

## ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ МЕЗОУРОВНЯ ЭКОНОМИКИ<sup>1</sup>

**КИРИЛЮК ИГОРЬ ЛЕОНИДОВИЧ,**

*младший научный сотрудник,  
Институт экономики РАН, Москва, Россия  
e-mail: igokir@rambler.ru*

*В статье представлен обзор ряда математических моделей, применяемых для описания и анализа мезоуровня экономики. Предложены критерии отнесения моделей к классу моделей мезоуровня, отличающие их от чисто микроэкономических, или макроэкономических моделей. Приводятся примеры использования математических моделей в литературе по мезоэкономике. Показано, что к моделям для исследования мезоуровня можно отнести как некоторые классические модели типа межотраслевого баланса Леонтьева, или, например, теории игр, так и относительно новые модели, использующие математический аппарат систем нелинейных отображений или дифференциальных уравнений, а также многообразные имитационные модели. Подобно тому, как развитие нелинейной физики привело к возможности описания разномасштабных самоорганизующихся структур, мезомасштабный уровень экономики, понимаемый как совокупность эволюционирующих, взаимодействующих между собой, конкурирующих и кооперирующихся подсистем, порождающих эмерджентные явления типа возрастающей отдачи, гиперболического роста или самоорганизованной критичности, может быть уместно описывать с помощью моделей эконофизики и применения принципов синергетики. Также обсуждаются перспективы развития моделей мезоуровня и проблема условности выделения уровней экономики, обусловленной, к примеру, признаками масштабной инвариантности в некоторых социально-экономических системах.*

**Ключевые слова:** мезоэкономика; мезоуровень экономики; теория игр; эконофизика; имитационное моделирование; производственные функции; масштабная инвариантность.

## ECONOMIC-MATHEMATICAL MODELS FOR STUDYING OF MESOLEVEL OF ECONOMY

**IGOR L. KIRILYUK,**

*Junior researcher,  
Institute of Economics RAS, Moscow, Russia  
e-mail: igokir@rambler.ru*

*The review of a number of the mathematical models applied to the description and analysis of mesolevel of economy is presented in article. The criteria for assigning models to a class of meso-level models that distinguish them from purely microeconomic or*

<sup>1</sup> Исследование выполнено в рамках Государственного задания по теме «Феномен мезоуровня в экономическом анализе: новые теории и их практическое применение».

*macroeconomic models are proposed. Examples of the use of mathematical models in the literature on mesoeconomics are given. The some classical models like input–output model of Leontief, or, for example, game theory, and rather new models using a mathematical apparatus of systems of nonlinear mappings or the differential equations, diverse simulation models, can be considered as models of mesolevel. Just as development of nonlinear physics has led to a possibility of the description of multi-scale self-organizing structures, the mesolarge-scale level of economy understood as set of the subsystems evolving, interacting among themselves, competing and cooperating generating the emergent phenomena like the increasing return, the hyperbolic growth or self-organized criticality can be appropriate to describe by means of models of econophysics and use of the principles of synergetics. Also discussed are the prospects for the development of meso-level models and the problem of the conventionality of separating the levels of the economy, due, for example, to signs of scale invariance in some socio-economic systems.*

**Keywords:** *mesoeconomics; mesolevel of economy; game theory; econophysics; simulation modeling; production functions; scale invariance.*

**JEL:** *B15, B25, B52, C02, C7.*

### Введение

Математические модели, применяемые для описания и исследования экономических процессов, традиционно делятся на микроэкономические и макроэкономические. Однако, со второй половины прошлого века начинает распространяться точка зрения о том, что такой дихотомии недостаточно, и что следует учитывать наличие промежуточного экономического уровня, который называли мезоэкономическим, иначе говоря, мезоуровнем экономики (Ng, 1986). Утверждается, что этот уровень имеет особенности, которые несводимы ни к микро-, ни к макроуровню. На нём происходят разнообразные формы коллективных экономических процессов. И если основным объектом микроуровня являются микроэкономические субъекты (фирмы, домохозяйства и т.п.), а на макроуровне это страны – относительно однозначно определенные объекты, то на мезоуровне можно выделять множества различных структур промежуточного масштаба, используя для этого разные способы агрегации микроэкономических единиц или дезагрегации макроэкономических объектов.

Самые очевидные способы дезагрегации макроэкономик – это деление на отрасли или регионы. Однако также могут быть выделены такие объекты исследования, как экономические кластеры, корпорации и прочие образования, которые представляют собой разного рода агрегаты субъектов микроуровня. Наконец, к промежуточному уровню относят экономические институты, т.е. правила поведения микроэкономических субъектов, определяющие возможность устойчивого развития макроэкономических систем (Кирдина, 2014). Соответственно, математические модели, применяемые для описания и изучения таких промежуточных объектов, могут считаться моделями мезоуровня экономики.

Первоначально ни классическая политэкономия, ни неоклассическая экономическая теория, которая строилась преимущественно на микроэкономических основаниях, не ставили своей целью выделение качественно различных уровней иерархии экономики. Впервые термины “микроэкономика” и “макроэкономика” употребил Рагнар Фриш в 1933 г. (Frisch, 1933). Однако считается, что макроэкономика получает свое развитие после выхода книги Дж. Кейнса “Общая теория занятости, процента и денег” (Keynes, 1936). Необходимость разделения уровней анализа была связана с рядом причин, важнейшей из которых было осознание того, что одни и те же экономические процессы, рассматриваемые на микро- или макроуровнях, могут приводить к качественно различным результатам. Об этом ярко свидетельствует, например, парадокс сбережений Кейнса (известный также как «парадокс бережливости»).

