

## ФОРМИРОВАНИЕ СЛУЧАЙНЫХ ПОТОКОВ ВОЗДУШНОГО ДВИЖЕНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ БЕТА-РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДЛЯ ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПОЛЕТОВ ВОЗДУШНЫХ СУДОВ

С.Р. Стороженко, А.С. Попов (Москва)

С развитием вычислительной техники имитационное моделирование становится неотъемлемой частью процесса исследования новых технологий в системе организации воздушного движения. В таких исследованиях происходит имитация полетов воздушных судов с учетом перспективных изменений (изменения трассовой структуры, технологии работы диспетчеров и т.д.). Для таких исследований свою эффективность показало моделирование не только реальных потоков воздушного движения, но и исследовательских потоков с заданной интенсивностью: прогнозируемое увеличение потока, увеличение интенсивности по направлениям или заданное количество взлетно-посадочных операций в аэропортах. В этом случае результат зависит не только от работы имитационных моделей, но и модели подготовки исходных данных. В данной работе предложена модель формирования случайных исследовательских потоков для создания сценариев моделирования. Представленная модель была реализована в составе комплекса имитационного моделирования системы организации воздушного движения (КИМ ОрВД) [1] как инструмент для подготовки исходных данных.

### Терминология

В данной работе рассматриваются сценарии моделирования продолжительностью 24 ч (календарные сутки), созданные на основе потоков воздушного движения через исследуемую зону. Под зоной понимается некоторая область воздушного пространства (сектор, районный центр, страна).

Под сценарием понимается совокупность информации обо всех рейсах и планах полетов (4D-разложение маршрута). Планы полета состоят из точек маршрута, времени и характеристик их пролета, таких как скорость, высота, этап полета.

Для формализации задачи необходимо ввести ряд определений.

*Точка входа в зону,  $p$*  – первая точка в плане полета рейса, лежащая внутри или на границе исследуемой зоны.

*Линия  $l$*  – пара аэропорт вылета и прилета, между которыми следует рейс.

*Тип воздушного судна  $v$*  – тип воздушного судна (ВС) рейса.

*Маршрут  $m=(m^*,h)$*  – 3D разложение маршрута, состоящее из двух компонент:

- $m^*=\{m^{i*}\}_{i=(1,n)}$  – последовательность точек в маршруте через исследуемую зону (или последовательность участков, соединяющих эти точки). Соответственно  $m_1$  является точкой входа.

- $h=\{h_i\}_{i=(1,n)}$  – последовательность высот пролета точек из  $m$ .

*Исходное время входа в зону  $t^0$*  – время входа в зону некоторого рейса в исходном потоке.

$P=\{p\}$ ;  $L=\{l\}$ ;  $V=\{v\}$  и  $M=\{m\}$  – соответствующие множества точек, линий, типов ВС и маршрутов.

*Рейс  $r$*  – элемент, однозначно определяемый совокупностью  $(p,l,v,m,t^0)$ .

Поток воздушного движения,  $F=\{(r_i, t_i)\}_{i=(1,N)}$  – множество пар вида рейс – время входа в зону, где  $t_i$  – время входа данного рейса в исследуемую зону,  $N=|F|$  – мощность множества пар, т.е. потока.

Будем говорить, что подмножество (или подпоток) порождается элементом  $a \in P \cup L \cup V \cup M$ , если его элементы содержат все те и только те рейсы, соответствующая

компонента которых равна  $a$ , и обозначать его как  $F_a$ . То же справедливо для подмножеств, порожденных несколькими элементами, при условии, что никакие два из них не принадлежат одному и тому же множеству. Более того, в роли порождающего элемента может выступать час входа в зону. Иными словами:

$$F_{plvmh} = \{(r,t) | r=(p,l,v,m,t_0), Hour(t)=h\}$$

Здесь и далее  $Hour(t)$  возвращает час времени.

Интенсивность (потока или подпотока) – мощность множества. Также для удобства можно использовать понятие *часовой интенсивности*  $I_h^F = |\{(r,t) | (r,t) \in F^h\}|$ .

*Возможное время входа*  $T = [t^{min}, t^{max}]$  – интервал возможного входа в зону в случайном потоке, определяемый требованиями сохранения часовой интенсивности входа в зону, вылета или прилета.

