УДК: 519.71:681.51

Целигоров Н.А., Мафура Г.М., Целигорова Е.Н.

Оценка робастной устойчивости системы регулирования температуры внутри помещения

Assessment of robust stability of room temperature control system

Аннотация.

Данная работа посвящена исследованию робастной устойчивости системы регулирования температуры внутри помещения. Анализ устойчивости проводится на основе применения графического метода. В работе показано, что при введении последовательного корректирующего устройства система регулирования с интервальными параметрами объекта управления становится устойчивой к внешним возмущениям и помехам. Полученные результаты подтверждаются численным экспериментом.

Ключевые слова: устойчивость; робастная абсолютная устойчивость; регулирование температуры; критерий Попова; неопределенности систем управления, интервальные параметры.

Abstract.

This work is devoted to study of robust stability of room temperature control system. Robust analysis is carried out using a graphical method. It is shown that with the introduction a compensator on the forward contour, the control system becomes resistant to external disturbances and interference. The obtained results are confirmed by a numerical experiment.

Keywords: stability, robust absolute stability; temperature control; Popov criterion; uncertainty management systems; interval settings.

Введение. Температурный режим помещений, зависящий от температуры наружной среды, мощности нагревателя, солнечного освещения, скорости ветра снаружи и других параметров, обеспечивается системой отопления. Система отопления состоит из следующих трех основных элементов: генератора тепла; теплопроводов; нагревательных приборов. Эти системы обычно обладают инерционность, которую можно значительно сократить внедрением современных автономных котельных, способных реагировать на изменение погоды в течение нескольких минут, что обеспечивает экономию энергоносителей [1]. Причем, цифровая система управления дает возможность более точного регулирования температуры в помещениях по сравнению с непрерывной системой, при которой инерция подогрева может быть причиной колебания температуры в помещениях около 1,5°С, вызывая ощущение теплового дискомфорта [2]. Современные системы автоматического управления функционируют в условиях различного рода неопределенностей [3], что приводит к математической модели неадекватно соответствующей исследуемому реальному объекту. Для учета сопутствующих нелинейностей, и ряда других факторов в разработанной математической модели нелинейных импульсных систем управления (НИСУ), необходимо применять специальные приемы исследования, которые учитывали бы не только структурные особенности НИСУ, но и устойчивость модели по отношению к неопределенностям (робастность).

Вопросам робастной устойчивости систем в последнее время уделяется большое внимание. Это объясняется тем, что устойчивость является основополагающим свойством систем автоматического управления. В связи с этим становится актуальной задача исследования системы регулирования температуры в помещении при наличии неопределенностей.

Математическая модель исследования робастной абсолютной устойчивости НИСУ.

Критерий абсолютной устойчивости НИСУ с монотонными характеристиками имеет вид следующего неравенства [4]

$$\mathrm{Re}\,[(1+\mathrm{q}((2\mathrm{j}\,\nu)/(1+\mathrm{j}\,\nu))\mathrm{W}(\mathrm{j}\,\nu)]+\mathrm{k}^{-1}>0\,, \quad \forall\,\nu\in[0,\infty]\,, \tag{1}$$

которое должно выполняться для всех значений псевдочастоты ν в диапазоне 0, ∞ при вещественном параметре Попова $q\geq 0$. Характеристика $\Phi(\sigma)$ нелинейного элемента (НЭ) удовлетворяет условию (рассматривается абсолютная устойчивость положения равновесия)

$$0\leq \Phi(\sigma)/(\sigma)\leq k,\ \ \Phi(0)=0\,. \tag{2}$$

Передаточная функция системы управления имеет вид

$$W(w)=\sum_{i=0}^{n_i} a_i w^{n-i} \Big/ \sum_{i=0}^{n_i} b_i w^{n-i}, \qquad (3)$$

где a_i, b_i – коэффициенты числителя и знаменателя передаточной функции.

Графическая интерпретация условия (1) заключается в представлении его в следующем виде [5]

$$U^*(\nu)+qV^*(\nu)+k^{-1}>0, \qquad (4)$$

где

$$\left.\begin{aligned} U^*(\nu) &= \operatorname{Re} W^*(j\nu) = \operatorname{Re} W(j\nu) \\ V^*(\nu) &= -\operatorname{Re}[\frac{2j\nu}{1+j\nu}W^*(j\nu)] + \operatorname{Re} W^*(j\nu) \end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

При этом, построенная кривая с использованием

$$W^*(\nu)=U^*(\nu)+jV^*(\nu), \qquad (6\ )$$

соответствующая обычной амплитудно-фазовой характеристики, называется видоизмененной амплитудно-фазовой характеристикой. Построение этой характеристики можно осуществить, используя соотношения (5, 6). После построения амплитудно-фазовой характеристики строится также прямая Попова проходящая через точку $-1/k$ на действительной оси с наклоном $1/q$.