Понятие мезоэкономики ни Фришем, ни Кейнсом не использовалось. Оно вошло в научный оборот намного позже (*Ng, 1986*). С тех пор количество работ, посвященных анализу мезоуровня экономики, постоянно растет (см. статьи А. И. Волынского и М. С. Кругловой в этом номере). Однако многие из них не содержат математических моделей. В то же время авторы множества статей, посвященных математическим моделям, описывающим, например, экономики отраслей и регионов, не упоминают в явной форме о мезоэкономике. Наконец, некоторые экономико-математические модели, созданные за века существования экономической мысли, могут быть интерпретированы как мезоэкономические лишь «задним числом». В следующих разделах приводятся примеры моделей, которые могут быть использованы для описания мезоэкономики.

### **Универсальный математический аппарат, применимый для описания мезоуровня: теория игр**

К моделям мезоуровня можно отнести некоторые математические модели, применяемые в институциональной экономике, поскольку институты относят к мезоэкономическому уровню (подробнее об этом см. (*Клейнер, 2003; Кирдина, 2015*)). В первую очередь в этой связи упоминается теория игр. Важнейший вклад в это направление внесли Дж. Нейман, Дж. Нэш (*Von Neuman, Morgenstern, 1944; Nash, 1951*). Также применению математики в институциональной экономике посвящены работы (*Mirowski, 1981; Shubik, 2012*). На русском языке по этой теме вышла статья (*Петросян, 2006*).

В. Элснер (*2015*) обращает внимание на то, что такие подходы, как системная динамика, анализ сетей, теория графов, теория игр, компьютерная имитация, используемые первоначально в экономическом мейнстриме, нашли далее активное применение в институциональной и эволюционной экономике. Институты рассматриваются при таком подходе как «правила игры», вырабатываемые в процессе взаимодействия экономических агентов. Институты – результат компромисса, который может ограничивать возможности каждого агента, но выгоден для системы в целом. Возможны ситуации, когда институты не оптимальны даже для системы, но их упразднение требует слишком больших усилий (это объясняет возникновение так называемых «институциональных ловушек»). Теория игр объясняет существование неоптимальных равновесий, как в «дилемме заключенного». Таким образом, свойства системы не выводятся из свойств отдельных агентов. В зависимости от того, кого подразумевать под игроками, модели теории игр могут использоваться в микроэкономическом, макроэкономическом и мезоэкономическом анализе (изначально они использовались в микроэкономике).

### **Универсальный математический аппарат, применимый для описания мезоуровня: производственные функции**

Существуют и другие математические инструменты, которые универсально применимы для исследования любых уровней экономики. Одним из таких инструментов являются производственные функции. Они используются как в простейших эконометрических расчётах, так и в качестве составляющих компонент более сложных экономических моделей. Простейшая и наиболее известная форма производственной функции – функция Кобба-Дугласа, применяется не только в микроэкономических исследованиях, но также при изучении макроэкономик (на уровне стран) и на мезоэкономическом уровне (в исследованиях отдельных отраслей и регионов). При этом, как показывают расчёты разных авторов, производственные функции, в том числе, функция Кобба-Дугласа, могут давать весьма точную аппроксимацию на разных уровнях экономики.

Тем не менее, следует подчеркнуть, что проблема агрегации производственных функций является нетривиальной задачей (*Гребнев, 2015*), поскольку производственная

функция, рассчитанная для какой-либо экономической системы, не может быть представлена в общем случае как сумма производственных функций ее подсистем. Мы не можем получить, например, производственную функцию России, просто просуммировав производственные функции всех её краёв и областей. Во-первых, это не соответствует законам математики, если коэффициенты эластичностей для разных регионов не совпадают. Во-вторых, ВВП страны сам по себе не является простой суммой ВРП образующих страну территориальных единиц (краёв, областей и т.п.), а превышает её, поскольку в итоговый ВВП вносят вклад также структуры, которые имеют общегосударственное значение, не ограничивающееся конкретным регионом. Кроме того, высказывается мнение, что агрегирование до уровня макроэкономики вообще не является корректной процедурой для производственных функций, поскольку, например, достаточно спорны методы агрегирования такого используемого в них показателя, как капитал, являющегося весьма неоднородным по своей природе (*Коэн, Харкерт, 2009*).

С практической точки зрения производственные функции, в том числе, функция Кобба-Дугласа, интересны, например, тем, что с их помощью может быть изучено явление, называемое отдачей от масштаба производства. Для функции Кобба-Дугласа она определяется как сумма коэффициентов эластичности по труду и капиталу. Часто она предполагается равной единице (в этом случае говорят о «постоянной отдаче»). При таком предположении производственная функция совокупности одинаковых подсистем остаётся той же, что для каждой подсистемы. В (*Кирилюк, 2013*) приведены примеры работ, где накладывается, или не накладывается такое ограничение, а затем сравниваются оба варианта. На примере модели российской экономики показано, что предположение постоянной отдачи существенно ухудшает результат аппроксимации реальных данных. Непостоянная отдача может быть убывающей, что свидетельствует о явлениях нехватки ресурсов, насыщения, о негативных эффектах конкуренции и т.п., или возрастающей, что может свидетельствовать о возможных эффектах взаимовыгодной кооперации между подсистемами, или взаимостимулирующих эффектах конкуренции типа «гонки вооружений» (*Малков, Кирилюк, 2013*). В любом случае, непостоянная отдача (даже в системе, состоящей из относительно однотипных подсистем, с близкими значениями коэффициентов эластичности) свидетельствует о наличии эмерджентных эффектов, которые могут являться признаками целесообразности использования понятия мезоуровня для описания подобных систем.

### Специализированные математические модели мезоэкономики

Можно ли говорить о том, что происходит формирование каких-то особых экономико-математических моделей мезоуровня? По нашему мнению, значительное число возникших в прошлом экономико-математических моделей являются именно мезоэкономическими.

