МЕТОДЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ И ОПТИМИЗАЦИИ СИСТЕМ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ С «ТЯЖЕЛЫМИ ХВОСТАМИ»

В.Н. Задорожный, Т.Р. Захаренкова (Омск)

Введение

За последние два десятилетия наблюдается бурный рост и развитие сетевых технологий. На данном этапе развития сети передачи данных обеспечивают предоставление услуги совместной передачи данных, голоса и видео. Поэтому современные сети передачи данных называются мультисервисными или сетями следующего поколения [1].

При исследовании таких сетей, как правило, применяются методы теории массового обслуживания, которая позволяет представлять сети передачи данных как сети массового обслуживания (СеМО), а ее узлы – в виде систем массового обслуживания (СМО). Трафик современных сетей является самоподобным (фрактальным) [2], то есть, описывающие его случайные процессы задаются распределениями с «тяжелыми хвостами» (РТХ):

$$P[x > t] = t^{-\alpha} L(t) \quad , \tag{1}$$

где $L(t)$ – медленно меняющаяся функция [3].

Назовем фрактальными системами массового обслуживания системы класса GI/GI/*n*/*m*, в которых интервалы поступления заявок и/или время их обслуживания принадлежат РТХ и имеют бесконечную дисперсию. Фрактальными сетями будут называться СеМО, которые включают хотя бы одну фрактальную СМО. Классические системы задаются распределениями с экспоненциальными хвостами.

Характерными представителями фрактальных систем с очередями являются системы Pa/M/*n*/*m*, M/Pa/*n*/*m* и Pa/Pa/*n*/*m* [4]. Здесь символ Pa соответствует распределению Парето (РП):

$$F(t) = 1 - (K/t)^{\alpha}, \quad \alpha > 0, \quad K > 0, \quad t \ge K, \tag{2}$$

где α – параметр формы, при этом $1 < \alpha \le 2$, K – наименьшее значение случайной величины (с.в.) и, одновременно, масштабный параметр.

Исследования в области телекоммуникаций показали [2, 5], что классические методы теории массового обслуживания не всегда пригодны для исследования современных сетей. Поэтому необходимым инструментом для их исследования является имитационное моделирование (ИМ).

Асимптотические доверительные интервалы при моделировании классических и фрактальных очередей

Для того чтобы получить оценку исследуемого параметра с приемлемой для практики точностью, нужно спланировать имитационный эксперимент так, чтобы количество экспериментальных данных было достаточным для оценки параметра или предсказания его поведения с определенной степенью надежности.

В общем случае при моделировании очередей для расчета оценки $\hat{\xi}$ какого-либо интересующего нас математического ожидания (м.о.) $\overline{\xi} = E(\xi)$ («показателя») используется выборка $x_1, \ldots, x_N$ зависимых реализаций случайной величины (с.в.) ξ на выходе имитационной модели. Оценка $\hat{\xi}$ рассчитывается как выборочное среднее:

$$\hat{\xi} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \xi_i \, . \tag{3}$$

Дисперсия $\mathrm{Var}(\hat{\xi})$ оценки $\hat{\xi}$ выражается через дисперсию $\sigma^2 = \mathrm{Var}(\xi)$ и коэффициенты корреляции между реализациями $x_1, \ldots, x_N$. Известно, что для асимптотически самоподобного процесса корреляционная функция является гиперболически затухающей [6].

В работе [7] показано, что у классических систем с очередями асимптотика коэффициентов корреляции r(s) (где s – расстояние между элементами выборки) определяется асимптотически экспоненциальным убыванием r(s) с ростом s, для фрактальных систем – асимптотически степенным убыванием r(s). При этом длина доверительного интервала при расчете показателей классических СМО уменьшается пропорционально $N^{-1/2}$, а для показателей фрактальных СМО убывает медленнее, чем $N^{-1/2}$.

