Пройдакова Екатерина Вадимовна
к. ф.-м. н., Национальный исследовательский
Нижегородский государственный университет
им. Н. И. Лобачевского, Нижний Новгород, РФ
E-mail: pev_1@mail.ru

НЕПОСТОЯННАЯ ИНТЕНСИВНОСТЬ ОБСЛУЖИВАНИЯ В СИСТЕМАХ С ФИКСИРОВАННЫМ РИТМОМ И ПЕРЕНАЛАДКАМИ

Аннотация

В работе изучается система обслуживания независимых и конфликтных потоков требований в классе алгоритмов с фиксированным ритмом и переналадками. Демонстрируется применение имитационного моделирования, как метода исследования влияния непостоянной интенсивности обслуживания на характеристики функционирования такой системы.

Ключевые слова

Система массового обслуживания, конфликтные потоки, средняя задержка требования, имитационное моделирование, квазиоптимальные параметры.

В работе рассматривается система управления независимыми и конфликтными потоками Π_1, Π_2, ..., Π_m требований в классе циклических алгоритмов с непостоянной интенсивностью обслуживания. Конфликтность означает, что обслуживание потоков происходит в непересекающиеся промежутки времени. Входные потоки Π_1, Π_2, ..., Π_m считаем пуассоновскими с параметрами λ_1, λ_2, …, λ_m соответственно. По потокам Π_1, Π_2, ..., Π_m разрешены неограниченные очереди. У каждого потока есть основной этап обслуживания и переналадка. Обслуживающее устройство имеет $2m$ состояние $\Gamma^{(1)}$, $\Gamma^{(2)}$, ..., $\Gamma^{(2m)}$ известной длительности T_1, T_2, …, T_{2m}. В состоянии $\Gamma^{(2j-1)}$ $j=\overline{1,m}$ пропускается только поток Π_j с непостоянной интенсивностью $\mu_j(t) > 0$, $t\in [0, T_{2j-1}]$. В состоянии $\Gamma^{(2j)}$ обслуживается также только поток Π_j, но уже с постоянной интенсивностью μ'_j. Интенсивности определяют среднее число заявок, обслуживающихся в единицу времени. Вид функций интенсивности $\mu_j(t)$, $j=\overline{1,m}$ полагался кусочно-постоянным, с конечным числом скачков, равным n ($n \geq 2$). Произвольный вид функции интенсивности обслуживания может быть реализован за счет аппроксимации его кусочно-постоянной функцией. Чтобы задать кусочно-постоянную функцию, состояние $\Gamma^{(2j-1)}$ длительности T_{2j-1} представим в виде объединения n виртуальных состояний $\Gamma^{(2j-1)} = \{\Gamma_1^{(2j-1)}, \Gamma_2^{(2j-1)}, \ldots, \Gamma_n^{(2j-1)}\}$, следовательно, оно является укрупненным состоянием. В данных виртуальных состояниях интенсивность $\mu_j(t)$ последовательно принимает значения $\mu_{j,1}$, $\mu_{j,2}$, … $\mu_{j,n}$, $k=\overline{1,n}$.

Длительности виртуальных состояний $\Gamma_1^{(2j-1)}$, $\Gamma_2^{(2j-1)}$, …, $\Gamma_n^{(2j-1)}$ равны $T_{2j-1,1}$, $T_{2j-1,2}$, …, $T_{2j-1,n}$ единиц времени соответственно, причем выполняется соотношение $T_{2j-1}=\sum_{k=1}^{n} T_{2j-1,k}$. Пусть $l_{j,k} = [\mu_{j,k}\cdot T_{2j-1,k}]$, а $l'_j = [\mu'_j\cdot T_{2j}], k=\overline{1,n}$. Обозначим через l_j максимальное число требований потока Π_j, которое может обслужиться за время работы сигнала $\Gamma^{(2j-1)}$, тогда $l_j=\sum_{k=1}^{n} l_{j,k}$. Алгоритм смены состояний обслуживающего устройства остается циклическим. В силу этого, для новой модели можно применять те же методы исследований, что и в случае системы с постоянной интенсивностью обслуживания, только с учетом увеличения числа состояний обслуживающего устройства. Ранее, в работах [1, с. 92] и [2, с. 190] автором уже рассматривалась система с фиксированным ритмом, в которой значение интенсивности обслуживания в состояниях $\Gamma^{(2j-1)}$, $j=\overline{1,m}$ предполагалось равным постоянной величине.

