

# **Имитационное моделирование системы релейного управления запасами с кусочно-постоянными параметрами экспоненциальных распределений объемов поступления и потребления ресурса**

**В.И. Бронер, Р.А. Балдаев**

*Томский государственный университет, г. Томск, Россия*

При исследовании различных математических моделей систем управления запасами следует учитывать различные факторы, например стохастический характер событий, распределения объемов поступления и потребления и другие. Учитывая эти особенности, в некоторых ситуациях аналитическое исследование моделей является затруднительным и применяется метод имитационного моделирования.

Системы с релейным управлением рассматриваются в качестве математических моделей фондов социального страхования и систем релейного управления запасами различных типов. В [1–5] рассматриваются математические модели деятельности фонда социального страхования. Релейное управление применяется для регулирования уровня капитала страховой компании. В [6–8] исследуются системы релейного управления запасами. В указанных работах модели исследуются в предположении постоянных параметров распределений объемов поступления и потребления.

В данной работе рассматривается система управления запасами, в которой параметры экспоненциальных распределений объемов поступления и потребления являются кусочно-постоянными функциями.

В рамках решения задачи построения эмпирической функции плотности и эмпирической функции распределения системы управления запасами строится имитационная модель, которая позволяет генерировать хронологическую последовательность изменения уровня запасов в системе.

## **Постановка задачи**

Система релейного управления ресурсами изображена на рис. 1.

Система пополняется ресурсом в случайные моменты времени в соответствии с пуассоновским потоком с постоянной интенсивностью  $\nu$ . Объемы партий ресурса независимые, одинаково распределенные слу-

чайные величины с экспоненциальной функцией распределения

$$A(x) = 1 - e^{-\alpha(s)x}, \quad (1)$$

где параметр

$$\alpha(s) = \begin{cases} \alpha_1, & s < S, \\ \alpha_2, & s \geq S, \end{cases} \quad (2)$$

зависит от значений случайного процесса  $s(t) = s$  величины накопленного к моменту времени  $t$  ресурса,  $S$  – некоторое пороговое значение.

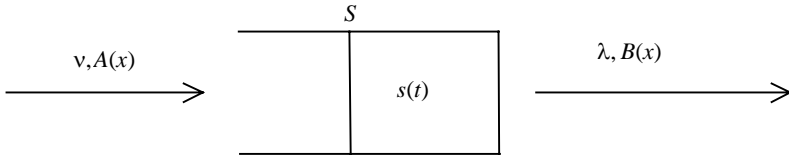


Рис. 1. Система релейного управления запасами с кусочно-постоянными параметрами распределений объемов потребления

Ресурс расходуется в соответствии с пуассоновским потоком с параметром  $\lambda$ , объемы потребления распределены по экспоненциальному закону  $B(x)$  с кусочно-постоянным параметром  $\beta(s)$

$$B(x) = 1 - e^{-\beta(s)x}, \quad (3)$$

где

$$\beta(s) = \begin{cases} \beta_1, & s < S, \\ \beta_2, & s \geq S. \end{cases} \quad (4)$$

Условие существования стационарного режима в описанной системе имеет вид

$$v/\alpha_1 > \lambda/\beta_1, \quad v/\alpha_2 < \lambda/\beta_2, \quad (5)$$

то есть до достижения порогового значения в среднем будет больше поступать ресурса, чем расходоваться, следовательно, объем будет в среднем накапливаться, а при превышении порогового значения объем ресурса будет убывать в среднем.

Из постановки задачи следует, что процесс  $s(t)$  является марковским с непрерывным временем  $t$  и непрерывным множеством значений  $-\infty < s < \infty$ .

В данной работе ставится задача нахождения эмпирической функции распределения процесса  $s(t)$ .

## Имитационная модель

Так как при решении данной задачи система управления запасами представляет собой один объект (например, склад), то будем считать, что другие объекты, ввиду их отсутствия, не оказывают влияния на поведение данной системы. Принимая этот факт во внимание, для моделирования был выбран дискретно-событийный подход.

Имитационная модель реализована с помощью языка Python версии 3.5 и следующих библиотек: `numpy`, `pandas`, `math`, `matplotlib`.

У построенной модели структурно можно выделить три основных модуля: генератор событий, модуль обработки данных и модуль представления результатов в удобном для исследователя виде (рис. 2).

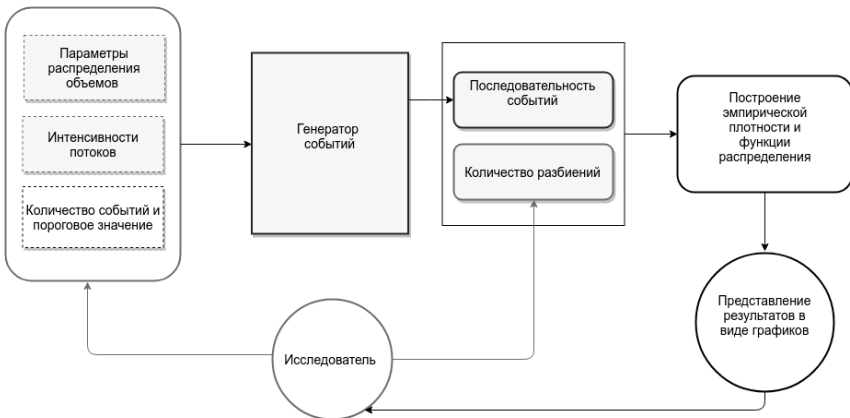


Рис. 2. Модули программы имитационного моделирования

На вход модели поступают:

- параметры случайных потоков поступления  $\nu$  и потребления  $\lambda$  ресурса;
- значения параметров распределений объемов поступления  $\alpha(s)$  и потребления  $\beta(s)$  ресурсов;
- количество генерируемых событий;
- пороговое значение  $S$ .