Геометрическая трактовка критерия В.М. Попова формулируется следующим образом [6]: положение равновесия НИАС будет абсолютно устойчивым, если видоизмененная амплитудно-фазовая характеристика расположена справа от прямой Попова.

Для проверки робастной абсолютной устойчивости применяется подход, в котором использована основополагающая теорема В.Л. Харитонова [7].

Рассмотрим вещественный интервальный полином вида

$$P(x)=\sum_{i=0}^{n} a_i x^i, a_i \in [\underline{a_i}, \overline{a_i}], \underline{a_i} \le \overline{a_i} \,. \tag{7}$$

Обычно при исследовании интервальных полиномов используют сильную теорему Харитонова.

<u>Сильная теорема Харитонова</u>. Необходимым и достаточным условием семейства полиномов (7) является гурвицевость следующих четырех полиномов

$$\begin{aligned}
P_1(x) &= \underline{a_0} + \overline{a_1}x + \overline{a_2}x^2 + \underline{a_3}x^3 + \underline{a_4}x^4 + \dots \\
P_2(x) &= \underline{a_0} + \underline{a_1}x + \overline{a_2}x^2 + \overline{a_3}x^3 + \underline{a_4}x^4 + \dots \\
P_3(x) &= \overline{a_0} + \overline{a_1}x + \underline{a_2}x^2 + \underline{a_3}x^3 + \overline{a_4}x^4 + \dots \\
P_4(x) &= \overline{a_0} + \underline{a_1}x + \underline{a_2}x^2 + \overline{a_3}x^3 + \overline{a_4}x^4 + \dots
\end{aligned} \tag{8}$$

Для исследования робастной абсолютной устойчивости НИСУ необходимо получить интервальные значения коэффициентов числителя и знаменателя передаточной функции, которые затем используются в критерии (1). Это можно осуществить, используя результаты сильной теоремы В.Л. Харитонова. Для этого необходимо получить интервальные коэффициенты числителя и знаменателя передаточной функции (3). Затем из этой передаточной функции получить семейство передаточных функций

$$W_i(w)=\frac{A_{P_i}(w)}{B_{P_i}(w)}, \tag{9}$$

где $A_{P_i}(w)$ - полиномы числителя, полученные с учетом чередования верхних и нижних значений коэффициентов полиномов (8);

$B_{P_i}(w)$ - полиномы знаменателя, полученные с учетом чередования верхних и нижних значений коэффициентов полиномов (8);

i=1,2,3,4.

Построением модифицированных амплитудно-фазовых характеристик с учетом (9), можно исследовать систему на робастную абсолютную устойчивость графическим методом. При этом получаем совокупность амплитудно-фазовых характеристик на комплексной плоскости, по расположению которых относительно прямой Попова делается вывод о робастной абсолютной устойчивости исследуемой системы.

Математическая модель системы регулирования температуры обогреваемого помещения.

Передаточная функция обогреваемого помещения записывается в виде [1]

$$W(p) = \frac{\dfrac{Q}{k_{ok}F_{ok}} + t_{\text{н}}}{\text{Т}_{\text{пм}}\,p + t_{\text{вн}}}, \tag{10}$$

где Q – тепловая энергия, подводимое в помещение;

k_{ok} – коэффициент теплопередачи ограждающих конструкций;

F_{ok} – площадь ограждающих конструкций;

$\text{Т}_{\text{пм}}$ – постоянная времени обогреваемого помещения;

$t_{\text{н}}$ – температура наружной среды;

$t_{\text{вн}}$ – температура воздуха в помещении.

В свою очередь постоянную времени обогреваемого помещения можно представить в следующем виде

$$T_{\text{пм}} = \frac{G_{\text{пм}}c_{пм}}{k_{ok}F_{ok}}, \tag{11}$$

где $G_{\text{пм}}$ – масса помещения;

$c_{пм}$ – удельная теплоёмкость.

Анализ (10) и (11) показывает, что в исследуемой системе присутствуют следующие неопределенности [3]:

а) экзогенные (зависящие от температуры наружной среды);

б) эндогенные (зависящие от подводимой теплоэнергии и массы обогреваемого помещения).

В результате расчетов были получены следующие параметры обогреваемого помещения [1]

Q=2397.1 кДж при $t_{\text{н}}$=-35 ^0C;

Q=1357.7 кДж при $t_{\text{н}}$=-10 ^0C;

k_{ok} =3.72 кДж/м^2;

F_{ok} =7.5 м^2;

Т$_{пм}$ =1.2 ч.

Исследования робастной устойчивости системы регулирования температуры обогреваемого помещения.

