

МОДЕЛИ СИСТЕМНОЙ ДИНАМИКИ И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ В ИСМА¹

Ю.В. Шорников, Е.А. Попов (Новосибирск)

Уравнения уровней на разработанном для проведения компьютерных экспериментов с моделями системной динамики (СД) [1] языке DYNAMO представляют собой разностные уравнения, полученные после применения схемы явного метода Эйлера 1 порядка точности – самогонеточного численного метода. Расчёты проводятся с постоянным шагом интегрирования, контроль точности решения отсутствует, что ещё больше усугубляет ситуацию. Кроме того, явный метод Эйлера практически не применим в случае так называемых жёстких задач, когда решение содержит как быстро, так и медленно изменяющиеся компоненты. Хотя J. Forrester рассматривал только гладкие системы, многие модели реальных систем оказываются жёсткими. Более того, с ростом размерности фазового пространства коэффициент жёсткости системы также неуклонно растёт. Также стоит отметить, что кусочно-заданные функции, используемые в моделях СД, могут быть эффективно и корректно представлены с помощью современной теории гибридных систем [2].

Модели СД однозначно описываются с помощью системы разностных и алгебраических уравнений, к которой для наглядности может быть добавлена диаграмма потоков, сама по себе не являющаяся полноценной спецификацией исследуемой системы. Далее в работе авторами используется спецификация модели СД в виде структурно-текстовой модели. В таких моделях часть системы описывается с помощью структурной схемы, аналогичной таковой в теории автоматического управления (ТАУ), а остальная часть – с помощью системы дифференциально-алгебраических уравнений. Такая модель не теряет в наглядности по сравнению с диаграммами потоков, а применение известных типовых звеньев ТАУ позволяют инженерам проще и быстрее разобраться с моделью.

Структурно-текстовая модель может быть построена в любой среде моделирования, содержащей графическую библиотеку типовых звеньев ТАУ и обладающей возможностью включения в модель блоков с текстовой спецификацией. В дальнейшем используется среда ИСМА [3], лишённая вышеописанных недостатков.

Особенности ИСМА

Задачей Коши называется система ДУ с начальными условиями:

$$\begin{aligned} y' &= f(x, y, t), \\ x &= \varphi(x, y, t), \\ y(t_0) &= y_0, \end{aligned} \quad (1)$$

где $x \in R^{N_x}, y \in R^{N_y}, t \in R, f: R^{N_x} \times R^{N_y} \times R \rightarrow R^{N_y}, \varphi: R^{N_x} \times R^{N_y} \times R \rightarrow R^{N_x}$. Если динамическая система имеет несколько режимов, например, электрическая схема с автоматическим размыкателем цепи, срабатывающим при достижении током некоторого порогового значения, то вместо (1) применяют обобщение, называемое гибридной системой, представляющее собой совокупность систем вида (1), дополненных:

$$\begin{aligned} pr: g(y, t) &< 0, \\ t &\in [t_0; t_k], \end{aligned} \quad (2)$$

где $g: R^{N_y} \times R \rightarrow R$. Ограничения на так называемую событийную функцию $g(y, t) < 0$ означают, что фазовая траектория системы в текущем режиме не должна пересекать границу

¹ Работа поддержана грантом РФФИ 17-07-01513.

режима $g(y, t) = 0$. Локальные поведения ГС характеризуются предикатом pr . Пока $pr = true$, система остаётся в текущем состоянии. Приводящие к нарушению этого условия и переходу в другое состояние события называются односторонними. Глобальное поведение системы представляет собой совокупность сменяющих друг друга локальных поведений.