Данные отправляются в генератор случайных событий, который на основе заданных значений выдает реализацию случайного процесса уровня запасов в системе в момент поступления заявок на поступление и потребление ресурса. Таким образом, на всем промежутке наблюде-

ния известны значения уровня запасов. Данные, характеризующие реализацию процесса поступают на вход модуля обработки данных, который строит плотность распределения вероятностей значений процесса и затем, по требованию исследователя, эмпирическую функцию распределения.

Модуль представления результатов отображает полученные результаты в виде графиков как для всей области определения данных функций, так и для определенных интервалов.

### Пример

В качестве примера работы программы имитационного моделирования рассмотрим следующий набор входных параметров

- параметры случайных потоков поступления  $\nu = 1$  и потребления  $\lambda = 1$  ресурса;
- значения параметров распределений объемов поступления  $\alpha_2 = 1$ ,  $\alpha_2 = 0.8$  и потребления  $\beta_1 = 0.3$  ресурсов;
- количество генерируемых событий  $n = 2\,000\,000$ ;
- пороговое значение  $S = 100$ .

Результаты работы программы при различных значениях параметра  $\beta_2$  приведены на рис. 3.

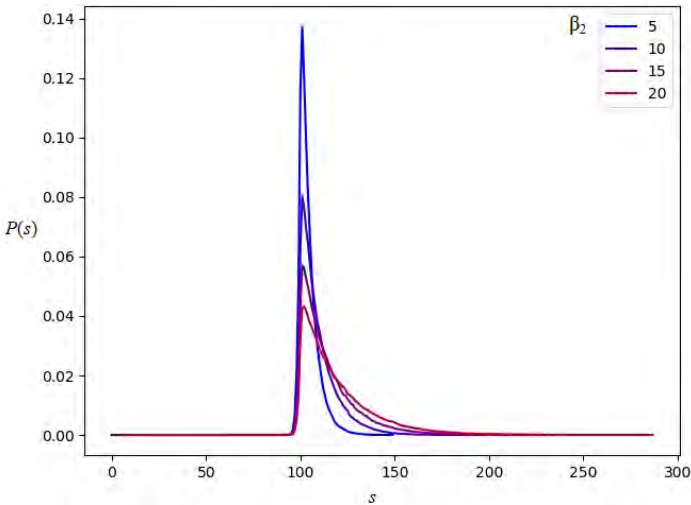


Рис. 3. Плотность распределения вероятностей

## Заключение

Представлена имитационная модель системы управления запасами с кусочно-постоянными параметрами распределений объемов поступления и потребления ресурса. Предложенная модель позволяет рассчитать вероятностные характеристики исследуемого процесса, такие как вероятности опустошения, превышения порогового уровня, и провести анализ указанной системы.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Вальц О.В., Змеев О.А.* Математическая модель деятельности фонда социального страхования при экспоненциальных страховых выплатах и со случайными расходами на социальные программы // Вестник ТГУ. 2004. № 284. С. 37–41.
2. *Лившиц К.И., Шифердекер И.Ю.* Математическая модель деятельности некоммерческого фонда при релейном управлении капиталом // Вестник ТГУ. Приложение. 2006. № 18. С. 302–308.
3. *Лившиц К.И., Сухотина Л.Ю., Шифердекер И.Ю.* Пуассоновская модель деятельности некоммерческого фонда при релейном управлении капиталом // Вестник ТГУ. Приложение. 2006. № 19. С. 302–312.
4. *Китаева А.В., Тертугов А.Ф.* Модель фонда социального страхования при релейном управлении капиталом и экспоненциально распределенных страховых выплатах и выплатах по социальным программам // Вестник ТГУ. 2006. № 293. С. 35–37.
5. *Лившиц К.И., Шифердекер И.Ю.* Диффузионная аппроксимация математической модели деятельности некоммерческого фонда при релейном управлении капиталом // Вестник ТГУ. 2006. № 293. С. 38–44.
6. *Назаров А.А., Бронер В.И.* Исследование потоковых моделей управления запасами методом R-аппроксимации // Информационно-управляющие системы. 2016. № 5 (84). С. 91–97.
7. *Назаров А.А., Бронер В.И.* Система управления запасами с гиперэкспоненциальным распределением объемов потребления ресурсов // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2016. № 1(34). С. 43–49.
8. *Назаров А.А., Бронер В.И.* Модифицированная модель Крамера – Лундберга релейного управления запасами с пуассоновскими потоками моментов поступления и потребления ресурсов // Труды Международной конференции «Актуальные проблемы прикладной математики и информатики» (9–10 октября 2016 г., Ташкент). Ташкент, НУУз им. Мирзо Улугбека, 2016. С. 213–217.
9. *Глебов Н.И.* Об условиях разрешимости оптимизационных задач «жадным» алгоритмом // Дискретный анализ и исследование операций. 2002. Сер. 2. Т. 9. № 2. С. 3–12.

---

**Бронер** Валентина Игоревна, аспирант; [valsubbotina@mail.ru](mailto:valsubbotina@mail.ru);  
**Балдаев** Роман Андреевич, студент; [roma26baldaev@gmail.com](mailto:roma26baldaev@gmail.com)