

ИМИТАЦИЯ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ПРОЦЕССОВ ОБСЛУЖИВАНИЯ¹

Ю.И. Рыжиков (Санкт-Петербург)

Введение

Возникающие в самых различных сферах человеческой деятельности *очереди* являются неизбежной платой за совместное использование ограниченных ресурсов. Естественно, что должен соблюдаться разумный баланс между затратами на это обслуживание и ущербом от вынужденного ожидания заявок. Соответствующие расчеты могут быть выполнены на основе численных методов теории очередей [1–6] или средствами имитационного моделирования [7–15].

Значительная часть возникающих проблем относится к *нестационарным* режимам. Здесь мы прежде всего отметим *периодические* режимы. Многие задачи управления городским хозяйством и социальной сферой связаны с суточными ритмами (потоки самолетов, пассажиров, пациентов, дорожно-транспортные происшествия, работа энергосетей). Годовой ритм имеют процессы развития ОРВИ- и желудочных заболеваний, лесных и торфяных пожаров, наводнений, лавин на горных склонах, разнообразного обслуживания отдыхающих и туристов, рыболовства и охраны зон лова, ледовой проводки караванов, обслуживания судов в морских и речных портах.

Непериодическими нестационарными процессами являются двусторонние боевые действия (морской или воздушный бой, ракетная дуэль), оказание медицинской помощи в ходе масштабной боевой или антитеррористической операции, борьба с эпидемией, аварийно-спасательная деятельность при землетрясении (в частности, с учетом «афтершоков») и т. д. Результаты расчета подобных процессов должны быть привязаны к определенным точкам временной оси.

Расчет нестационарных ситуаций должен дать основание для создания соответствующего резерва производительности систем и сетей обслуживания, маневра силами и средствами, создания обоснованных расписаний их работы.

Численно-аналитические методы расчета нестационарных ситуаций известны для единичных случаев ([16, 17] – для модели M/G/1) и к тому же чрезвычайно сложны и трудоемки. С другой стороны, в литературе по имитационному моделированию особенностям работы с такими задачами уделяется явно недостаточное внимание. Здесь единственным исключением является статья [18], в которой интересующие нас аспекты лишь намечены.

Ниже обсуждаются идеология и технология нестационарного имитационного моделирования.

Идея и техника нестационарного моделирования

Обсудим возможную технологию решения поставленной проблемы. Прежде всего очевидно, что результаты моделирования должны определяться применительно к заранее заданным временным сечениям $k = \overline{1, K}$, и *усредняться по множеству реплик*, количество которых определяется из стандартных статистических соображений точности и надежности оценок. В типичном случае моделирование идет по схеме «от события к событию», так что окончание очередного сечения должно связываться с первым перескоком таймера через него – лучше всего при наступлении события, связанного с накоплением статистики выбранного вида. При нахождении характеристик ожидания такими моментами могут быть *окончания ожидания*, которые связаны с приходом в недогруженную систему очередной заявки или

¹ Исследование проводилось по гранту РФФИ 13-08-01250 и программе фундаментальных исследований ОНИТ РАН (проект 2.11).

с выбором заявки из очереди – при завершении обслуживания. После окончания отрезка содержимое «частных» счетчиков числа завершений и суммарного времени ожидания накапливается в «глобальных» счетчиках – по реализациям данного отрезка. Далее номер отрезка k увеличивается на единицу, а упомянутые «частные» счетчики обнуляются.

Конец прогона задается через предельное значение таймера – в момент наступления первого «знакового» события, превысившего этот предел. Возможный вариант – наступление «особого» события (снятие осады, конец вооруженного конфликта, взрыв или потопление корабля противника, таяние льдов, стабилизация аварийной либо эпидемической ситуации и др.). Затем начинается новый прогон: устанавливается начальное состояние модели (в частности, обнуляется таймер) и номер отрезка $k=1$. По окончании последнего прогона выполняется завершающая обработка – отдельно по каждому сечению.

Варианты и детали технологии. Укажем некоторые особенности и варианты реализации алгоритма.

1. Ввиду постулируемой нестационарности датчики временных интервалов и объемов заявок должны иметь аргументом текущее значение таймера, в зависимости от которого формируется длительность очередного интервала между заявками и/или обслуживания.

2. В процессе продвижения заявки по сети ее должен сопровождать *паспорт*, в который могут заноситься данные, зависящие от таймера и влияющие на выбор маршрута в сети, длительность очередного обслуживания, предельный срок «терпения» и т. п.

3. Возможны следующие схемы обработки окончания отрезка:

– обсуждавшаяся выше *интервальная* (характеристики, накопленные за интервал между смежными сечениями) (например, средняя длительность ожидания помощи);

– *кумулянтная* (данные обрабатываются по ходу прогона нарастающим итогом);

– *мгновенная* (фиксируется «снимок» текущего состояния процесса: число больных, площадь пожара или затопленной территории, количество оставшихся целей).

Могут быть и комбинированные варианты.

Численный эксперимент

Предложенная технология была проверена на модели системы М/М/2 – с простейшим входящим потоком и интенсивностью входящего потока, модулируемой синусоидой с относительной амплитудой M , равной 0,2 и 0,5. Среднее время обслуживания принималось равным $b=0,25$. Максимальная интенсивность λ входящего потока выбиралась из условия $\rho = \lambda(1+M)b/2$. Значения максимального текущего коэффициента загрузки ρ задавались равными 0,9; 1,0 и 1,1. Прогон общей длиной $T=12$ единиц делился на 12 интервалов. Круговая частота ω определялась из условия $\omega T = 2\pi$.