ИСМА (Инструментальные средства машинного анализа) – это среда для моделирования сложных динамических систем, центральным понятием которой является гибридная система. Система разрабатывается на кафедре АСУ НГТУ (Новосибирск). Одной из особенностей системы является наличие нескольких языков спецификаций моделей. В качестве языков общего назначения используются текстовый язык LISMA [3], близкий к языку математики, и графический язык структурных схем ТАУ [4]. В программный комплекс также входят редакторы с поддержкой предметно-ориентированных языков для моделирования процессов химической кинетики и переходных процессов в электроэнергетических системах. Наличие разрывов первого рода в первых производных фазовых переменных не позволяет применять аналитические методы решения задачи Коши. Явные численные методы обладают ограниченными областями устойчивости, поэтому для решения жёстких задач в мировой практике принято использовать неявные численные методы. При использовании последних необходимо вычислять (проводить декомпозицию) матрицу Якоби системы, на что необходимо значительное вычислительное время и большой объём оперативной памяти ЭВМ. Кроме того, при интегрировании гибридных систем применимость неявных методов ограничена, потому что они могут вычислять значения правой части системы (1) в точках за границей режима, где функция в общем случае может быть не определена [5]. В ИСМА для решения жёстких задач (1) и (2) в основном применяются явные одношаговые численные схемы с расширенными областями устойчивости с контролем точности и устойчивости вычислений [6]. В список наиболее используемых численных методов из библиотеки ИСМА входит алгоритм, основанный на методе Рунге-Кутты-Мерсона с контролем устойчивости, STEKS, метод, основанный на схеме Дорманда-Принса с контролем устойчивости, DP78ST, неявные (m, k) -методы с заморозкой матрицы Якоби, МК22, МК11, алгоритм переменной структуры, основанный на явной и неявной схемах, DISPF1_RADAU5 и др.

Кроме непрерывного поведения, описываемого с помощью (1) и (2), гибридные системы в общем случае обладают и дискретным поведением, выражающимся в смене режимов системы. Обнаружение момента переключения системы является сложной задачей, для решения которой было разработано несколько подходов. Применение простейших алгоритмов, как например метод дихотомии, не всегда позволяет обнаружить дискретное событие, если граница режима пересекается событийной функцией несколько раз или событийная функция имеет острые углы. Поэтому в ИСМА применяется оригинальный алгоритм корректного обнаружения событий [2], основанный на работах J. Esposito [7]. Алгоритм управляет шагом интегрирования таким образом, что фазовая траектория системы асимптотически приближается к границе режима, не пересекая её. Таким образом, в ИСМА шаг интегрирования при использовании явных одношаговых методов управляется с учётом точности и устойчивости вычислительного процесса, а также поведения событийной функции режима.

Модель транспортировки кимберлитовой руды

Рассмотрим модель процесса транспортировки кимберлитовой руды от месторождения «Интер» до обогатительной фабрики №3 Мирнинского ГОКа в п. Мирный, Саха-Якутия. На рис. 1 представлена содержательная схема технологического процесса, указаны предельные вместимости складов, расстояния между объектами и темп потребления руды фабрикой. Перевозка руды осуществляется с помощью автосамосвалов БелАЗ-7547 грузоподъёмностью 45 т. Добытая руда из карьера «Интер» перевозится на промежуточный склад. Далее руда

транспортируется на склад постоянного хранения. Руда подвозится с постоянного склада в зависимости от нужд фабрики №3. Всего на перевозку руды с «Интер» задействовано пять автосамосвалов. Погрузка автосамосвалов в каждом пункте осуществляется последовательно с помощью одного погрузчика. Добыча и транспортировка руды происходит ежедневно круглосуточно в три смены. Поставка руды на обогатительную фабрику №3 осуществляется непрерывно с постоянным темпом.

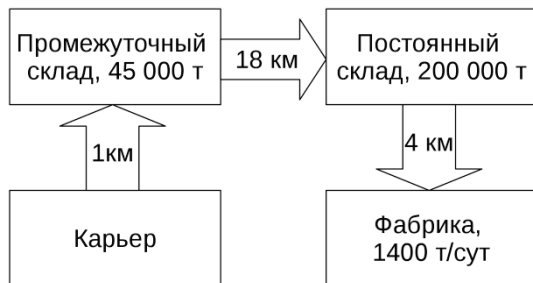


Рис. 1. Содержательная схема техпроцесса транспортировки руды

На рис. 2 представлен верхний уровень иерархической структурно-текстовой модели технологического процесса в среде ИСМА. Модель состоит из четырёх блоков – «Фабрика №3», «Постоянный склад», «Промежуточный склад», «Рудник» – соединённых запаздываниями третьего порядка, моделирующими перевозку руды.

