

ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ БЛОК-СХЕМ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ В ЛТ-БАЗИСЕ

А.Б. Бушуев, В.А. Петров (Санкт-Петербург)

Разработка функциональной схемы системы автоматического управления – важнейший этап проектирования, переход от семантического описания к некоторой формализованной модели. Функциональная схема обычно представляет собой направленный граф, вершинами которого являются элементы, блоки системы, а ребра отражают связи между элементами. Из функциональных схем будем рассматривать информационно-энергетические схемы (ИЭС) [1], в графе которых вершинами являются названия блоков, определяющих выполняемые ими функции по преобразованию входных сигналов в выходные сигналы, а сигналы, т.е. связи, заданы физическими величинами.

Поставим задачу – получить математическую модель ИЭС для оценки структуры схемы, используя кинематическую систему физических величин Р.О. Бартини [2,3].

Система ЛТ Бартини

Основные единицы в системе Бартини – метр и секунда. Система показана на рис.1, где в базисе длины L и времени T приведены размерности физических величин. Таблица может быть продолжена в любую сторону путем изменения степеней m и n у L^m и T^n . Числа m и n – любые целые, и для реального трехмерного пространства $|m+n| \leq 3$. Мировые физические константы, например, диэлектрическая проницаемость вакуума, постоянная Больцмана, в системе Бартини безразмерны (естественно, кроме скорости света и ускорения силы тяжести).

Размерности не всех физических величин приведены в таблице, однако их легко найти по имеющимся размерностям и известным физическим формулам. Постоянная Больцмана в системе СИ имеет размерность Дж/К, т.е. определяется отношением энергии к статистической температуре. Так как постоянная Больцмана в системе Бартини безразмерна, то размерности температуры и энергии совпадают $L^5 T^4$.

Имитационные модели ИЭС

В ЛТ-базисе введем пространство двумерных диагональных матриц x , в которых будем записывать размерности физических величин. Введем также операции умножения двух матриц x и умножения матрицы на обратную x^{-1}

$$xy = \begin{bmatrix} L^m & 0 \\ 0 & T^m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L^{m2} & 0 \\ 0 & T^{n2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L^{m1+m2} & 0 \\ 0 & T^{m1+n2} \end{bmatrix}, xy^{-1} = \begin{bmatrix} L^m & 0 \\ 0 & T^m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L^{m2} & 0 \\ 0 & T^{n2} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} L^{m1-m2} & 0 \\ 0 & T^{m1-n2} \end{bmatrix}.$$

Заметим, что обратная матрица всегда не особая, умножение матрицы на обратную к ней даёт единичную матрицу, и операция умножения обладает свойством коммутативности.

		L^{-3}	L^{-2}	L^{-1}	L^0	L^1	L^2	L^3	L^4	L^5	L^6	
T^6								L^3T^{-6}	L^4T^{-6}	Изменение мощности	Скорость передачи мощности	0
T^5	-9						Изменение давления	Поверхностная мощность	Скорость изменения силы	Мощность	Скорость передачи энергии	1
T^4	-8				Изменение плотности тока	Давление	Угловое ускорение массы	Сила	Момент силы Энергия	Момент действия	Скорость передачи действия	2
T^3	-1			Изменение углового ускорения	Плотность тока	Напряженность эл. поля Градиент	Ток Массовый расход	Скорость смещения заряда Импульс	Момент количества движения Действие	Момент действия	Момент действия	3
T^2	-6			Изменение объемной плотности	Массовая плотность Угловое ускорение	Ускорение	Разность потенциалов	Магнитный момент	Момент инерции			4
T^1	-5		$L^{-2}T^{-1}$	$L^{-1}T^{-1}$	Частота	Скорость	Объемность 2-х мерная	Расход объемный	Скорость смещения объема			5
T^0	-4	$L^{-3}T^0$	$L^{-2}T^0$	Изменение проводимости	Безразмерные константы	Длина Емкость Самоиндукция	Поверхность	Объем пространственный				6
T^1	-3	$L^{-3}T^1$	Изменение магнитной проницаемости	Проводимость	Период	Длительность расстояния	L^2T^1					7
T^2	-2	$L^{-3}T^2$	Магнитная проницаемость	$L^{-1}T^2$	Поверхность времени	L^1T^2						8
T^3	-1	$L^{-3}T^3$	$L^{-2}T^3$	$L^{-1}T^3$	Объем времени							9
T^4	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	

Рис. 1. Таблица кинематической системы величин Бартини

Рассмотрим один элемент, или блок схемы, представляющий её вершину и имеющий одну входную ветвь, или входной сигнал с физической размерностью x , и одну выходную ветвь или выходной сигнал с размерностью y .