Результирующий график, построенный с помощью системы Gnuplot, представлен на рис. 1.

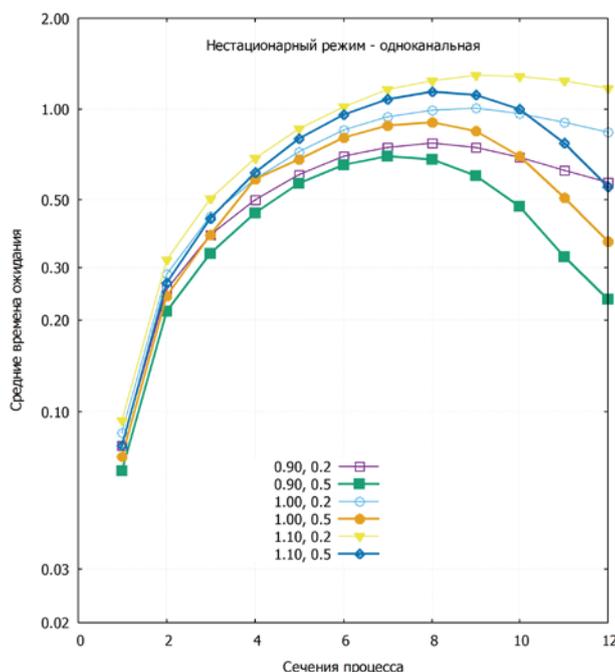


Рис 1. Динамика изменения средних времен ожидания

Как и следовало ожидать, результаты моделирования показывают монотонный рост этих средних по максимальному коэффициенту загрузки. Поучителен *кумулятивный эффект* передачи очередей от сечения к сечению, вследствие которого ожидаемая синусоида реализовалась лишь в формате *полуволны*.

Заключение

Целью эксперимента была не конкретная задача, а *отработка технологии моделирования нестационарных процессов*. Его результаты приводят к нетривиальным выводам – выходные характеристики явно не синусоидальны. Наблюдаемая картина будет сильно зависеть от исходных данных – особенно в тех случаях, когда на отдельных участках временной оси возникает существенная перегрузка.

Описанная выше технология связана с некоторой методической погрешностью, поскольку моменты окончания сечений в различных репликах процесса будут различными. Эта погрешность устраняется, если аргументом результата сделать наблюдаемое в реплике число событий заданного вида. С другой стороны, можно сделать границами сечений фиксированные моменты времени. Этого легко добиться, если к двум типам событий (приход заявки или завершение обслуживания) добавить третий: наступление очередной контрольной точки.

Реализация предлагаемой технологии позволит существенно повысить адекватность имитационного моделирования для перечисленных во Введении и для многих других нестационарных процессов обслуживания.

Литература

1. **Вишневский В.М.** Теоретические основы проектирования компьютерных сетей. М.: Техносфера, 2003. 512 с.
2. **Рыжиков Ю.И.** Алгоритмический подход к задачам массового обслуживания: монография. СПб.: ВКА им. А. Ф. Можайского, 2013. 496 с.
3. **Bhat U.N.** An introduction to queueing theory modeling and analysis in applications. Boston etc., BirkHauser, 2008. 272 p.
4. **Bolch S., Greiner S., Meer de, H., Trivedi K.S.** Queueing networks and Markov chains modeling and performance evaluation with computer science application. N.Y.etc., Wiley & Sons, 1998. 726 p.
5. **Breuer L., Baum D.** An introduction to queueing theory and matrix-analytic methods. Springer, 2005. 278 p.
6. **Matloff N.S.** Probability modeling and computer simulation: an integrated introduction with applications to engineering and computer science. Boston: PSW-Kent, 1988. 358 pp.
7. **Боев В.Д.** Моделирование систем. Инструментальные средства. GPSS World. ВHV–СПб., 2004. 368 с.
8. **Девятков В.В.** Методология и техника имитационных исследований сложных систем. М.: ИНФРА-М, 2013. 448 с.
9. **Кельтон В.Д., Лоу А.М.** Имитационное моделирование /пер. с англ. СПб.: Питер; Киев, ВHV. 2004. 847 с.
10. **Кудрявцев Е.М.** GPSS World. Основы имитационного моделирования различных систем. М.: ДМК Пресс, 2014. 320 с.
11. **Ослин Б.Г.** Имитационное моделирование систем массового обслуживания. Томск: изд-во Томского политехнического университета, 2010. 128 с.
12. **Петухов О.А., Морозов А.В., Петухова Е.О.** Моделирование системное, имитационное, аналитическое: учебное пособие. СПб.: изд-во СЗТУ, 2008. 288 с.
13. **Рыжиков Ю.И.** Имитационное моделирование. Теория и технологии. СПб.: КОРОНА Принт, 2004. 380 с.
14. **Рыжиков Ю.И.** Имитационное моделирование: курс лекций. СПб.: ВКА им. А.Ф. Можайского, 2007. 125 с.
15. **Строгалева В.П., Толкачева И.О.** Имитационное моделирование: учебное пособие. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2008. 280 с.
16. **Ивницкий В.А.** Теория нестационарных моментов марковских цепей: разомкнутые сети массового обслуживания. М.: ЛИБРОКОМ, 2011. 407 с.
17. **Катрахов В.В.** О функционально-аналитическом методе в теории массового обслуживания. Владивосток: Дальнаука, 2004. 64 с.
18. **Poropudas J., Virtanen K.** Simulation metamodeling with dynamic Bayesian networks // European Journal of Operational Research, v. 214 (2011), P. 644-655.