Также необходимо определить требования безопасности выполнения полетов. В данной задаче они проявляются как требование к соблюдению норм эшелонирования на входе, то есть  $\forall (r_1, t_1), (r_2, t_2) \in F, |t_1 - t_2| \geq N(r_1, r_2)$ , где – это поток воздушного движения, а  $F$  – функция для определения норм эшелонирования. В рассматриваемой задаче функция будет иметь следующий вид:

$$N(r_1, r_2) = \begin{cases} 0 & |h_1^1 - h_1^2| \geq 300 \text{ или } p^1 \neq p^2, \\ 60 \text{ секунд} & \text{иначе.} \end{cases}$$

Для работы с потоками введена многоуровневая система разделения на подпотоки. Разделение потока происходит на пяти уровнях:

- 1) Сам суточный поток.
- 2) Суточный поток делится на подпотоки, порождаемые всеми возможными точками входа,  $\{F_p\}_{p \in P}$ .
- 3) Полученные подпотоки делятся на подпотоки, порождаемые линиями,  $\{F_{pl}\}_{p \in P, l \in L}$ .
- 4) Полученные подпотоки делятся на подпотоки, порождаемые типами ВС,  $\{F_{plv}\}_{p \in P, l \in L, v \in V}$ .
- 5) Полученные подпотоки делятся на подпотоки, порождаемые маршрутами полетов,  $\{F_{plvm}\}_{p \in P, l \in L, v \in V, m \in M}$ .

### Математическая постановка задачи

Пусть на входе имеется поток воздушного движения  $F^0 = \{(r_i, t_i^0)\}_{i=1, \dots, N}$ , набор допустимых времен входа для всех рейсов из  $F^0$ ,  $T = \{T_r\}_{r \in (F^0)_r}$ , где  $(F^0)_r$  – мультимножество рейсов из потока воздушного движения; множество порождающих элементов  $A$  функция для определения норм эшелонирования  $N(r_1, r_2)$  (требования безопасности) и корректные (т.е. непротиворечащие друг другу) целевые (требуемые) значения интенсивности для потока в целом  $I^{aim}, \{I_h^{aim}\}_{h=0,23}$  и для заданных подпотоков  $\{I_{f_i}^{aim}\}_{f_i \in f}, \{I_h^{f_a, aim}\}_{a \in A, h=0,23}$ , где  $f_a$  – подпоток, порождаемый элемент(ами) из множества  $A$ .

Необходимо сформировать поток воздушного движения такой, что

$$F = \{(r, t) | r \in (F^0)_r, t \in T_r\}$$

При этом:

- 1) должны соблюдаться нормы эшелонирования, т.е.:  
 $\forall (r_1, t_1), (r_2, t_2) \in F, |t_1 - t_2| \geq N(r_1, r_2)$
- 2) интенсивности потока и подпотоков должны быть равны заданным, пока это не противоречит первому условию.

## Решение задачи

Решение задачи можно разделить на два этапа: первый – подготовка данных и формирование множества рейсов; и второй – назначение времени входа каждому рейсу.

### Подготовка данных и формирование множества рейсов

Основной задачей данного этапа является расчет  $I^{aim}, \{I_h^{aim}\}_{h=0,23}, \{I_{f_i}^{aim}\}_{f_i \in f}, \{I_h^{fa,aim}\}_{a \in A, h=0,23}$  и формирование множества рейсов. Без углубления в подробности можно сказать, что основное отличие от предыдущих моделей [2,3] заключается в сведении к минимуму влияния случайного фактора. Требуемые интенсивности рассчитываются исходя из требований исследователя, заданных напрямую (например, количество вылетов из аэропорта) или через коэффициент изменения интенсивности (например, поток вдвое увеличенной интенсивности). При нецелых коэффициентах изменения интенсивности округление требуемой интенсивности происходит по особым правилам, благодаря которым удается достичь минимальных отклонений от «нецелых интенсивностей» на всех уровнях.

Выходом после этого является множество рейсов. В сравнении с предыдущими моделями за счет снижения влияния случайного фактора удалось справиться с проблемой «малых интенсивностей»: при розыгрыше на основе равномерного распределения допускаются абсолютные отклонения в несколько единиц, которые не имеют большого веса в относительном смысле для подпотоков верхних уровней, для подпотоков низших уровней (4, 5) получившаяся интенсивность может отличаться от требуемой в несколько раз.