В общем случае при расчете любых показателей типа вероятности отказа, среднего времени ожидания и т.д. функция r(s) при расчете классических очередей имеет вид:

$$r(s) \sim ae^{-bs}, \tag{4}$$

в то время как для фрактальных систем коэффициент корреляции r(s) между двумя сдвинутыми на s шагов элементами выборки интересующего нас показателя описывается асимптотикой

$$r(s) \sim as^{-b}, \tag{5}$$

где a и b – константы, определяемые в пробных прогонах модели (для фрактальных СМО $a > 0$ и $0 < b < 1$).

На рис. 1 приведены примеры корреляционных функций для расчета стационарного времени ожидания классической СМО вида M/M/1 с интенсивностью входящего потока $\lambda = 1$ при коэффициенте загрузки $\rho = 0{,}75$ (слева) и для расчета среднего значения $\overline{\gamma}$ индикаторов g_i отказа i-й заявки g_iÎ{0, 1}, которое в стационарном режиме равно искомой вероятности P потери заявки (справа).

Рис. 1. Асимптотика корреляции между величинами w_i и w_{i+s} в системе M/M/1 (в зависимости от s) и между индикаторами отказа i-й и $(i + s)$-й заявок в системе Pa/Pa/1 при $a_1 = a_2 = 1{,}1$, $K_1 = 1$, $K_2 = 0{,}5$

Для систем, приведенных на рис. 1, можно сделать следующие выводы: для того, чтобы в классической системе уменьшить величину ошибки в 10 раз, нужно увеличить длину прогона в 100 раз, а для того, чтобы уменьшить ошибку в рассмотренной СМО с РТХ в 10 раз, нужно увеличить длину прогона в 10^{13} раз!

Найденные зависимости позволяют по выборкам умеренного объема находить приближенные аналитические выражения, пригодные для построения асимптотических доверительных интервалов как функций от объема N выборки и, соответственно, корректно планировать при расчете очередей методом длинного последовательного прогона [8] модели такую его длину, которая обеспечивает заданную точность результатов.

Корректная реализация РТХ и множественные параллельные прогоны

Вследствие медленной сходимости оценок интересующих показателей, что характерно для систем с РТХ, возникает необходимость в выборках большого объема, что существенно увеличивает время моделирования. Поэтому при любых имитационных экспериментах, выполняемых для расчета фрактальных очередей, становятся необходимыми независимые параллельные прогоны моделей [8].

В [7] наглядно показано, что для моделирования фрактальных очередей с помощью параллельных прогонов можно определить длительность переходных процессов и распознать отсутствие стационарного режима функционирования у моделируемой системы.

Однако использование параллельных прогонов не обеспечит получения адекватных результатов моделирования фрактальных очередей, если не учитывать проблему корректной реализации РТХ [9]. Ошибочные выводы можно сделать при любом α: как при $\alpha \downarrow 1$, так и при $\alpha \uparrow 2$. Для их исключения рекомендуется использовать генератор случайных чисел ARAND, предложенный в [7]. На рис. 2 приводится пример результатов ИМ системы M/Pa/1: слева – с применением стандартного генератора случайных чисел, справа – с использованием ARAND.

