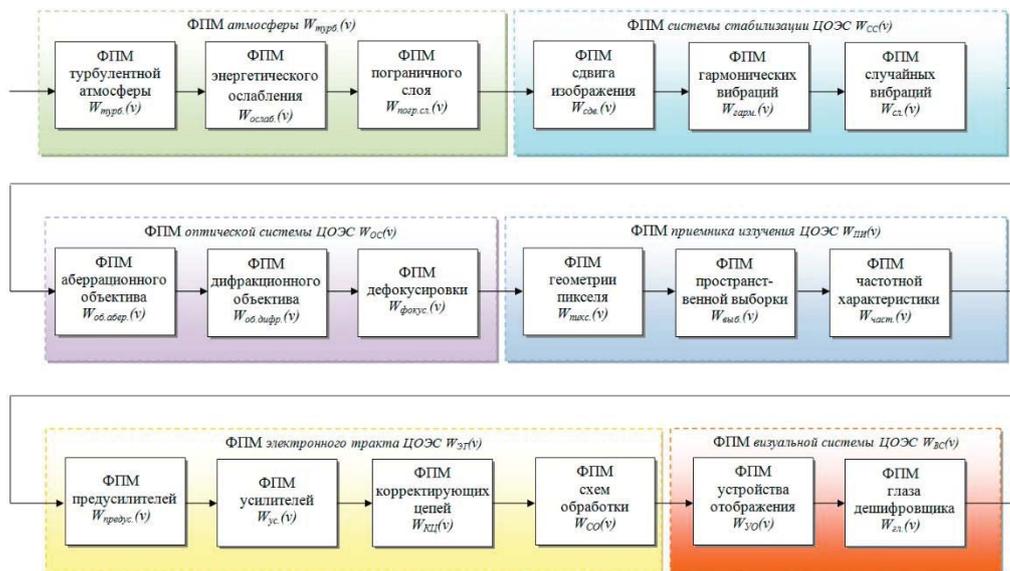


Рис.3. Пространственно-частотная математическая модель работы ЦОЭС ВЗР ММ ЦАФС можно представить в виде [1, 5, 15, 16]:

$$W(v) = W_{атм.}(v) \cdot W_{СС}(v) \cdot W_{ОС}(v) \cdot W_{ПН}(v) \cdot W_{ЭТ}(v) \cdot W_{ЗС}(v),$$

$$W_{атм.}(v) = W_{турб.}(v) \cdot W_{аэр.}(v) \cdot W_{погр.сл.}(v),$$

$$W_{СС}(v) = W_{сдв.}(v) \cdot W_{гарм.}(v) \cdot W_{сл.}(v),$$

$$W_{ОС}(v) = W_{об.абер.}(v) \cdot W_{об.дифр.}(v) \cdot W_{фокус.}(v),$$

$$W_{ПН}(v) = W_{пикс.}(v) \cdot W_{выб.}(v) \cdot W_{част.}(v),$$

$$W_{ЭТ}(v) = W_{предус.}(v) \cdot W_{ус.}(v) \cdot W_{КЦ}(v) \cdot W_{СО}(v),$$

$$W_{ВС}(v) = W_{УО}(v) \cdot W_{зл.}(v),$$

где  $W_{атм.}(v)$  – ФПМ атмосферы;  $W_{СС}(v)$  – ФПМ системы стабилизации линии визирования;  $W_{ОС}(v)$  – ФПМ оптической системы;  $W_{ПМ}(v)$  – ФПМ приемника оптического излучения;  $W_{ЭТ}(v)$  – ФПМ электронного тракта;  $W_{ВС}(v)$  – ФПМ визуальной системы;  $W_{турб.}(v)$  – ФПМ турбулентной атмосферы;  $W_{ослаб.}(v)$  – ФПМ энергетического ослабления атмосферой, обусловленное рассеянием и поглощением аэрозолями и молекулами;  $W_{нозр.сл.}(v)$  – ФПМ, учитывающая размытие изображения, возникающего из-за пограничного слоя (аэродинамического нагрева защитного окна иллюминатора и возникающего скачка уплотнения перед ним);  $W_{сдв.}(v)$  – ФПМ, учитывающая линейные перемещения линии визирования (сдвиг изображения);  $W_{гарм.}(v)$  – ФПМ, учитывающая гармонические (синусоидальные) перемещения линии визирования;  $W_{сл.}(v)$  – ФПМ, учитывающая случайные вибрации линии визирования;  $W_{об.аб.}(v)$  – ФПМ объектива с учетом суммарного влияния аберраций;  $W_{фокус.}(v)$  – ФПМ, обусловленная дефокусировкой оптической системы;  $W_{об.дифр.}(v)$  – ФПМ объектива, учитывающая явление дифракции;  $W_{пикс.}(v)$  – ФПМ, учитывающая геометрические размеры пикселя ПОИ;  $W_{выб.}(v)$  – ФПМ пространственной выборки, выполняемой матричным приемником излучения;  $W_{част.}(v)$  – частотная характеристика матричного приемника излучения;  $W_{предус.}(v)$  – ФПМ предусилителей;  $W_{КЦ}(v)$  – ФПМ корректирующих цепей;  $W_{ус.}(v)$  – ФПМ усилителей;  $W_{СО}(v)$  – ФПМ схем обработки;  $W_{УО}(v)$  – ФПМ устройства отображения (дисплея, индикатора);  $W_{зл.}(v)$  – ФПМ зрительного анализатора оператора-дешифровщика;  $v$  – пространственная частота,  $\text{мм}^{-1}$ .