### Назначение времен входа

Последним и самым важным этапом является назначение времен входа для каждого рейса.

Алгоритм на высоком уровне можно представить блок-схемой на рис. 1. Одним из нововведений модели является множество допустимых для входа временных интервалов  $\{T_i^g\}$ . Оно представляет собой множество временных интервалов, в которые рассматриваемый рейс может совершить вход в зону с учетом его возможного времени входа и рейсов, для которых времена входа уже назначены (разыграны).



Рис. 1. Алгоритм назначения времени входа

Такой подход позволяет при высоких требуемых интенсивностях совершить максимально возможное количество входов в каждый из рассматриваемых промежутков времени.

Время входа в зону также определяется случайным образом. Ввиду особенности назначения моментов входа было решено отказаться от концепции процесса Пуассона, так как такой подход, во-первых, неприменим в данной ситуации, а во-вторых, обладает высокой

дисперсией для потоков с высокой интенсивностью и свойством отсутствия последствия, что противоречит требованиям безопасности.

Для определения времени входа была выбрана случайная величина, определяемая бета-распределением [4]. Такой выбор был обусловлен несколькими удобными свойствами данного семейства распределений.

Во-первых, бета-распределение часто используется для описания случайных величин, значения которых ограничены конечным интервалом.

Во-вторых, бета-распределение является двухпараметрическим, благодаря чему можно очень гибко настраивать характер плотности вероятности.

Как показано на рис. 1, для каждого рейса время входа назначается отдельно и зависит от возможного времени входа для данного рейса и наличия допустимого времени входа. Если допустимых времен не найдено, то происходит сдвиг соседних рейсов и время назначается неслучайным образом. Способ выбора времени входа в противном случае будет описан далее.

Для каждого рейса вычисляются его собственные значения параметров распределения. В данном случае целесообразно использовать значения параметров, для которых плотность распределения будет иметь унимодальный вид. Модой распределения будет являться нормированное исходное время входа  $t^0$ , определяемое следующей формулой:

$$M = \frac{t^0 - t^{min}}{t^{max} - t^{min}}.$$

Как известно, для бета-распределения мода определяется следующей формулой:

$$M = \frac{\alpha - 1}{\alpha + \beta - 2}$$

Параметры  $\alpha$  и  $\beta$  предлагается описывать следующими отношениями:

$$\alpha = M e^{\frac{\rho}{10}} + 1$$

$$\beta = (1 - M) e^{\frac{\rho}{10}} + 1,$$

где  $\rho$  – параметр, изменяемый в процессе розыгрыша.

Значение параметра  $\rho$  напрямую влияет на внешний вид плотности вероятности. Дисперсия для бета-распределения и, в частности, для предложенных параметров выглядит следующим образом:

$$\frac{\alpha\beta}{(\alpha + \beta)^2(\alpha + \beta + 1)} = \frac{M(1 - M)e^{\frac{2\rho}{10}} + e^{\frac{\rho}{10}} + 1}{e^{3\rho} + 7e^{\frac{2\rho}{10}} + 16e^{\frac{\rho}{10}} + 12}$$

Для предложенного нормированного значения моды справедливо  $0 \leq M(1-M) \leq 0.5$ . При исследовании функции дисперсии на монотонность удалось определить, что для таких значений моды дисперсия строго убывает с ростом параметра  $\rho$ . Следовательно, в рассматриваемой задаче для выбранных параметров  $\alpha$  и  $\beta$  дисперсия будет монотонно возрастать с убыванием значения параметра. В данной модели параметр  $\rho$  уменьшается на единицу после каждых ста неудачных розыгрышей,  $\rho_0 = 28$ .

### Результаты работы

На рис. 2 приведено сравнение значения часовой интенсивности прилетов в аэропорты Москвы (Внуково, Домодедово, Шереметьево) случайных потоков, реализованных с использованием описанных моделей (без изменения интенсивности), и исходного потока. Для краткости, модель, описанная в [2], будет называться Пуассоном, а модель, описанная в [3], – псевдопуассоном. Для наглядности был выбран временной промежуток с 7:00 до 17:00. Легко видеть, что часовые интенсивности прилетов случайного потока, полученного с использованием бета-распределения, не отличаются от требуемых, в то время как для двух других моделей наблюдаются значительные отклонения. При моделировании сценариев

с высокой интенсивностью воздушного движения такие отклонения могут существенно сказываться на результатах моделирования.

