

## ГИБРИДНЫЕ МОДЕЛИ В АНАЛИЗЕ РАЗВИТИЯ СЦЕНАРИЕВ ЭКСТРЕМАЛЬНОЙ ПОПУЛЯЦИОННОЙ ДИНАМИКИ<sup>1</sup>

А.Ю. Переварюха, В.А. Дубровская (Санкт-Петербург)

Истощение рыбных запасов все сильнее отмечается в различных регионах. В современной англоязычной научной литературе для непредвиденных последствий чрезмерной эксплуатации используется заимствованный из астрофизики термин «коллапс», отличающийся от явлений перелова (*overfishing*) или истощения (*depletion*). Коллапс может угрожать ранее многочисленным промысловым популяциям крупных морских рыб, способным, казалось бы, десятилетиями выдерживать значительное изъятие.

Среди разнородной ретроспективной информации о причинах остановки промысла можно выделить характерные особенности развития событий, интерпретируемые в терминах динамических систем. В 1992 г. произошел самый масштабный по последствиям коллапс из состояния, оцененного как благополучное, – прекращен промысел атлантической трески *Gadus morhua* побережья Ньюфаунленда (рис. 1). Промысел трески показал максимальные результаты на рубеже 1970-х гг., но далее не удержался на среднемноголетнем уровне. Как мы видим, неотвратимое истощение последовало не сразу вслед за годами рекордных уловов. Первичное падение приостановилось. Перед крахом наблюдалось десятилетие (1981–1990) не обильных, но приемлемых колеблющихся объемов вылова и оптимистичных ожиданий по его дальнейшему наращиванию.

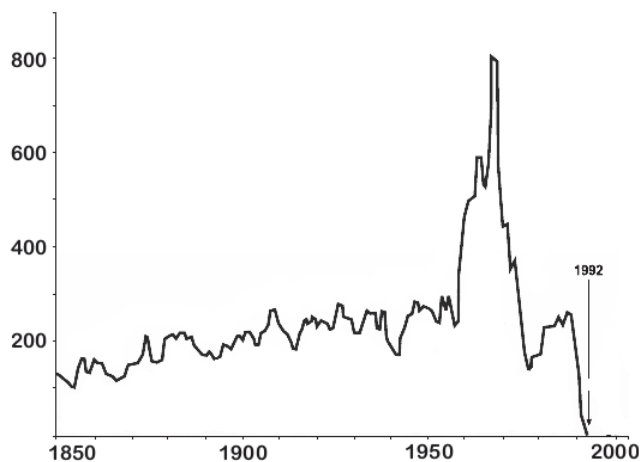


Рис. 1. Коллапс уловов атлантической трески *Gadus morhua* у побережья Канады

В [1] развитие событий объяснялось тем, что естественный тренд снижения численности трески мог совпасть с увеличением реальной промысловой смертности из-за системной переоценки ее запасов. В результате введенный изначально 2-летний мораторий на вылов превратился в 23-летнее вынужденное прекращение промысла трески. Проблема коллапса не исчерпывается своевременным выявлением его признаков. За развитием событий скрыты нетривиальные особенности репродуктивного процесса. Популяция после значительного перелова восстанавливается не так быстро, как должно было следовать из анализа полученной ранее промысловой статистики.

### Гибридная модель формирования поколений

Будем разрабатывать модель пополнения с использованием организации непрерывно-событийной вычислительной. Учтем, что кривая воспроизводства совсем не обязательно должна быть куполообразной унимодальной с единственным экстремумом функции,

<sup>1</sup> Исследования проведены в рамках гранта РФФИ №16-37-00028 для молодых ученых.

что отметил Рикер [2]. Дополнительно примем, что реальная зависимость способна масштабироваться вдоль оси ординат под действием внешних факторов.

У рыб выражена стадийность развития раннего онтогенеза. Факторы смертности должны различаться по стадиям, при этом момент достижения перехода личика→молодь может регулироваться вспомогательным показателем развития  $w(t)$ .