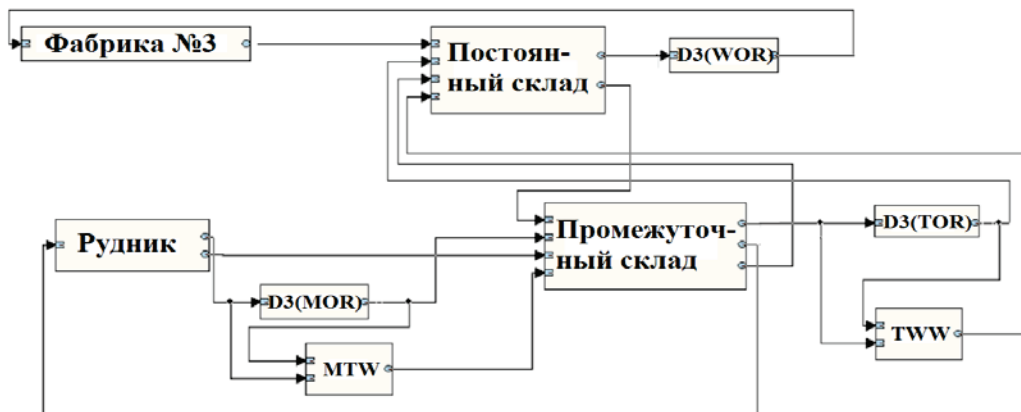


Рис. 2. Верхний уровень модели

На рис. 3 показано содержимое блока запаздывания третьего порядка D3(WOR), являющегося тремя последовательно соединёнными запаздываниями первого порядка. Последние моделируются аperiодическим звеном [4]. Блок «Постоянный склад» включает в себя два тесно-связанных между собой блока – «Текущее состояние» и «Заказы». Содержание первого показано на рисунке 4. Уровень невыполненных заказов, WUO, формируется темпами заказов с фабрики, WRR, и отгрузки на фабрику, WOR.

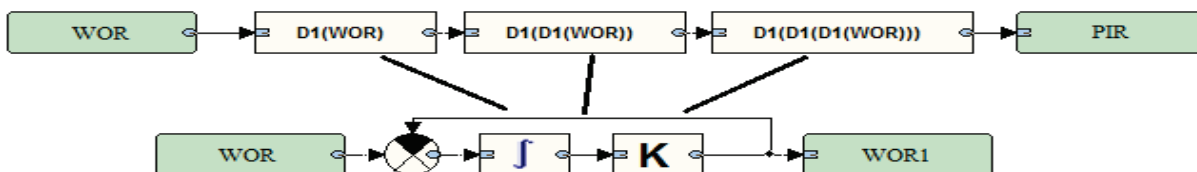


Рис. 3. Запаздывание третьего порядка

Темп WOR ограничен сверху максимальным темпом погрузки. Уровень текущих запасов на складе, WWL, определяется темпами разгрузки поставок с промежуточного склада, WUR, и WOR. WIR является темпом подвоза руды на разгрузку с промежуточного склада, WUR, после прохождения запаздывания. Количество руды, разгружаемой в данный момент – WWU. Блок «Промежуточный склад» аналогичен блоку «Постоянный склад», единственное отличие - наличие дополнительного выхода TUO, число невыполненных заказов.