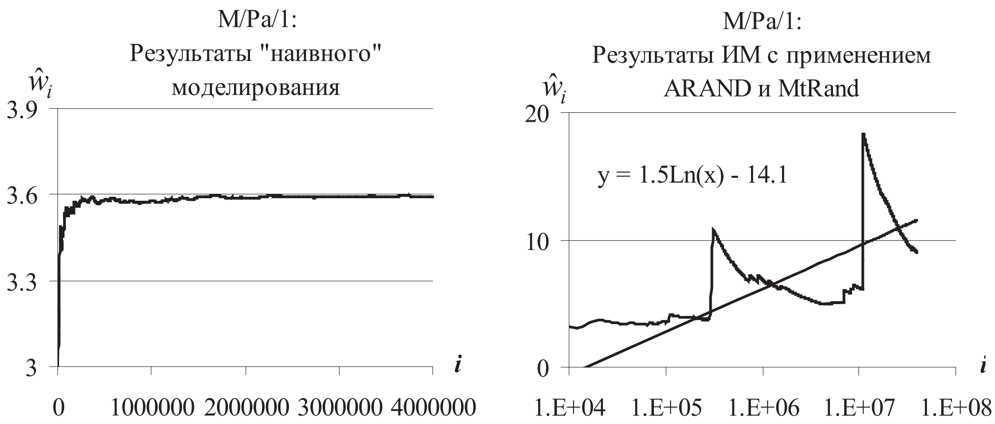

Рис. 2. Результаты ИМ системы M/Pa/1 при $\bar{\tau} = 4$, K = 1, α = 2

Согласно формуле Полячека-Хинчина [10] среднее время ожидания в такой системе будет равно бесконечности, и этому соответствует правая часть рисунка, а не какому-либо конечному значению, как на левой части рис. 2. Это показывает, что при расчете фрактальных очередей необходимо использовать множественные независимые прогоны совместно с методом, корректно реализующим РТХ (ARAND).

Минимизация вероятностей потерь в сетях с фрактальным трафиком

Вероятность потерь пакетов является не только показателем качества обслуживания сетей, но и важным показателем качества функционирования, поэтому уменьшение вероятности потерь заявок в сетях передачи данных является важной и актуальной задачей. В данном разделе приводится аналитико-имитационный метод оптимального распределения числа каналов, обеспечивающий низкую вероятность потерь.

Известно, что увеличение числа мест в буфере не приводит к значительному снижению вероятности p_{loss} потерь пакетов в сетях с фрактальным трафиком [5], поэтому авторами был разработан эффективный метод уменьшения вероятностей потерь за счет увеличения числа каналов в узлах сетей.

В работе [11] эмпирически получен закон, отражающий взаимосвязь между вероятностями потерь p_{loss} в n-линейной системе, вероятностями состояний p_n соответствующей бесконечно линейной системы и числом n каналов:

$$p_{\text{loss}} \sim p_n \sim c_0 e^{-C(n-\lambda b)^2}, \tag{6}$$

где c_0, C – некоторые константы, определяемые индивидуально для каждой конкретной системы, n – число состояний, λ – интенсивность входящего потока, b – среднее время обслуживания заявок. Закон (6) позволяет рекомендовать для борьбы с потерями заявок наращивание числа каналов как эффективную универсальную стратегию, при этом он хорошо согласуется с теоретическим результатом, полученным в [12] для классических систем.

Закон (6) выполняется и для узлов сетей с очередями. Поэтому, согласно (6), задачу оптимизации распределения числа каналов по узлам фрактальной сети можно аппроксимировать следующей оптимизационной задачей.

Заданы маршрутная матрица фрактальной сети, функции распределения $B_i(t)$ времени обслуживания в узлах i (i = 1, …, M) и входящие в сеть потоки заявок. Буферы в узлах сети отсутствуют. Требуется найти распределение (n_1, n_2, …, n_M) N каналов по M узлам сети такое, чтобы сумма аппроксимаций вероятностей потерь в узлах i была минимальна:

$$\sum_{i=1}^{M} c_{0i} e^{-C_i(n_i-\lambda_i b_i)^2} \to \min, \tag{7}$$

при ограничениях:

$$\sum_{i=1}^{M} n_i = N,$$

$$n_i > 0,\ i = 1, \ldots, M.$$

В данной форме решение задачи оптимального распределения каналов может быть легко получено любыми известными градиентными или квазиградиентными численными методами. Оптимальные распределения, получаемые путем решения задачи (7), весьма точны уже при относительно небольших значениях [11]. Эти распределения доставляют вероятности потерь на порядки меньшие, чем, например, равномерное распределение каналов по узлам или распределение каналов, выравнивающее коэффициенты загрузки узлов.