По аналогии с передаточными функциями систем управления введем передаточную матрицу Wi i -го блока как отношение выходного сигнала y к входному x :

$$Wi = yx^{-1} = \begin{bmatrix} L^{m2} & 0 \\ 0 & T^{n2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L^{m1} & 0 \\ 0 & T^{n1} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} L^{m2-m1} & 0 \\ 0 & T^{n2-n1} \end{bmatrix}$$

Обратим внимание, что передаточная матрица блока также является элементом того же самого пространства двумерных матриц входных и выходных сигналов элементов схемы. Поэтому каждую клетку таблицы можно рассматривать как характеристику некоторого сигнала, так и некоторого элемента схемы.

Рассмотрим две подряд стоящие клетки таблицы по вертикали или горизонтали, например, по вертикали клетку длины L^1T^0 и клетку линейной скорости L^1T^{-1} . С точки зрения физико-математических представлений линейная скорость V есть либо первая производная от расстояния по времени, либо отношение приращений $\Delta\ell/\Delta t$, либо просто отношение ℓ/t , где ℓ – расстояние или длина, а t – время. Найдём передаточную матрицу от длины к линейной скорости:

$$W = \frac{V}{\ell} = \begin{bmatrix} L^1 & 0 \\ 0 & T^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L^1 & 0 \\ 0 & T^0 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & T^{-1} \end{bmatrix} \quad (1)$$

Как видно, она содержит на главной диагонали единицу, или длину в нулевой степени, и время в минус первой степени. Можно утверждать, что если в схеме находится элемент с такой передаточной матрицей, то он осуществляет операцию либо дифференцирования по времени входного сигнала, либо операцию взятия первой разности, либо операцию деления на время. В области размерностей всем этим операциям соответствует умножение размерности входного сигнала на множитель T^{-1} , который в [4] назван геном времени.

При движении по клеткам в противоположном направлении, от скорости к длине, можно найти передаточную матрицу, которая будет обратной к матрице (1), т.е. содержать T^1 , а элемент с такой передаточной матрицей будет выполнять в схеме либо операцию интегрирования по времени входного сигнала, либо операцию суммирования, либо умножения на время.

Аналогичные рассуждения можно провести относительно гена длины L^1 при движении по строкам таблицы Бартини, операции дифференцирования или интегрирования, суммирования или взятия разности, деления или умножения производятся по длине.

При имитационном моделировании находятся переходные матрицы всех элементов схемы и соединяются входными и выходными сигналами. Передаточная матрица последовательно соединённых элементов получается в виде произведения переходных матриц отдельных элементов. При параллельном соединении ветвей переходная матрица схемы равна переходной матрице любой из ветвей, поскольку они (переходные матрицы ветвей) одинаковы, так как складывать и вычитать можно физические величины только одной размерности. При нескольких входах и выходах (i, j) как элемента, так и схемы в целом, можно определить переходные матрицы от i -го входа к j -му выходу. Рассмотрим пример моделирования.

Моделирование регулятора давления

Регулятор давления [5] (рис. 2, слева) содержит корпус 1 с входной 2 и выходной 3 полостями, в которых расположено седло 4, перекрываемое регулируемым органом 5, нагруженным пружиной 6 и взаимодействующим через шток 7 с чувствительным элементом – биметаллической мембраной 8.

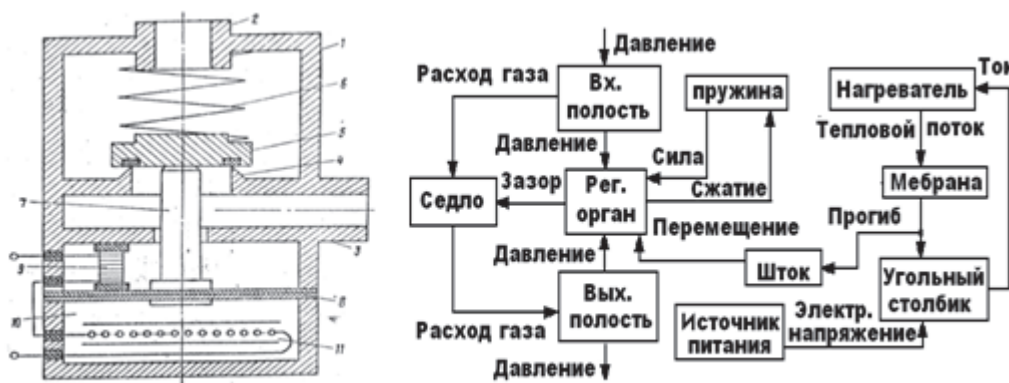


Рисунок 2. Конструкция регулятора давления (слева), ИЭС (справа)

Между корпусом и мембраной 8 преобразователь 9 перемещения биметаллической мембраны в электрическое сопротивление в виде угольных шайб, электрически последовательно соединённый с размещённым в полости 10 электронагревателем 11, подключённым к регулируемому источнику питания.