Таковой, является, например, «Экономическая таблица» – работа 1758 г. французского экономиста Франсуа Кенэ, описывающая баланс между натуральными и денежными элементами сельскохозяйственного производства среди трех классов (работники аграрного сектора, собственники земли и так наз. «бесплодный класс» – прочие лица, не занятые в сельском хозяйстве). Аналогично, ряд числовых моделей, используемых в политической экономии К. Маркса, также могут быть интерпретированы как мезоэкономические. Это, прежде всего, модели воспроизводства совокупного капитала, в которых он выделяет два подразделения – производство средств производства и производство предметов потребления. Мезоэкономическими можно считать модель общего экономического равновесия Л. Вальраса (*Walras, 1877*), поскольку она предполагает установление равновесий между спросом и предложением на рынках различных благ – эти рынки могут быть интерпретированы как мезоэкономические объекты, и модель Эрроу-Дебре (*Arrow, Debreu, 1954*). Мезоэкономическая по сути

модель «Затраты - Выпуск» разработана В. В. Леонтьевым (*Leontief, 1936*). В ней имеет место дезагрегация по отраслям производства, между которыми осуществляются межотраслевые связи. Также можно считать мезоэкономической модель Неймана (*Vonn Neumann, 1937*) расширяющейся экономики, развитую впоследствии Гейлом (*Gale, 1956*), предназначенную для описания экономики в её развитии, поскольку в ней рассматривается множество товаров (сырьё, факторы производства, продукты производства, услуги и т.п.) и производственных процессов, перерабатывающих эти товары. Таким образом, все перечисленные модели могут быть отнесены к мезоэкономическим, поскольку в них макроэкономическая система дезагрегирована на множества продуктов, отраслей, производителей, потребителей и т.п. Подробнее см. статью С. Г. Кирдиной-Чэндлер и В. И. Маевского в этом номере.

В последние десятилетия стали появляться публикации, в названии и содержании которых имеет место прямая отсылка к тому, что в них описываются исследования в области мезоэкономики, или мезоуровня экономики, и при этом в них рассматриваются специализированные (более-менее) математические модели.

Остановимся подробнее на мезоэкономических идеях сингапурского учёного Ю Кван Нг (*1986; 1992; Ng, Wu, 2004*), поскольку он считается основоположником современной мезоэкономики. Кроме того, он один из немногих, кто активно использует оригинальный, созданный специально для мезоэкономических исследований, математический аппарат. Его подход сочетает элементы макроэкономического и микроэкономического анализа упрощённой системы общего экономического равновесия. При этом предполагается отказ от принципа совершенной конкуренции. Учитывается расчёт максимизации прибыли на уровне отдельных фирм и межфирменные взаимодействия, а также влияние агрегированных переменных, таких, как совокупный спрос, совокупный выпуск, уровень цен, на состояние отдельных фирм.

Нг применил свой мезоэкономический подход для анализа экономических депрессий и возможностей их предотвращения. Модель Нг позволяет реализовать, как частные случаи, кейнсианский и монетаристский взгляды на то, как изменения номинального спроса влияют на уровень цен и реальный выпуск (монетаристы считают, что не влияют, а кейнсианцы утверждают о возможном воздействии). Это связано с тем, что в модели Нг возможен континуум реальных равновесий, в результате чего изменение экономических показателей может вызывать переходы от одного равновесия к другому.

В большинстве остальных публикаций по мезоэкономике, содержащих математические модели (обобщающий характер имеют, например, следующие из них: (*Элснер, 2015; Мезоэкономика развития, 2011; Чекмарева, 2016*)), упоминаются модели, уже применявшиеся ранее другими авторами, например, модели теории игр; модели, описывающие рынок несовершенной конкуренции; модель последовательных олигополий Штакельберга и др.

Подытоживая, отметим, что для перечисленных в этом разделе моделей характерны особенности, отличающие их как от макроэкономических, так и от микроэкономических моделей. В макроэкономике применяются формулы, связывающие между собой общие характеристики страны (ВВП, инфляция, безработица и т.п.), без деления на подсистемы. В микроэкономике описываются репрезентативные фирмы, пассивно зависящие от макропараметров. Если же в модели представлен ряд подсистем, состоящих из неоднородных агентов, взаимодействующих между собой, образующих структуры, и даже способных определять динамику системы на макроуровне, то такую модель можно относить к мезоэкономическому уровню.

### Эконофизика и описание мезоуровня экономики

Иерархический подход к рассмотрению уровней экономики, обеспечивающих её функционирование и сбалансированное развитие, предполагает возможность поиска



аналогий в физике (в первую очередь, в нелинейной физике, в синергетике), в экологии и в теории эволюции, а также заимствования из них соответствующего математического аппарата.

Одним из направлений, адекватных исследованию особенностей мезоуровня экономики, является эконофизика, или «физическая экономика» (Занг, 1999; Романовский, Романовский, 2012; Чернавский, Старков, Щербаков, 2002, Словохотов, 2010). Некоторые модели эконофизики, динамика которых определяется нелинейным взаимодействием подсистем, могут иметь применения в мезоэкономике, поскольку при таком взаимодействии, благодаря нелинейности могут возникать структуры более высокого уровня с новыми свойствами (хотя и линейные модели, такие, как модель «Затраты - выпуск» в мезоэкономике тоже применимы).

Базовой моделью, применяемой в синергетике и в исследованиях эволюции популяций биологических объектов, является модель Лотки-Вольтерра (другое название – модель «хищник-жертва»), описываемая системой обыкновенных дифференциальных уравнений. Она описывает динамику популяции двух видов, один из которых питается другим, и применима в том числе для описания сообщества первобытных людей в тот период, когда они зависели от окружающей среды в той же степени, как и другие организмы, и, с некоторыми модификациями, для более развитых экономических систем. Разработаны модели, учитывающие различные дополнительные эффекты, например, возможность смены ареала некоторыми из конкурирующих популяций и т.п. (Колпак, Горыня, 2015).