Опишем убыль начальной численности поколения  $N(0)$  от момента вылупления из икринок дифференциальным уравнением на промежутке времени  $t \in [0 \dots \tau, \tau_1 \dots T]$ . Учтем два фактора смертности и изменение их действия по ходу прохождения стадий развития особей, а также реакцию хищников на обилие жертв на второй стадии:

$$\frac{dN}{dt} = \begin{cases} -(\alpha N(t) + U[S]\beta)N(t), & t < \tau \\ -(\alpha_1 N(\tau) / w(\tau) + \beta)N(t), & w(t) < w_d(\tau_1) \\ -\beta_1 N(\tau_1)N(t), & \tau_1 < t < T, \end{cases} \quad (1)$$

где  $\alpha$  – коэффициент зависящей от плотности компенсационной смертности;  $\beta$  – коэффициент нейтральной убыли. От репродуктивного потенциала разумно перейти к естественному показателю средней плодовитости  $\lambda$ . Учет влияния кормовой базы производителей лучше проводить при корректировке  $\lambda$ . Начальные условия (1) с дважды переопределяемой правой частью таковы:  $N(0) = \lambda S$ ;  $\tau$  – длительность первой стадии с эндогенным питанием для рыб, которая обычно постоянна;  $\tau_1$  зависима от  $w_d$  – условного уровня развития, при достижении которого ослабляется действие факторов смертности, что объясняется разными условиями обитания молоди до и после начала самостоятельной морской миграции. Вспомогательное уравнение –  $w'(t) = m / (N^{2/3}(t) + \zeta)$ . Форму правую часть при  $t < \tau$  дополним триггерным функционалом:

$$U(S) = 1 + \exp(-cS^2), \quad (2)$$

где  $\tilde{\eta} < 1$  определяет степень выраженности фактора, называемого в экологии эффектом Олли. Функционал (2) быстро стремится к  $\lim_{S \rightarrow S^*} U(S) = 1$  и не влияет на расчеты при оптимальном состоянии запаса. Область значений (2) ограничена  $-E(U) = [2, 1)$ . Интервал ювенальной уязвимости  $[0, T]$  разделен на тройку кадров модельного времени. При смене смежных кадров происходит реинициализация начальных условий.

В инструментальной среде алгоритмически формируется непрерывно-событийная переопределяемая вычислительная структура из трех форм правой части уравнения убыли и условий завершения их активности. Последовательность численных решений задач Коши для допустимых значений  $S \in Z^+$  определит итоговую зависимость (рис 2).

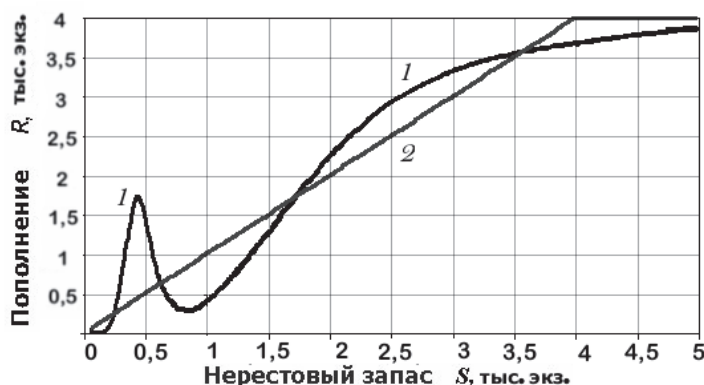


Рис. 2. График модели пополнения на основе (1)

Из модели (1), дополненной функционалом (2), мы получили зависимость, где диапазоны превышения  $\psi(S) > S$  чередуется с состояниями, в которых имеющийся нерестовый запас восполняется не полностью. В новой модели не три, а четыре нетривиальные

стационарные точки  $\psi(R_i^*) = R_i^*$ . Устойчиво наибольшее из равновесий  $R_4^*$ , как и т  $\psi(0) = 0$ . Три первых пересечения с биссектрисой  $R_1^* < R_2^* < R_3^*$  в точках оказываются неустойчивы, в вычислительных моделях для установления устойчивости точек используется вычисление  $f(f(x))$ .

Так как в окрестности максимума модельная кривая немного превосходит третье равновесие  $\psi(R_{\max} \pm \varepsilon) > R_3^*$ , и если исходное состояние популяции  $R_0$  соответствует диапазону  $R_0 \in (R_1^*, R_3^*) \cap \{\psi^{-n}(R_2^*)\}$ , то через ряд аperiодических флуктуаций достигается состояние высокой стабильной численности  $R_4^*$ . Гипотетический вариант устойчивости  $R_1^*$  или  $R_2^*$  не может объяснить самостоятельного восстановления популяций после не критического перелома. Аperiодическое движение чувствительно к выбору начального значения  $R_0$ , это означает принципиальную невозможность делать прогнозы при подобном характере популяционной динамики [3].