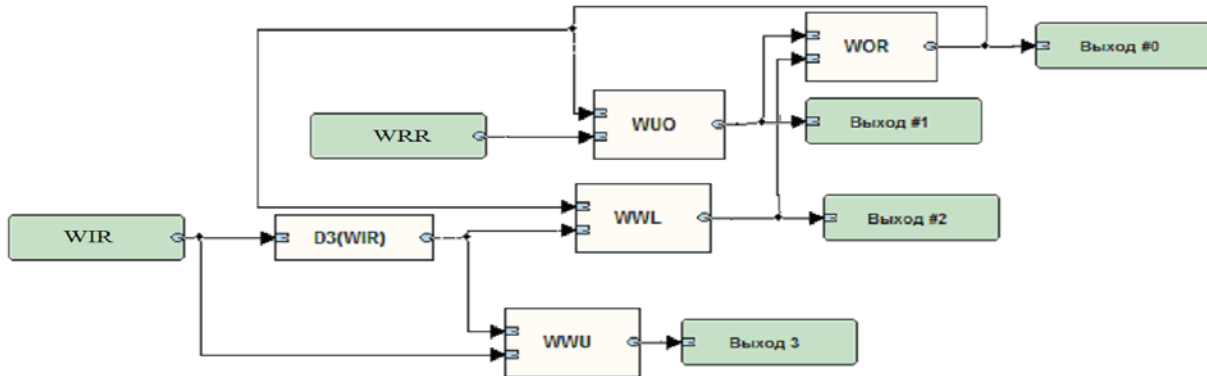


Рис. 4. Содержимое блока «Текущее состояние постоянного склада»

Сценарии экспериментов Скачкообразное увеличение темпа производства на фабрике

В момент времени $t^* = 1$ (дни) принимается решение увеличить производственные мощности на обогатительной фабрике №3 на 10%, что приводит к скачкообразному увеличению темпа заказов на руду основному складу на 10%. Изменение темпа моделируется с помощью кусочно-постоянной функции $WRR(t) = \begin{cases} WRR_1, & t < t^*; \\ WRR_2, & t \geq t^* \end{cases}$ (т/день), которая может быть реализована, например, с помощью блока «Нелинейная функция». Результаты эксперимента приведены на рис. 5.

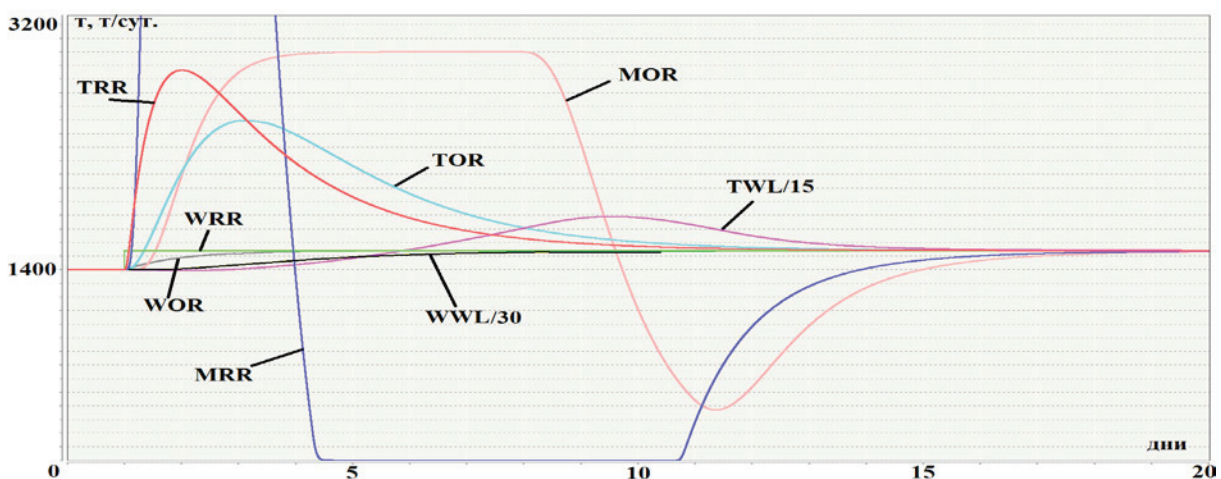


Рис. 5. Результаты эксперимента «Повышение темпа производства»

Через 1 сутки после начала эксперимента заказы промежуточному складу, TRR, возрастают на 105%, а затем постепенно снижаются. Через 1,5 дня после увеличения темпа заказов с фабрики заказы шахте, MRR, возрастают на 900%. С 4,5 по 10,7 день темп заказов шахте падает до 0 т/сутки, компенсируя завышенное число заказов на предыдущем этапе.

С 5 по 8 день шахта работает на пределе своих возможностей – 3 000 т/сутки, а к середине 12 дня темп производства, MOR, падает на 74% от номинального. Уровень запасов на постоянном складе меняется незначительно, в то время как минимальное значение уровня запасов на промежуточном складе, TWL, на 1% ниже номинального к середине третьего дня, а максимальное – на 28% выше номинального к началу 10 дня. Переходный процесс длится около 20 суток, после чего система приходит в равновесие.