Для исследования конкуренции и развития современных экономических систем также разрабатываются эконофизические модели в виде систем нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений, в том числе, сходные по свойствам с моделью «хищник-жертва». Примером могут служить модели в работах Д. С. Чернавского, связанные с его теорией условной информации (Чернавский, Старков, Щербаков, 2002). В рамках этого направления можно также привести, например, работы (Акаев, 2000; Кортаев, Малков, Халтурина, 2007; Малков, Кириллук, 2013). Важной особенностью такого типа моделей является то, что они с единых позиций позволяют моделировать такие понятия, как экономическое равновесие, экономические циклы, экономический рост, и даже нерегулярную динамику экономических показателей. Они часто более наглядны, чем эконометрические модели, и дают возможности для лучшего интуитивного понимания механизмов экономических процессов, что характеризует мезоуровень экономического анализа.

В последние десятилетия в экономике большую роль играют сетевые структуры, в том числе, экономические кластеры. Под ними подразумевается совокупность географически соседствующих организаций, связанных между собой, имеющих общую деятельность и взаимодополняющих друг друга. В статье (Броншпак, Московкин, 2004) предлагается рассматривать кластеры как нелинейные социально-экономические системы и описывать их деятельность посредством систем обыкновенных дифференциальных уравнений.

В эконофизике также применяются системы дискретных отображений (Кириллук, 2016), уравнения в частных производных (Ерофеевко, Козловская, 2011) и иной математический аппарат, который имеет большие перспективы в мезоэкономическом анализе.

Ряд моделей экономики и эконофизики описывает макроэкономические системы, разделённые на взаимодействующие подсистемы мезоуровня, различающиеся по возрастам трудовых ресурсов, или основного капитала. Известным примером моделей такого типа является модель пересекающихся поколений Самуэльсона-Даймонда (Samuelson, 1958; Diamond, 1965). Это модель экзогенного экономического роста, в которой индивиды разделены на две группы: первые («молодые») работают и получают

деньги за результат труда, накапливая «на старость», вторые («старые») не работают и тратят накопленные сбережения.

В моделях публикаций (*Johansen, 1959; Solow, 1960; Канторович, Жиянов, Хованский, 1978; Матвеевко, 1981; Чуканов, 1984; Оленев, Поспелов, 1989; Boucekine et al, 2006; Бекларян, Борисова, Хачатрян, 2012*) и ряда других авторов используется идея дифференциации производственных фондов в зависимости от времени их создания. В статье (*Кузнецов, Маркова, Мичасова, 2014*) математическая модель динамики взаимодействия двух биологических популяций Гилпина-Айала применена для описания конкурентного взаимодействия двух последовательных поколений новой технологии, приводящего к диффузии инноваций.

Аналогия в описании экономических и экологических процессов также использована в работе (*Васечкина, Ярин, 2002*). В частности, там рассматривается выдвинутая в экологии гипотеза Красной Королевы, согласно которой, для того, чтобы выжить, виды должны постоянно и с достаточно быстрыми темпами эволюционировать.

Подобная гипотеза используется в ряде моделей теории переключающегося режима воспроизводства, разрабатываемых коллективом под руководством академика РАН В. И. Маевского (*Маевский, Малков, 2013*). В этой теории макроэкономические системы разбиваются на совокупность подсистем, различающихся по возрасту основного капитала. Подсистемы по очереди переключаются с режима производства товаров потребления для системы в режим самообновления собственных основных фондов и наоборот. Особенностью этого класса моделей является существование как решений, соответствующих экспоненциальному росту скоординированно развивающихся подсистем, так и решений, соответствующих нерегулярной динамике показателей. Реальные экономики стран мира также демонстрируют оба вида динамики (как экспоненциальный рост, так и нерегулярное изменение ВВП). Подобное деление поведения во времени на два типа характерно также для мезоэкономических или микроэкономических систем (например, есть обычные фирмы, чьи реальные доходы годами колеблются вокруг какого-то равновесного состояния, а есть фирмы – «газели» (*Юданов, 2007*), в течении какого-то времени быстро растущие примерно по экспоненте). В этой связи интересен поиск условий, при которых происходит скоординированный экспоненциальный экономический рост. В работе (*Кириллюк, 2016*) найдены аналитические условия скоординированного экспоненциального роста для модели переключающегося режима воспроизводства, приведённой к форме системы дискретных отображений.

Подытоживая раздел, вновь обратимся к истории. В период создания макроэкономики в 30-х гг. прошлого века уже были хорошо развиты термодинамика и статистическая физика, что позволяло применять при переходе от микроуровня к макроуровню рассуждения, аналогичные тем, что использовались в подобных случаях физике. Но развитие и осмысление проблем нелинейной физики, синергетики, теории диссипативных структур было ещё впереди. Именно синергетика, развитие которой приходится на вторую половину XX в., дала возможность описания самоорганизации структур на самых разных масштабах. В этом многообразии структур уже намного сложнее выделить два уровня описания, чем в классической термодинамике. На наш взгляд, во многом это стало предпосылкой того, что с конца прошлого века стал возрастать интерес к введению понятия мезоуровня в экономике.

### **Имитационное моделирование мезоуровня**

Благодаря возрастанию мощности компьютерных устройств, наряду с относительно простыми базовыми моделями, позволяющими уловить лишь самые основные свойства систем, в экономике получают распространение сложные модели, предполагающие проведение детальных симуляционных расчетов (*Чекмарева, 2016*). Развивается

имитационное моделирование, позволяющее учитывать весьма индивидуальные свойства экономических агентов, их неоднородность (Дементьев, 2015). Также разные агенты могут в рамках одной имитационной модели различаться по уровню агрегированности. То есть, в роли агента могут выступать индивидуум, фирма, отрасль, страна и разные другие объекты. Структуры мезоуровня и коллективные свойства в таких моделях могут задаваться разработчиками, а могут выявляться как результат расчёта.