Для того, чтобы исследовать влияние непостоянной интенсивности обслуживания на характеристики функционирования управляющей системы с фиксированным ритмом и переналадками, была создана соответствующая программа, являющаяся ее имитационной моделью. При моделировании учитывались условия существования стационарного режима функционирования, найденные автором [1, с. 94] для случая циклической системы с постоянной интенсивностью обслуживания: $\lambda_j T - l_j - l'_j < 0$, $T = \sum_{r=1}^{2m} T_r$, $j = \overline{1,m}$. При проведении численного эксперимента также были установлены ограничения на некоторые параметры системы: $T_2 \geq 6$, $T_4 \geq 6$, $T_1 \geq T_2$, $T_3 \geq T_4$ и $T \geq 80$.

В начале работы имитационной модели задавались входные параметры:

– количество входных потоков m;

– длительности фаз обслуживающего устройства $T_1, T_2, \ldots, T_{2m}$;

– интенсивности λ_j, $j = \overline{1,m}$ поступления заявок по потокам;

– интенсивности μ'_j обслуживания заявок в состояниях $\Gamma^{(2j)}$, $j = \overline{1,m}$;

– длины $x_{j,0}$, $j = \overline{1,m}$ начальных очередей по потокам;

– вид функций для интенсивностей $\mu_j(t)$ обслуживания требований в состояниях $\Gamma^{(2j-1)}$, $j = \overline{1,m}$.

Моделирование включало в себя два этапа. На первом этапе определялся момент перехода системы в квазистационарный (близкий к стационарному) режим функционирования [3, с. 201]. На втором этапе моделировалась работа системы в квазистационарном режиме для нахождения численных оценок характеристик системы. В частности были найдены значения $\tilde{M}\gamma_j$, $j = \overline{1,m}$ оценок среднего времени ожидания начала обслуживания требования по потокам и оценка γ^* среднего времени ожидания начала обслуживания произвольного требования, где $\gamma^* = \sum_{j=1}^{m} \lambda_j \tilde{M}\gamma_j \Big/ \sum_{j=1}^{m} \lambda_j$, $j = \overline{1,m}$. Основным критерием качества работы в системах с конфликтными входными потоками является среднее время ожидания начала обслуживания произвольной заявки в стационарном режиме или средняя задержка требования. При численном исследовании предварительно, методом сокращенного перебора, решалась задача оптимизации по критерию $\gamma^* \to \min$. Ниже, в качестве примера, рассмотрен случай двух потоков.

В таблице 1 приведены фрагменты результатов, полученных при значениях $T_2 = T_4 = 6$, $\mu_1(t) = \mu_1 = 1$, $\mu_2(t) = \mu_2 = 1$, $\mu'_1 = \mu'_2 = 1{,}5$, $\lambda_1 = 0{,}05$ и $\lambda_2 = 0{,}4$.

Таблица 1

Значения оценок $\tilde{M}\gamma_1$, $\tilde{M}\gamma_2$ и γ^* для различных длин периода T

T	T_1	T_3	$\tilde{M}\gamma_1$	$\tilde{M}\gamma_2$	γ^*
140	6	122	143,851	30,160	42,792
	7	121	138,092	31,883	43,684
	8	120	136,543	32,491	44,052
110	6	92	117,526	25,537	35,758
	7	91	115,694	27,174	37,010
	8	90	113,962	29,263	38,674
80	**6**	**62**	**79,243**	**18,103**	**24,896**
	7	61	78,391	18,945	25,550
	8	60	77,854	19,547	26,026

Из таблицы 1 следует, что при указанных параметрах минимум оценки γ^* равен **24,896** единицы времени, и он достигается при значениях $T = 80$, $T_1 = 6$, $T_3 = 62$. Данные значения и являются квазиоптимальными для случая постоянной интенсивности обслуживания, когда $\mu_1(t) = 1$, $\mu_2(t) = 1$.