Наблюдаемый в вычислительных экспериментах аperiодический режим вызван локально-несвязным характером области притяжения аттрактора  $R_4^*$ , так как область не включает множество не притягивающихся к аттрактору прообразов двух неустойчивых точек:  $\{\psi^{-n}(R_2^*)\} \cup \{\psi^{-n}(R_3^*)\}$ . Точка  $R_1^*$  – неустойчивое критическое равновесие, если  $R_0 < R_1^* - \varepsilon$  то реализуется необратимая деградация  $\psi^n(R_0) \rightarrow 0$ .

### Вычислительный сценарий имитации коллапса

Пусть популяция после долгой нестабильности восстановилась до своего оптимума, уловы плавно пошли вверх, после чего принимается решение об интенсификации режима промысла, которая, к несчастью, оказывается чрезмерной. Величины улова  $Y = HR_n$  сначала демонстрирует исторические максимумы, но затем довольно очевидно снижаются, успешно проходят локальный минимум, не попадая сразу в окрестность точки критического состояния. В промысловых прогнозах, очевидно, учли высокую эффективность воспроизводства в предыдущие годы и что уловы после спада немного возвращаются к былым объемам, но такое восстановление будет обманчиво (рис. 3 – временная t-диаграмма величины уловов, где по оси абсцисс откладывается внутреннее представление модельного времени вычислительной среды).

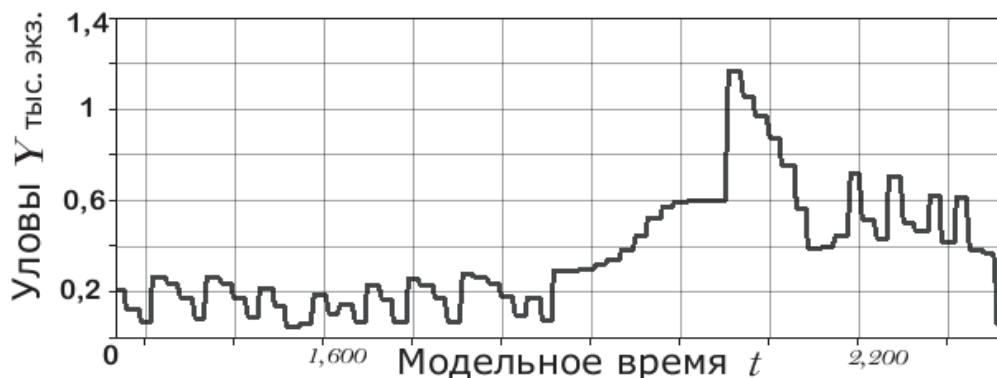


Рис. 3. Динамика уловов в вычислительном сценарии существенного перелома

Численность запаса после интенсификации промысла возвращается в аperiодический малочисленный режим со сжимающейся амплитудой колебаний, но не задерживается там даже в случае запоздалого установления прежней неистощительной доли изъятия. После кратких колебаний следует второе, уже критическое падение (рис 4. – временная t-диаграмма изменения состояния промысловой популяции при переломе).

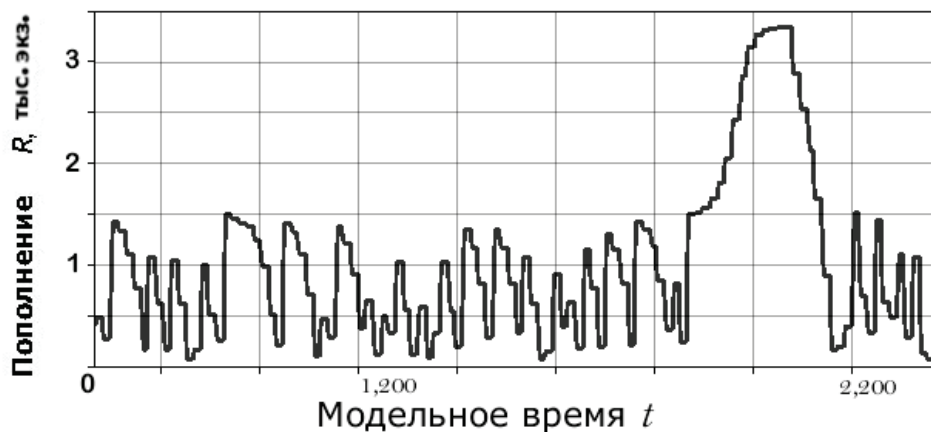


Рис. 4. Динамика численности популяции при коллапсе запасов по модели (1)