Многообразие возможностей, которые могут использоваться в имитационном моделировании, делает затруднительной классификацию таких моделей. Иногда в качестве основных подходов выделяют системную динамику, восходящую к работам Дж. Форрестера (Forrester, 1958), дискретно-событийное моделирование и агентное моделирование. Агентное моделирование отличается тем, что в нём правила задаются для индивидуального поведения агентов, в то время, как в системной динамике могут использоваться дифференциальные уравнения, где агенты “обезличены”, и описывается непосредственно динамика показателей, характеризующих их массовое поведение. Имитации агентов могут обладать довольно сложным поведением, и по сути моделью интеллекта. В таких случаях говорят об агентно-ориентированном моделировании систем с распределённым интеллектом. Усложнение имитационных моделей, на наш взгляд, влечёт за собой тенденцию отхода от упрощений, характерных как для микроэкономических, так и для макроэкономических моделей, и возможность всё более тонко моделировать многоуровневую структуру экономики.

#### **Условность выделения уровней экономики. Масштабная инвариантность**

В экономике меньше, чем в физике, разница между масштабами, на которых выделяются уровни (например, число людей на планете гораздо меньше числа Авогадро), и больше роль индивидуальных особенностей систем.

Кроме того, само понятие уровней в экономике часто неоднозначно и размыто. Влиятельность отдельных экономических агентов, будь то страны, фирмы или индивидуумы, варьирует в очень широких масштабах (Талев, 2009). Явления положительной обратной связи, «самоорганизованной критичности» (Бак, 2013), приводят к тому, что для некоторых социально-экономических структур выявляется эффект «масштабной инвариантности». (Подлазов, 2002). Масштабная инвариантность означает, что в системе в каком-то диапазоне изменения величин вообще трудно выделить масштабы, которые имеют характерные структуры. Математически масштабная инвариантность описывается степенным распределением (распределением Парето).

В этой связи можно предположить, что дальнейшее развитие математического аппарата для мезоэкономического анализа (по аналогии с принципом соответствия в физике) будет происходить в направлении разработки универсальных подходов, применимых для описания экономики на всех масштабах.

#### **Заключение**

Рассматривая различные экономико-математические модели, мы увидели, что возможность отнесения их к моделям мезоуровня может быть обусловлена разными их особенностями. Некоторые модели (такие, как модель Леонтьева) специально создавались как дезагрегированные по отраслям или другим конкретным экономическим подсистемам, и могут считаться мезоэкономическими (хотя авторы подобных моделей термин “мезоэкономика” не использовали). Другие модели, например, ряд моделей теории игр, носят достаточно общий характер и могут быть с некоторыми конкретизациями применены для моделирования разных уровней экономики, в том числе, мезоуровня. Есть нелинейные модели, в которых эффекты мезоуровня могут возникать как результат самоорганизации. В ряде публикаций, непосредственно посвящённых



мезоэкономике и употребляющих этот термин, используются те или иные конкретные математические модели. Для мезоэкономических моделей характерны неоднородность подсистем и возможность для них оказывать влияние на систему в целом. Нужно учитывать, что развитие экономико-математических методов, например, имитационного моделирования, и проявления эффектов типа масштабной инвариантности, делают отнесение моделей к какому-либо уровню экономики достаточно условным.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Акаев А. (2000). *Переходная экономика глазами физика*. Бишкек: Учкун, 262 с.
- Бак П. (2013). *Как работает природа: теория самоорганизованной критичности*. М.: URSS, 276 с.
- Бекларян Л. А., Борисова С. В. и Хачатрян Н. К. (2012). Однопродуктовая динамическая модель замещения производственных фондов. Магистральные свойства // *Журнал вычислительной математики и математической физики*, Т. 52, № 5, с. 801–817.
- Броншпак Г. К. и Московкин В. М. (2004). Экономические кластеры: элементы количественной теории, сетевые структуры, типология // *Бизнес-информ*, № 11–12, с. 20–29.
- Васечкина Е. Ф. и Ярин В. Д. (2002). Динамическое моделирование эколого-экономической системы // *Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон и комплексное использование ресурсов шельфа*. Севастополь: «ЭКОСИ – Гидрофизика», с. 163–174.
- Гребнев М. И. (2015). Агрегированная производственная функция с учетом научно-технического прогресса для экономики России // *Вестник ПГУ. Серия Экономика*, № 4 (27), с. 71–79.
- Дементьев В. Е. (2015). Микро- и мезооснования макроэкономической динамики // *Вестник Университета (Государственный университет управления)*, № 8, с. 103–109.
- Ерофеев В. Т. и Козловская И. С. (2011). *Уравнения с частными производными и математические модели в экономике: курс лекций*. М.: Едиториал УРСС, 248 с.
- Занг В.-Б. (1999). *Синергетическая экономика. Время и перемены в нелинейной экономической теории*. Пер. с англ. М.: Мир, 335 с., ил.
- Канторович Л. В., Жиянов В. И., Хованский А. Г. (1978). Анализ динамики экономических показателей на основе однопродуктовых динамических моделей // *Сб. тр. ВНИИ системных исслед.* вып. 9, с. 5–25.
- Кирдина С. Г. (2014). *Институциональные матрицы и развитие России. Введение в X-Y-теорию*. Изд. 3-е, перераб., расш. и иллюстр. М.–СПб.: Нестор-История, 468 с.
- Кирдина С. Г. (2015). Методологический институционализм и мезоуровень социального анализа // *СОЦИС*, № 12, с. 51–59.
- Кириллюк И. Л. (2013). Модели производственных функций для российской экономики // *Компьютерные исследования и моделирование*, Т. 5, № 2, с. 293–312.
- Кириллюк И. Л. (2016). Дискретная форма уравнений в теории переключающегося воспроизводства с различными вариантами финансовых потоков // *Компьютерные исследования и моделирование*, Т. 8, № 5, с. 803–815.
- Клейнер Г. Б. (2003). Мезоэкономические проблемы российской экономики // *Экономический вестник Ростовского государственного университета*, Т. 1, № 2, с. 11–18.
- Коллак Е. П. и Горыня Е. В. (2015). Математические модели «ухода» от конкуренции // *Молодой ученый*, № 11 (91), с. 59–70.
- Кортаев А. В., Малков А. С. и Халтурина Д. А. (2007). Компактная математическая макро модель технико-экономического и демографического развития мир-системы (1–1973 гг.). Обоснование // *История и современность*, №1, с. 19–37.