При подаче управляющего сигнала на электронагреватель 11 в нём возникает тепловой поток, воздействующий на мембрану 8, вследствие чего она прогибается в направлении штока 7, равновесие сил на регулирующем органе 5 нарушается, и под действием штока 7 он перемещается, преодолевая сопротивление пружины 6 и усилие, создаваемое давлением рабочей среды. Герметичность уплотнения клапана нарушается, и газ проникает в выходную полость 3, где его давление на мембрану 8 уравнивает её прогиб. Если выход из регулятора закрыт, то при определенном давлении в полости 3, называемом давлением настройки, регулирующий орган 5 снова герметично перекрывает седло, разобщая входную

и выходную полости. При отборе газа в объем за регулятором входное давление и сила его воздействия на мембрану снижаются. Это приводит к открытию регулируемого органа и дросселированию газа в образовавшейся щели между ним и седлом.

На основании конструкции составим возможную ИЭС (рис. 2, справа), в которой учтены основные элементы структуры и связи между ними. Находим переходные матрицы блоков схемы:

1. Входная полость: W11 от давления P к давлению P, и W12 от давления P к объёмному расходу газа Q

$$W_{11} = \frac{P}{P} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, W_{12} = \frac{Q}{P} = \begin{bmatrix} L^3 & 0 \\ 0 & T^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L^2 & 0 \\ 0 & T^{-4} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} L^1 & 0 \\ 0 & T^3 \end{bmatrix}$$

2. Седло: W21 от расхода Q к расходу Q, и W22 от зазора ℓ к расходу Q

$$W_{21} = \frac{Q}{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, W_{22} = \frac{Q}{\ell} = \begin{bmatrix} L^3 & 0 \\ 0 & T^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L^1 & 0 \\ 0 & T^0 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} L^2 & 0 \\ 0 & T^{-1} \end{bmatrix}$$

3. Регулирующий орган: W31 от давления P к зазору ℓ , W32 от давления P к сжатию ℓ , W33 от перемещения ℓ к зазору ℓ и от W34 от перемещения ℓ к сжатию ℓ , W35 от силы F к зазору ℓ , и W36 от силы F к сжатию ℓ

$$W_{31} = W_{32} = \frac{\ell}{P} = \begin{bmatrix} L^1 & 0 \\ 0 & T^0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L^2 & 0 \\ 0 & T^{-4} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} L^{-1} & 0 \\ 0 & T^4 \end{bmatrix}, W_{33} = W_{34} = \frac{\ell}{\ell} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$W_{35} = W_{36} = \frac{\ell}{F} = \begin{bmatrix} L^1 & 0 \\ 0 & T^0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L^4 & 0 \\ 0 & T^{-4} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} L^{-3} & 0 \\ 0 & T^4 \end{bmatrix}$$

4. Выходная полость: W4 от расхода Q к давлению P

$$W_4 = \frac{P}{Q} = \begin{bmatrix} L^2 & 0 \\ 0 & T^{-4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L^3 & 0 \\ 0 & T^{-1} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} L^{-1} & 0 \\ 0 & T^{-3} \end{bmatrix}$$

5. Пружина: W5 от сжатия ℓ к силе F

$$W_5 = \frac{F}{\ell} = \begin{bmatrix} L^4 & 0 \\ 0 & T^{-4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L^1 & 0 \\ 0 & T^0 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} L^3 & 0 \\ 0 & T^{-4} \end{bmatrix}$$

6. Шток: W6 от прогиба ℓ к перемещению ℓ : W6= W33

7. Нагреватель: W7 от электрического тока I к удельному тепловому потоку q (Вт/ м²)

$$W_7 = \frac{q}{I} = \begin{bmatrix} L^3 & 0 \\ 0 & T^{-5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L^3 & 0 \\ 0 & T^{-3} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} L^0 & 0 \\ 0 & T^{-2} \end{bmatrix}$$