Интересна динамика в вычислительных экспериментах для полученной зависимости при резком повышении доли промыслового изъятия, которое проводится при уже благополучном состоянии запаса  $\bar{\psi}(R_n) \approx R_4^*$ . Задача регулирования вылова – не позволить редуцировать равновесие возмущенной системы  $\bar{\psi}$  выше  $R_3^*$ , сбросив запас в режим неблагоприятных для промысла и непредсказуемых колебаний. Недолгий тренд повышения уловов непосредственно перед коллапсом следует из характера нелинейности модели кривой воспроизводства, связанного с существованием двух уровней численности популяции. Достаточно превышения допустимой доли изъятия на 0,025 для реализации такого сценария падения. При низкой численности популяция испытывает резкие флуктуации, но существует перспектива восстановления обилия при ослаблении промысла. Эффект граничного кризиса интервального аттрактора описывает явление неожиданного коллапса больших запасов трески, происходящего в два этапа. При граничном кризисе аттрактор соприкасается с границей своей области притяжения, теряет свойство инвариантности  $\bar{\psi}(A) \in A$ , и на его месте появляется непритягивающее хаотическое множество [4], где ограниченное время пребывает траектория, и далее  $\bar{\psi}^n(R) \rightarrow 0$ . После кризиса, вызванного сдвигом минимума, единственное инвариантное замкнутое притягивающее множество – это точка начала координат.

### Выводы

Разработанная модель подтверждает, что особые сценарии истощения биоресурсов, названные коллапсом, действительно сложны для прогнозирования по ретроспективным наборам данных о воспроизводстве промысловых популяций. В случае осетровых рыб Каспия стремительная деградация произошла, когда ожидалось увеличение уловов из-за улучшения гидрологической обстановки. При этом важно отметить, что динамика истощения запасов двух близких видов осетровых, осетра и севрюги, качественно различна и не может описываться одним модельным сценарием. Подобная вариативность сценариев у экологически схожих видов объясняется внутривидовой дифференциацией и репродуктивной изоляцией отдельных локальных нерестовых групп.

Анализ сценарных экспериментов показывает, если происходят качественные изменения в механизмах регуляции воспроизводства, то решения по изменению стратегии эксплуатации запаздывают, также как и прогнозы допустимых уловов, делающиеся на основе ретроспективных сведений о предшествующей динамике эксплуатируемой популяции, которая не обязательно сохранится при увеличении изъятия. Каннибализм хищных видов – далеко не единственный механизм проявления отрицательной обратной связи в ихтиоценозах, но более прямодействующий, чем конкуренция [5]. Один из вероятных сопутствующих механизмов закрепляется тем, что при сокращении численности доминирующих хищников

должна изменяться сложившаяся возрастная структура популяции жертв. Интересно расширение наборов вычислительных сценариев экстремальных ситуаций в сопоставлении с рядом других нетривиальных примеров популяционной динамики. Значимы вспышки численности насекомых вредителей, для которых необходимо разработать не только механизм запуска, но описать возможные сценарии спонтанного завершения вспышки, которое может происходить как в форме серии пиков численности, так и с переходом к малым аperiodическим колебаниям.

### Литература

1. **Myers R.A.** Why do fish stocks collapse? The example of cod in Atlantic Canada // *Ecol. Appl.* 1997. Vol. 7. P. 91–106.
2. **Ricker W.E.** Stock and recruitment // *J. Fish. Res. Board Can.* 1954. Vol. 11. P. 559–623.
3. Feigenbaum M. Universal behavior in nonlinear systems // *Physica D.* 1983. Vol. 7. № 1–3. P. 16–39.
4. **Guckenheimer J.** Sensitive dependence on initial conditions for one dimensional Maps // *Comm. Mathem. Physics.* 1979. Vol. 70. P. 133–160.
5. **Pearl R.** The biology of population growth // *Birth Control Rev.* 1927. Vol. 11. P. 236–263.