Козн А. и Харкерт Дж. (2009). Судьба дискуссии двух Кембриджей о теории капитала // *Вопросы экономики*, № 8, с. 4–27.

Кузнецов Ю. А., Маркова С. Е. и Мичасова О. В. (2014). Математическое моделирование динамики конкурентного замещения поколений инновационного товара // *Вестник Нижегородского государственного университета им. Н. И. Лобачевского*, № 2(1), с. 170–179.

Маевский В. И. и Малков С. Ю. (2013). Новый взгляд на теорию воспроизводства. Монография. М.: ИНФРА-М, 238 с.

Малков С. Ю. и Кирилюк И. Л. (2013). Моделирование динамики конкурирующих сообществ: варианты взаимодействия. // *Информационные войны*, №2 (26), с. 49–56.

Матвеев В. Д. (1981). Дискретная модель с фондами, различающимися по срокам службы // *Оптимизация*, Выпуск 26 (43), с. 90–102.

*Мезоэкономика развития* (2011). / под. ред. чл.-корр. РАН Г. Б. Клейнера; Центральный экономико-математический ин-т РАН. М.: Наука, 805 с.

Оленев Н. Н. и Поспелов И. Г. (1989). Исследование инвестиционной политики фирм в экономической системе рыночного типа // *Матем. моделирование: Методы описания и исследования сложных систем*, ред. А. А. Самарский, Н. Н. Моисеев, А. А. Петров, М.: Наука, с. 175–200.

Петросян Д. С. (2006). Математические модели институциональной экономики // *Аудит и финансовый анализ*, № 4. с. 279–313.

Подлазов А. В. (2002). Распределение конкурентов, масштабная инвариантность состояния и модели линейного роста // *Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика*, № 1–2.

Романовский М. Ю. и Романовский Ю. М. (2007). Введение в эконофизику. Статистические и динамические модели. М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований. НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 280 с.

Словохотов Ю. Л. (2010). Аналогии фазовых переходов в экономике и демографии // *Компьютерные исследования и моделирование*, Т. 2, №2, с. 209–218.

Талев Н. Н. (2009). Чёрный лебедь. Под знаком непредсказуемости / Н. Н. Талев; пер. с англ. В. Сонькина, А. Бердичевского, М. Костионовой, О. Попова; под ред. М. Тюнькиной. М.: Изд. «Колибри», 528 с.

Чекмарева Е. А. (2016). Обзор российского и зарубежного опыта агент-ориентированного моделирования сложных социально-экономических систем мезоуровня // *Экономические и социальные перемены: факты, тенденции, прогноз*, № 2 (44), с. 225–246.

Чернавский Д. С., Старков Н. И. и Щербаков А. В. (2002). О проблемах физической экономики // *Успехи физических наук*, Т. 172, № 9, с. 1045–1066.

Чуканов С. В. (1984). Об одной динамической модели экономики с фондами, дифференцированными по моментам создания. // *Модели и методы в прогнозировании научно-технического прогресса*, 2, ВНИИСИ, М.: с. 46–61.

Элснер В. (2015). Снова об институционалистской теории институциональных изменений: Институциональная дихотомия в более формальном представлении // *Эволюция экономической теории: воспроизводство, технологии, институты. материалы X международного Симпозиума по эволюционной экономике и Методологического семинара по институциональной и эволюционной экономике*. СПб.: Алетейя, с. 280–292.

Юданов А. Ю. (2007). Гении национального бизнеса // *Эксперт*, 23 апр., №16.

Arrow, K. J. and Debreu, G. (1954). Existence of an equilibrium for a competitive economy // *Econometrica*, 22 (3), pp. 265–290.

Boucekkine, R., de la Croix, D. and Licandro, O. (2006). Vintage Capital // Department of Economics, European University Institute, Eco no. 2006/08 (<http://cadmus.iue.it/dspace/bitstream/1814/4346/1/ECO2006-8.pdf> – Дата обращения 10.07.2017).

*Diamond, P. A.* (1965). National Debt in Neoclassical Growth Model // *American Economic Review*, 55 (5), 1126–1150.

*Forrester, J.* (1958). Industrial Dynamics: A Major Breakthrough for Decision Makers // *Harvard Business Review*, 36 (4), pp. 37–66.

*Frisch, R.* (1933). Propagation Problems and Impulse Problems in Dynamic Economics // *Economic essays in honor of Gustav Cassel*, London: pp. 171–205

*Gale, D.* (1956). A closed linear model of production. In Harold W. Kuhn and Albert W. Tucker, editors, *Linear Inequalities and Related Systems // Annals of Mathematics Studies*, 38 (18), 285–303.

*Johansen, L.* (1959). Substitutions versus Fixed Production Coefficients in the Theory of Economic Growth: A Synthesis // *Econometrica*, 27 (2), 157–175.

*Keynes, J.* (1936). *The General Theory of Employment, Interest and Money*. London: Macmillan.

*Leontief, W.* (1936). Quantitative input and output relations in the economic systems of the United States // *The Review of Economic Statistics*, 18 (3), 105–125.

*Mirowski, P.* (1981). Is there a mathematical neoinstitutional economics? // *Journal of Economic Issues*, 15, 593–613.

*Nash, J.* (1951). Non-cooperative games // *Annals of Mathematics*, 54 (2), 286–295.

*Ng, Y.-K.* (1986). *Mesoeconomics: A Micro – Macro Analysis*. New York: St. Martin's Press.

*Ng, Y.-K.* (1992). Business Confidence and Depression Prevention: A Mesoeconomic Perspective // *American Economic Review*, 82 (2), 365–371.

*Ng, Y.-K. and Wu, Y.* (2004). Multiple Equilibria and Interfirm Macro-Externality: An Analysis of Sluggish Real Adjustment // *Annals of Economics and Finance*, 5 (1), 61–77.