8. Мембрана: W8 от удельного теплового потока q прогибу ℓ

$$W_8 = \frac{\ell}{q} = \begin{bmatrix} L^1 & 0 \\ 0 & T^0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L^3 & 0 \\ 0 & T^{-5} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} L^{-2} & 0 \\ 0 & T^5 \end{bmatrix}$$

9. Угольный столбик: W91 от прогиба ℓ к току I и W92 от электрического напряжения U к току I

$$W_{10} = \frac{U}{x} = \begin{bmatrix} L^2 & 0 \\ 0 & T^{-2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L^0 & 0 \\ 0 & T^0 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} L^2 & 0 \\ 0 & T^{-2} \end{bmatrix}$$

10. Источник питания: W10 от безразмерной величины x к напряжению U

$$W_{10} = \frac{U}{x} = \begin{bmatrix} L^2 & 0 \\ 0 & T^{-2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L^0 & 0 \\ 0 & T^0 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} L^2 & 0 \\ 0 & T^{-2} \end{bmatrix}$$

Соединяя передаточные матрицы элементов, получаем имитационную схему (рис.3).

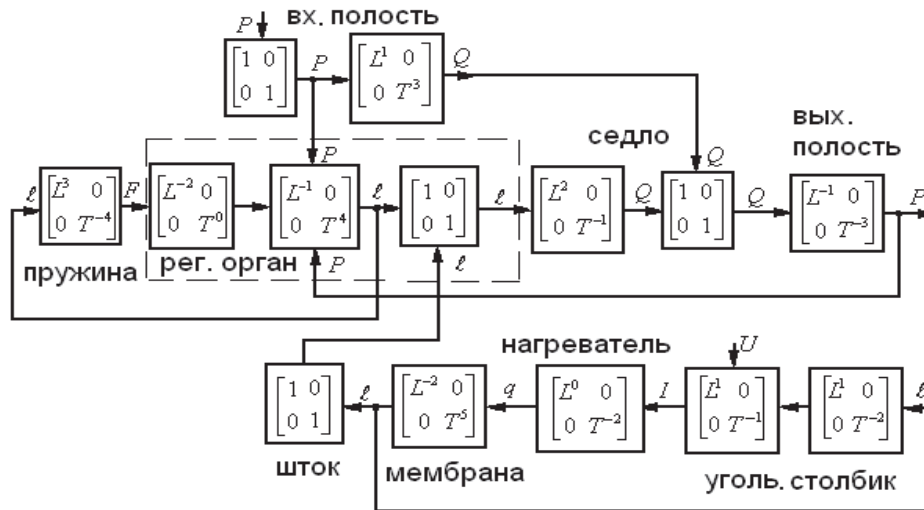


Рис. 3. Имитационная схема регулятора давления

Оценка структуры. Для численной оценки структуры используется теория графов. Поскольку граф имитационной схемы взвешенный, можно ввести численную оценку вершин и ребер, например, как норму переходных матриц элементов и норму матриц входных и выходных сигналов. По нормам численно оценивается избыточность структуры, выявляется степень связности структуры, т.е. определяются «узкие места», степень влияния контуров друг на друга, ненаблюдаемые и неуправляемые элементы. По плотности потока проходящих генов длины и времени определяются наиболее нагруженные ветви схемы.

Дальнейшее развитие имитационной схемы в направлении к более точной модели связано с уточнением функционирования элементов и связей. Например, уточнение характера входного сигнала блока позволяет выбрать операцию гена. Если сигнал постоянный, выбирается алгебраическая операция, умножение или деление, Если сигнал переменный, необходимо интегродифференциальное уравнение (для непрерывных моделей) или суммарно-разностное (для дискретной модели).

Литература

1. **Половинкин А.И.** Основы инженерного творчества. Изд-во «Лань», 2007. 368 с.
2. **Бартини ди Р.О., Кузнецов П.Г.** Множественность геометрий и множественность физик. // Материалы семинара «Кибернетика электроэнергетических систем». Брянск, 1974.
3. **Бушуев А.Б., Чепинский С.А.** Дискретная математика изобретательских задач // Сб. докладов третьей всероссийской НПК «Имитационное моделирование: теория и практика ИММОД-2007» Т 1. С. 93–97.
4. **Бушуев А.Б.** Применение методов технического творчества в инновационной деятельности. СПб.: СПбГУ ИТМО, 2011. 124 с.
5. **Титов О.А.** Регулятор давления. А. с. SU № 1566330, публ. 23.05.1990.