В принципе, оптимальное распределение каналов может быть найдено точно путем имитационного моделирования фрактальной сети, но этот подход влечет неприемлемо большие затраты компьютерного времени.

При проектировании телекоммуникационной сети после оптимального распределения каналов по ее узлам можно в каждый узел добавлять буфер для хранения заявок. Таким способом можно уменьшать вероятность потерь практически до нуля при малых размерах буферов.

Выводы

При моделировании систем с «тяжелыми хвостами» распределений, в отличие от моделирования классических СМО, следует использовать метод множественных независимых параллельных прогонов и генераторы случайных чисел, обеспечивающие корректную реализацию РТХ.

Простое увеличение размеров буферов или производительности узлов в сетях с фрактальным трафиком как стратегия снижения вероятностей потерь практически бесперспективны. В то же время, установленный в статье эмпирический закон (6) позволяет сделать вывод, что вероятность потерь можно радикально снижать наращиванием числа каналов в узлах.

Кроме того, закон (6) представляет собой хорошую аналитическую аппроксимацию зависимости вероятности потерь в узле от числа каналов. Это позволяет сводить задачу оптимального распределения числа каналов по узлам к экстремальной задаче, легко и быстро решаемой градиентными методами.

Результаты и методы, изложенные в статье, достаточно просты в использовании, что позволяет рекомендовать их для широкого применения в инженерной практике.

Литература

1. ITU-T Recommendation Y.1540 Internet protocol aspects – Quality of service and network performance; Internet protocol data communication service – IP packet transfer and availability performance parameters. URL: https://www.itu.int/rec/T-REC-Y.1540/recommendation.asp?lang=en&parent=T-REC-Y.1540-201607-I.
2. **Leland, W. E., Taqqu, M. S., Willinger, W., Wilson, D. V.** On the Self-Similar Nature of Ethernet Traffic. ACM/SIGCOMM Computer communications review, 1993. P. 146–155.
3. **Czachorski T., Domanska J., Pagano M.** On stochastic models of Internet traffic. Information technologies and mathematical modeling. 2015, 289–303 pp.
4. **Zadorozhnyi V.N.** Fractal Queues Simulation Peculiarities, in Communications in Computer and Information Science, 2015. P. 413–432.
5. **Бахерева, Н.Ф.** Аппроксимативные методы и модели массового обслуживания. Исследование компьютерных сетей / Н.Ф. Бахерева, В.Н. Тарасов. – Самара: СНЦ РАН, 2017. 327 с.
6. **Шелухин О.И.** Мультифракталы. Инфокоммуникационные приложения / О.И. Шелухин. – М.:Горячая линия – Телеком, 2011. 576 с.
7. **Zakharenkova T.R., Zadorozhnyi V.N.** Methods of Simulation Queueing Systems with Heavy Tails, Information Technologies and Mathematical Modelling Queueing Theory and Applications 15th International Scientific Conference, ITMM 2016 named after A. F. Terpugov, Katun, Russia, September 12 16, 2016. P. 382–396.
8. **Kleijnen, J.P.C.** Statistical Techniques in Simulation, Part 1, Marcel Dekker, New York. 1974.
9. **Задорожный В. Н.** Проблемы генерации случайных величин с фрактальными распределениями // В. Н. Задорожный, О. И. Кутузов // Омский научный вестник. Сер. Приборы, машиныитехнологии. 2012. № 3 (113). С. 20–24.
10. **Kleinrock, L.** Queueing Systems: V. II – Computer Applications. – New York : Wiley Interscience, 1976. 576 p.
11. **Zakharenkova T.R., Zadorozhnyi V.N.** Optimization of channel distribution over nodes in networks with fractal traffic, IEEE Conference 2016 Dynamics of Systems, Mechanisms and Machines (Omsk, 2016).
12. **Моисеев А.Н., Назаров А.А.** Бесконечно линейные системы и сети массового обслуживания. Томск: Изд-во НТЛ, 2015. 240 с.