*Samuelson, P. A.* (1958). An exact Consumption-Loan Model of Interest with or without the Social Contrivance of Money // *Journal of Political Economy*, 66 (6), 467–482.

*Shubik, M.* (2012). *Mathematical Institutional Economics // Cowles Foundation Discussion Papers 1882*, Cowles Foundation for Research in Economics, Yale University.

*Solow, R.* (1960). Investment and technical progress // Arrow, Kenneth J.; Karlin, Samuel; Suppes, Patrick, *Mathematical models in the social sciences, 1959: Proceedings of the first Stanford symposium*, Stanford mathematical studies in the social sciences, IV, Stanford, California: Stanford University Press, pp. 89–104.

*Von Neumann, J.* (1937). Über ein ökonomisches Gleichungssystem und eine Verallgemeinerung des Brouwerschen Fixpunktsatzes // *Ergebnisse eines mathematischen Kolloquiums*, no. 8, pp. 73–83, translated as, A Model of General Economic Equilibrium // *Review of Economic Studies*, 13 (33), (1945–46) 1–9.

*Von Neumann, J. and Morgenstern, O.* (1944). *O. Theory of Games and Economic Behavior*. Princeton University Press. America. 625 p. Русское издание: Нейман Дж. фон, Моргенштерн О. Теория игр и экономическое поведение. М.: Наука, 1970, 708 с.

*Walras, L.* (1874). *Éléments d'économie politique pure*. Lausanne: Corbaz.

## REFERENCES

*Akaev, A.* (2000). Transition economy through the eyes of physics. Bishkek. Uchkun, 262 p. (In Russian).

*Arrow, K. J. and Debreu, G.* (1954). Existence of an equilibrium for a competitive economy. *Econometrica*, 22 (3), 265–290.

*Bak, P.* (2013). *How nature works: The science of self-organized criticality*. Moscow, URSS, 276 p. (In Russian).

*Beklaryan, L. A., Borisova, S. V. and Khachatryan N. K.* (2012). A single-dynamic model of replacement assets. Main properties. *Zh. Vychisl. Mat. Mat. Fiz.*, 52 (5), 801–817. (In Russian).

Boucekkine, R., de la Croix, D. and Licandro, O. (2006). Vintage Capital. Department of Economics, European University Institute, Eco no. 2006/08 (<http://cadmus.iue.it/dspace/bitstream/1814/4346/1/ECO2006-8.pdf> – Access Date: 10.07.2017).

Bronshpak, G. K. and Moskovkin, V. M. (2004). Economic Clusters: Elements of a Quantitative Theory, Network Structures, Typology. *Business Inform*, 11–12, 20–29. (In Russian).

Chekmareva, E. A. (2016). Review of Russian and foreign experience of agent-oriented modeling of complex socio-economic mesolevel systems. *Economic and social changes: facts, trends, forecast*, 2 (44), 225–246. (In Russian).

Chernavsky, D. S., Starkov, N. I. and Shcherbakov, A. V. (2002). On some problems of physical economics. *Phys. Usp*, 45, 977–997. (In Russian).

Chukanov, S. V. (1984). On one dynamic model of the economy with funds differentiated by the moments of creation. Models and methods in forecasting scientific and technical progress, 2, VNIISI, Moscow, pp. 46–61. (In Russian).

Cohen, A. J. and Harcourt, G. C. (2003). Whatever Happened to the Cambridge Capital Theory Controversies? *Journal of Economic Perspectives*, 17 (1), 199–214.

Dementev, V. E. (2015). Micro- and meso-bases of macroeconomic dynamics. *Bulletin of the University (State University of Management)*, 8, 103–109. (In Russian).

Diamond, P. A. (1965). National Debt in Neoclassical Growth Model. *American Economic Review*, 55 (5), 1126–1150.

Elsner, W. (2015). The Theory of Institutional Change Revisited: The Institutional Dichotomy, Its Dynamic, and Its Policy Implications in a More Formal Analysis. Tenth International Symposium on Evolutionary Economics “The Evolution of Economic Theory: Economic Reproduction, Technologies, Institutions”. SPb, Aletheia, pp. 280–292. (In Russian).

Erofeenko, V. T. and Kozlovskaya, I. S. (2011). Partial differential equations and mathematical models in economics: a course of lectures. Moscow, URSS Editorial. 248 p. (In Russian).

Forrester, J. (1958). Industrial Dynamics: A Major Breakthrough for Decision Makers. *Harvard Business Review*, 36 (4), 37–66.

Frisch, R. (1933). Propagation Problems and Impulse Problems in Dynamic Economics. Economic essays in honor of Gustav Cassel, London, pp. 171–205.

Gale, D. (1956). A closed linear model of production. In Harold W. Kuhn and Albert W. Tucker, editors, Linear Inequalities and Related Systems. *Annals of Mathematics Studies*, 38 (18), 285–303.

Grebnev, M. I. (2015). The aggregate production function for the Russian economy (with progress in science and technology considered). *Perm University Bulletin. Economy*, 4 (27), 71–79. (In Russian).

Johansen, L. (1959). Substitutions versus Fixed Production Coefficients in the Theory of Economic Growth: A Synthesis. *Econometrica*, 27 (2), 157–175.

Kantorovich, L. V., Zhiyanov, V. I. and Khovansky, A. G. (1978). The analysis of dynamics of economic indicators on the basis of single-product dynamic models. Sb.tr. VNII sistemnyh issled., 9, 5–25. (In Russian).

Keynes, J. (1936). The General Theory of Employment, Interest and Money, London, Macmillan.

Kirdina, S. G. (2014). Institutional Matrices and Development in Russia. (3rd revised and supplemented edition). Moscow-St. Petersburg, Nestor-history, 468 p. (In Russian).

Kirdina, S. G. (2015). Methodological institutionalism and mesolevel of social analysis. *Sotsiologicheskie Issledovaniia*, 12, 51–59. (In Russian).