Также было проанализировано сходство случайных потоков с исходными, на базе которых они подготавливались. Для этого с помощью каждой модели был создан и промоделирован сценарий с коэффициентом изменения интенсивности равного единице. Для иллюстрации на рис. 3 приведено сравнение расчета показателя среднесуточных задержек на прилет и вылет в основных московских аэропортах (Внуково, Домодедово, Шереметьево)

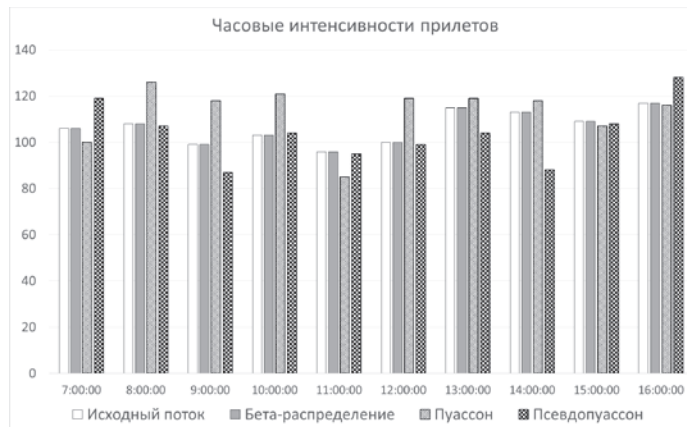


Рис. 2. Часовые интенсивности прилетов

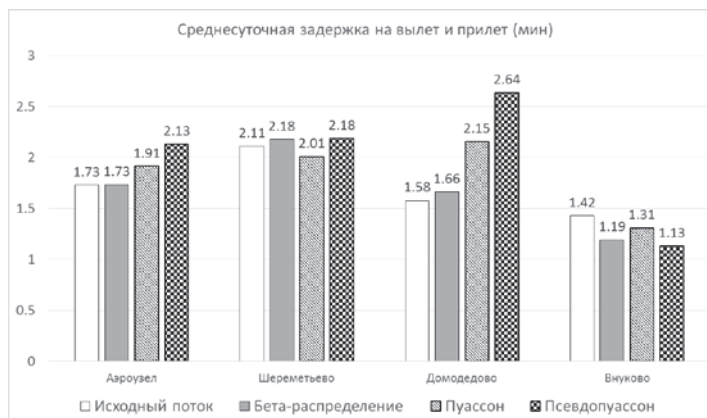


Рис. 3. Среднесуточная задержка

## Выводы

Представленная модель позволяет исследователю создавать случайные потоки на основе выбранных потоков воздушного движения с сохранением структуры потока. Также при использовании нескольких исходных потоков воздушного движения возможно создавать потоки для набора статистики при стохастическом моделировании.

Данная модель позволяет существенно сократить время, затрачиваемое на подготовку сценариев моделирования. Она позволяет гибко настраивать требования, выставляемые к случайному потоку, а также может быть легко модифицирована благодаря независимости составляющих ее алгоритмических блоков.

Литература

1. **Degtiarev O.V., Egorova V.P.** Regulated Air Traffic Flow Simulation Tool. Proceedings of 16th IFAC Symposium on Automatic Control in Aerospace.
2. **Егорова В.П., Зубкова И.Ф., Кан А.В., Кухтенко В.И.** Синтез детерминированных и случайных потоков воздушного движения в составе комплекса имитационного моделирования системы ОрВД. Сб. док. конф. «Имитационное моделирование. Теория и практика» (ИММОД-2007). 2007. С. 111–116.
3. **Стороженко С.Р., Попов А.С.** Формирование случайных потоков воздушного движения прогнозной интенсивности для моделирования полетов воздушных судов в верхнем воздушном пространстве и в терминальной зоне аэродрома (аэроузла). Сб. док. конф. «Авиационные системы в XXI веке». 2016. Т. 3, С. 303–310.
4. **Королюк В.С., Портенко Н.И., Скороход А.В., Турбин А.Ф.** Справочник по теории вероятностей и математической статистике. М.: Наука, 1985. 640 с.