Изучим, как повлияет непостоянная интенсивность обслуживания по второму направлению (j = 2) в состоянии $\Gamma^{(3)}$, на значение оценки γ^*, в случае неизменных остальных параметрах и при квазиоптимальных T, T_1 и T_3. Пусть при этом максимальное число требований, которое может обслужиться в состоянии $\Gamma^{(3)}$, остается таким же, как в случае постоянной интенсивности обслуживания ($l_2 = 62$). Ниже, в качестве примера, рассмотрены два случая.

Случай 1. Кусочно-постоянная функция $\mu_2(t)$ интенсивности обслуживания второго потока в состоянии обслуживающего устройства $\Gamma^{(3)}$, имеет четыре точки разрыва и задается следующим образом: $T_{3,1} = 18$, $T_{3,2} = 12$, $T_{3,3} = 14$, $T_{3,4} = 18$, а соответствующие интенсивности обслуживания принимают значения $\mu_{2,1} = 1{,}5$, $\mu_{2,2} = 1{,}2$, $\mu_{2,3} = 0{,}8$, $\mu_{2,4} = 0{,}6$. Значение оценки γ^* в этом случае равно 18,762 единиц времени.

Случай 2. Кусочно-постоянная функция $\mu_2(t)$ также с четырьмя точками разрыва задается следующим образом: $T_{3,1} = 12$, $T_{3,2} = 18$, $T_{3,3} = 14$, $T_{3,4} = 18$, где интенсивности обслуживания принимают значения $\mu_{2,1} = 1{,}2$, $\mu_{2,2} = 1{,}5$, $\mu_{2,3} = 0{,}8$, $\mu_{2,4} = 0{,}6$. Оценка γ^* в данном случае равна 19,713 единиц времени.

Результаты имитационного моделирования позволяют сделать вывод, что в случае системы с фиксированным ритмом, наличие непостоянной интенсивности обслуживания (даже по одному направлению) существенно влияет на такую характеристику, как среднее время ожидания начала обслуживания произвольного требования γ^*. Например, при непостоянной интенсивности обслуживания в первом случае значение оценки γ^* уменьшилось на 6,134 единиц времени, или 24,6 процента, а во втором случае на 5,183 единицы времени, что составило 20,8 процента. Таким образом, только за счет введения функциональной зависимости $\mu_2 = \mu_2(t)$ и не меняя при этом значения входных параметров, можно значительно уменьшить оценку среднего времени ожидания начала обслуживания произвольного требования.

Список использованной литературы:

1. Пройдакова Е.В. Определение условий существования стационарного распределения выходных потоков в системе с циклическим управлением / Е.В. Пройдакова, М.А. Федоткин // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. Серия Математика. – 2006. – Вып. 1 (4). – С. 92-102.
2. Пройдакова Е.В. Исследование вероятностных свойств выходных потоков в системе управления с приоритетным направлением // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. — 2012. № 5(2). — С. 190-196.
3. Пройдакова Е.В. Численное исследование циклической и приоритетной систем управления конфликтными потоками требований / Е.В. Пройдакова // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. — 2013. — № 3(1). — С. 199–205.

УДК 517.923

Чочиев Тимофей Захарович
Кандидат физико – математических наук,
старший научный сотрудник ЮМИ ВНЦ РАН и РСО – А.
г. Владикавказ, РФ, E – mail: madina-rso@yandex.ru

ОБЩЕЕ РЕШЕНИЕ ЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА И СОПРОВОЖДАЮЩЕЕ НЕЛИНЕЙНОЕ УРАВНЕНИЕ ВТОРОГО ПОРЯДКА

Аннотация

В настоящей работе, методом понижения порядка производной строим общее решение для