На сегодняшний день математический вид ФПМ отдельных звеньев ЦАФС ВЗР достаточно широко исследован и представлен в работах [5, 9, 15, 16].

За характеристику оценивания выбирается значение пространственной частоты  $v_{пред.}$ , в характерной точке ФПМ, по заданному критерию, которое соответствует характеристике разрешения ЦОЭС. В качестве критерия применяют критерий Шадэ, который характеризует использование эквивалентной пространственной частоты, являющейся граничной для оптической системы, воспроизводящей изображение без искажений [15].

Прохождение оптического сигнала в ЦОЭС можно условно представить состоящим из отдельных последовательно соединенных оптических звеньев. Каждое звено пространственно-частотной математической модели, характеризуется своей функцией передачи модуляции. Предложенная пространственно-частотная математическая модель цифровой оптико-электронной системы позволяет посредством моделирования проводить сравнительный анализ ЦОЭС и оценить основные технические характеристики и параметры всех звеньев. В общем случае при квалиметрии ЦОЭС ВЗР необходимо учитывать нелинейность процессов формирования изображения.

#### Литература

1. Ребрин Ю.К. Оптико-электронное разведывательное оборудование летательных аппаратов / Ю.К.Ребрин. Киев: КВВАИУ, 1988. 449 с.
2. Веселов Ю.Г. Современное состояние и перспективы развития оптико-электронных систем воздушной разведки / Ю.Г. Веселов, С.П. Гулевич, О.П. Еруков, Н.И. Сельвесюк // Вестник академии военных наук. 2011. № 3 (36). С. 124-128.
3. Молчанов А.С. Методика синтеза функции передачи модуляции цифровых оптико-электронных систем дистанционного зондирования земли по результатам летных испытаний / А.С.Молчанов, Е.В. Чаусов // Научные ведомости Белгородского государственного университета. 2019. Т.46. № 1. С.138-148.
4. Белоглазов И.Н. Особенности оценки корреляционных характеристик шума цифровых оптико-электронных систем видимого диапазона по изображениям, полученным в летных условиях / И.Н. Белоглазов, Ю.Г. Веселов, В.И. Дубинин, И.В. Карпиков // Проблемы безопасности полетов. 2010. № 1. С. 65-74.

5. Молчанов А.С. Теория построения иконических систем воздушной разведки / А.С. Молчанов. Волгоград: Панорама, 2017. 224 с.
6. Веселов Ю.Г. Математическая модель аэрофотосистемы, построенной на основе фоточувствительных приборов с переносом заряда / Ю.Г. Веселов, А.С. Молчанов, В.А. Глушко // Наука и образование. 2013. № 9. С. 219-232.
7. Белоглазов И.Н. Синтез оптимального поискового алгоритма и оценка точности иконической навигационной системы, использующей изображения поверхностных полей Земли / И.Н. Белоглазов // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. 2003. № 5. С. 135-148.
8. Чаусов Е.В. Математическая модель атмосферы как звена процесса формирования изображений иконических оптико-электронных систем воздушной разведки / Е.В. Чаусов, А.С. Молчанов // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. 2019. № 2. С. 203-209.
9. Ллойд Дж. Системы тепловидения / Дж. Ллойд. М.: Мир, 1978. 414 с.
10. Молчанов А.С. Оценка оптико-электронных систем воздушной разведки на основе критерия информационной емкости / А.С. Молчанов, И.В. Шорсткий, Ю.Г. Веселов // Научные чтения по авиации, посвященные памяти Н.Е. Жуковского. 2015. № 3. С. 380-385.
11. Баранник В.В. Метод кодирования значимых структурных характеристик трансформанты для повышения целостности аэрофотоснимков в системе воздушной разведки / В.В. Баранник, А.П. Мусиенко, Д.А. Тарасенко // Захист інформації. 2017. Т. 19. № 4. С. 263-270.
12. Веселов Ю.Г. Исследование линейности аэрофотосистем, построенных на основе фоточувствительных приборов с зарядовой связью / Ю.Г. Веселов, С.П. Гулевич, А.С. Молчанов // Наука и образование: электронное научно-техническое издание, 2013. № 9. С. 313-324.
13. Ларкин Е.В. Исследование критериев соответствия потока событий пуассоновскому потоку / Е.В. Ларкин, А.В. Богомолов, Д.В. Горбачев, А.Н. Привалов // Вестник компьютерных и информационных технологий. 2019. № 1 (175). С. 3-11.
14. Рудаков И.С. Методика идентификации вида закона распределения параметров при проведении контроля состояния сложных систем / И.С. Рудаков, С.В. Рудаков, А.В. Богомолов // Информационно-измерительные и управляющие системы. 2007. Т. 5. № 1. С. 66-72.
15. Чернуха В.Н., Новокшенов Ю.В., Пляскота С.И. Основы испытаний авиационной техники. Часть II. М.: ВВИА им. Н.Е. Жуковского, 1994. 34 с.
16. Молчанов А.С. Оценка качества аэрофотосистем методом математического моделирования с использованием критерия Шадэ / А.С. Молчанов // Известия высших учебных заведений. Геодезия и аэрофотосъемка. 2017. № 1. С. 28-33.