Kirilyuk, I. L. (2013). Models of Production Functions for the Russian Economy. *Computer Research and Modeling*, 5 (2), 293–312. (In Russian).



*Kirilyuk, I. L.* (2016). The discrete form of the equations in the theory of the shifting mode of reproduction with different variants of financial flows. *Computer Research and Modeling*, 8 (5), 803–815. (In Russian).

*Kleiner, G. B.* (2003). Meso-economic problems of the Russian economy. *Economic bulletin of Rostov State University*, 1 (2), 11–18. (In Russian).

*Kolpak, E. P. Gorynya, E. V.* (2015). Mathematical models of “care” from competition. *Young scientist*, 11 (91), 59–70. (In Russian).

*Korotaev, A. V., Malkov, A. S. and Khalturina, D. A.* (2007). Compact mathematical macromodel of technical-economic and demographic development of the world-system (1-1973). *Justification. History and modernity*, 1, 9–37. (In Russian).

*Kuznetsov, Yu. A., Markova, S. E. and Michasova, O. V.* (2014). Mathematical modeling of dynamics of competitive replacement of generations of innovative goods. *Vestnik Nizhegorodskogo gosudarstvennogo universiteta im. N. I. Lobachevskogo*, 2 (1), 170–179. (In Russian).

*Leontief, W.* (1936). Quantitative input and output relations in the economic systems of the United States. *The Review of Economic Statistics*, 18 (3), 105–125.

*Maevsky, V. I. and Malkov, S. Yu.* (2013). A New Approach to the Theory of Reproduction. Moscow, INFRA-M, 238 p. (In Russian).

*Malkov, S. Yu. and Kirilyuk, I. L.* (2013). Modeling the dynamics of competing communities: options for interaction. *Information wars*, 2 (26), 49–56. (In Russian).

*Matveenko, V. D.* (1981). Discrete model with the funds that differ in life cycle. *Optimizacija*, 26 (43), 90–102. (In Russian).

*Mesoeconomics of development* (2011) / Ed. G. B. Kleiner; Central Economic Mathematical Institute RAS. Moscow, Science, 805 p. (In Russian).

*Mirowski, P.* (1981). Is there a mathematical neoinstitutional economics? *Journal of Economic Issues*, 15, 593–613.

*Nash, J.* (1951). Non-cooperative games. *Annals of Mathematics*, 54 (2), 286–295.

*Ng, Y.-K.* (1986). Meso-economics: A Micro – Macro Analysis. New York, St. Martin's Press.

*Ng, Y.-K.* (1992). Business Confidence and Depression Prevention: A Meso-economic Perspective. *American Economic Review*, 82 (2), 365–371.

*Ng, Y.-K. and Wu, Y.* (2004). Multiple Equilibria and Interfirm Macro-Externality: An Analysis of Sluggish Real Adjustment. *Annals of Economics and Finance*, 5 (1), 61–77.

*Olenev, N. N. and Pospelov, I. G.* (1989). Exploring of the Investment Policy of Firms in Market Economy. In: *Mathematical Modelling: Methods of Description and Investigation of Complex Systems* / Ed. A. A. Samarsky, N. N. Moiseev, A. A. Petrov / Moscow, Nauka, pp. 175–200. (In Russian).

*Petrosyan, D. S.* (2006). Mathematical models of institutional economics. *Audit I finansivnyj analiz*, 4, 279–313. (In Russian).

*Podlazov, A. V.* (2002). Distribution of competitors, scale invariance of the state and models of linear growth. *Izvestiya Vuzov. Applied nonlinear dynamics*, 10 (1–2), 20–43. (In Russian).

*Romanovsky, M. Yu. and Romanovsky, Yu. M.* (2012). Introduction to Econophysics: Statistical and Dynamical Models. Moscow – Izhevsk, Regular and Chaotic Dynamics, 340 p. (In Russian).

*Samuelson, P. A.* (1958). An exact Consumption-Loan Model of Interest with or without the Social Contrivance of Money. *Journal of Political Economy*, 66 (6), 467–482.

*Shubik, M.* (2012). Mathematical Institutional Economics. Cowles Foundation Discussion Papers 1882, Cowles Foundation for Research in Economics, Yale University.

*Slovokhotov, Yu. L.* (2010). Phase transitions associated with economy and demography. *Computer Research and Modeling*, 2 (2), 209–218. (In Russian).



*Solow, R.* (1960). Investment and technical progress. Arrow, Kenneth J.; Karlin, Samuel; Suppes, Patrick, *Mathematical models in the social sciences, 1959: Proceedings of the first Stanford symposium, Stanford mathematical studies in the social sciences, IV*, Stanford, California: Stanford University Press, pp. 89–104.

*Taleb, N. N.* (2009). *The Black Swan: The Impact of the Highly Improbable*. Moscow, Kolibri, 528 p. (In Russian).

*Vasechkina, E. F.* and *Yarin, V. D.* (2002). Dynamic modeling of ecological-economic system. Ecological safety of coastal and shelf zones and integrated use of shelf resources. Sevastopol', «JeKOSI – Gidrofizika», pp. 163–174. (In Russian).

*Von Neumann, J.* (1937). Uber einekonomisches Gleichungssystem und eine Verallgemeinerung des Brouwerschen Fixpunktsatzes. *Ergebnisse eines mathematischen Kolloquiums*, no. 8, pp. 73–83, translated as, A Model of General Economic Equilibrium. *Review of Economic Studies*, 13 (33) (1945–46), 1–9.

*Von Neumann, J.* and *Morgenstern, O.* (1944). *O. Theory of Games and Economic Behavior*. Princeton University Press. America. 625 p.

*Walras, L.* (1874). *Éléments d'économie politique pure*. Lausanne, Corbaz.

*Yudanov, A. Yu.* (2007). The geniuses of national business. *The expert*, 23 apr, no. 16. (In Russian).

*Zhang, W.-B.* (1999). *Synergetic Economics. Time and Change in Nonlinear Economics*. Moscow, Mir, 335 p. (In Russian).