Авария на промежуточном складе

В момент времени $t^* = 1$ (дни) на промежуточном складе происходит авария, например, обрушение здания, приводящая к его полной дальнейшей непригодности и исключению из технологического процесса транспортировки. Результаты эксперимента приведены на рисунке 6. Через 5 ч после происшествия темп заказов к руднику падает на 46%, а к середине третьего дня темп добычи руды уменьшается на 30%.

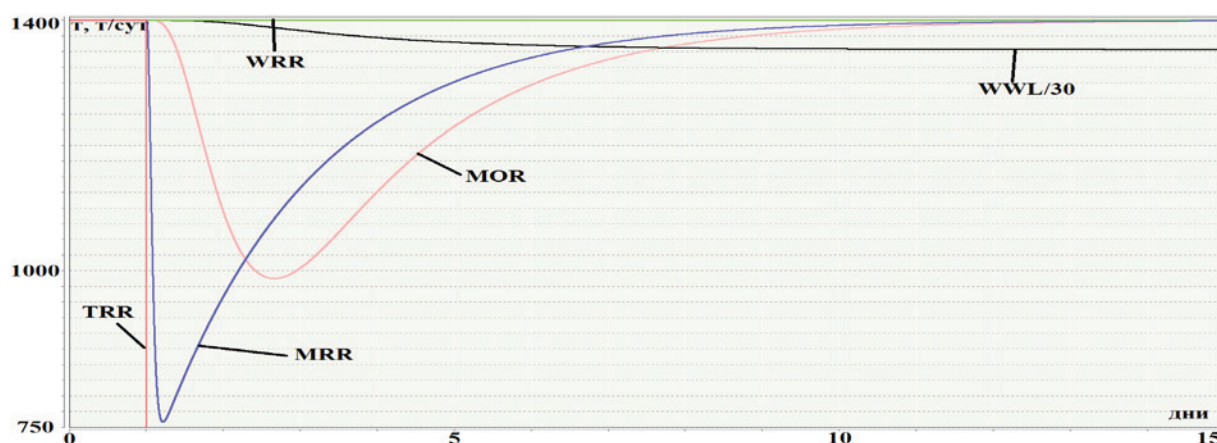


Рис. 6. Результаты эксперимента «Авария»

Переходный процесс длится около двух недель, нормальный уровень запасов становится меньше исходного на 3,4%.

Заключение

Модели системной динамики могут быть представлены в виде структурно-текстовой модели, не уступающей по наглядности оригинальным диаграммам J. Forrester. В то же время структурно-текстовое представление системы является более доступным для инженеров, знакомых с теорией автоматического управления. Запись уравнений в современной математической форме позволяет применять различные продвинутые численные методы, а не только явный метод Эйлера. Это значительно расширяет множество моделируемых систем, включая жёсткие задачи.

Литература

1. **Форрестер Дж.** Основы кибернетики предприятия (индустриальная динамика). М.: Прогресс, 1971. 342 с.
2. **Новиков Е.А., Шорников Ю.В.** Компьютерное моделирование жестких гибридных систем: монография. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2012. 451 с.
3. **Шорников Ю.В., Достовалов Д.Н.** Компьютерное моделирование динамических систем: учеб. пособие. Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2017. 68 с.
4. **Востриков А.С, Французова Г.А., Гаврилов Е.Б.** Основы теории непрерывных и дискретных систем регулирования. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2008. 476 с.
5. **Шорников Ю.В., Достовалов Д.Н.** Моделирование жестких гибридных систем с односторонними событиями в среде ИСМА. Компьютерное моделирование 2012: Труды международного семинара. СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2012. С.36–41.
6. **Новиков Е.А.** Явные методы для жёстких систем. Новосибирск: Наука, 1997. 195 с.
7. **Esposito J, Kumar V, Pappas G.** Accurate event detection for simulation of hybrid systems. In: Hybrid systems: Computation and control. LNCS. Springer, Berlin, 2001. P. 204–217