Исходя из вышеизложенного получим передаточную функцию со следующими интервальными коэффициентами числителя и знаменателя, которая запишется в виде

$$W(p) = \frac{(48.16..50.92)}{(1..1.2)\ p + (16..18)}. \quad (12)$$

Ставится задача исследования робастной устойчивости импульсной системы с передаточной функцией непрерывной части, записанной в виде (12).

Передаточная функция ЛИЧ с интервальными коэффициентами (12) после w-преобразования имеет вид

$$W(w) = \frac{-(2.675..2.826)w + (2.675..2.826)}{(1.0002797\ ..1.0009848\ )w + (0.9990152\ ..0.9997203\ )}. \quad (13)$$

Проведем проверку робастной абсолютной устойчивости исследуемой системы графическим методом [5] при следующих значениях k=1 и q=1. На рис. 1 представлены модифицированные амплитудно-фазовые характеристики исследуемой системы.

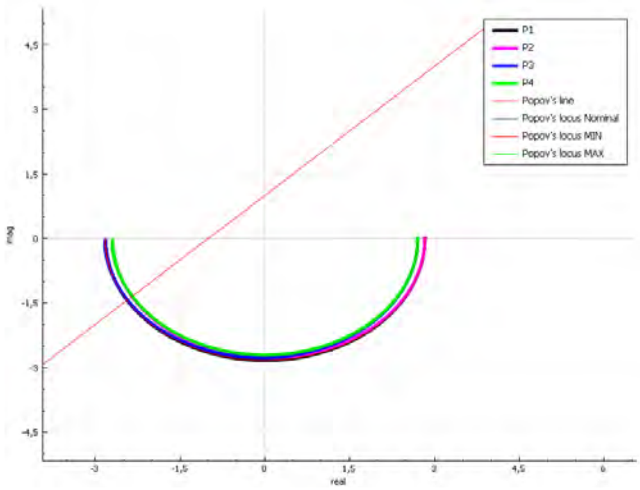

Рис. 1 - Модифицированные амплитудно-фазовые характеристики исследуемой системы.

Из приведенного рисунка видно, что исследуемая НИСУ не является робастно абсолютно устойчивой.

Проведя оценку расположения нулей и полюсов исследуемой НИСУ (3) с максимальными коэффициентами, введем в структурную схему системы последовательное корректирующее устройство с передаточной функцией

$$W(w) = \frac{0.021w + 0.001}{3.61w - 0.39}. \tag{14}$$

Проведем проверку робастной абсолютной устойчивости исследуемой системы графическим методом с учетом введенного последовательного корректирующего устройства. На рис. 2 представлены модифицированные амплитудно-фазовые характеристики исследуемой системы с введенным корректирующим устройством.

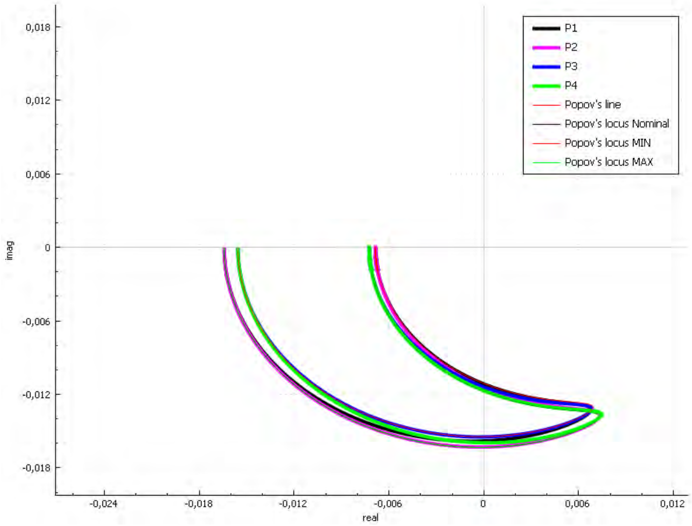

Рис. 2- Модифицированные амплитудно-фазовые характеристики исследуемой системы.

Из рис. 2 видно, что исследуемая НИСУ является робастно абсолютно устойчивой поскольку модифицированные амплитудно-фазовые характеристики ЛИЧ располагаются справа от прямой Попова (сама прямая Попова не отображена на рис. 2 из-за его масштаба).

Выводы

В статье приведены результаты применения графического метода исследования робастной устойчивости системы регулирования температуры обогреваемого помещения, позволяющие оценить влияние эндогенных и экзогенных неопределенностей на конечный результат.

Литература

1. Ханнанова В. Н. Математическая модель системы регулирования температуры внутри помещения // Вестник Казанского технологического университета._Выпуск № 18 / Том 16 / 2013 с. 309-313.
2. Теплый пол [Электронный ресурс]. URL.: https://tehnosan.by/otoplenie-vodosnabjenie-gomel/teplyi-pol-gomel.html.
3. Целигоров Н.А., Мафура Г.М., Целигорова Е.Н. Математические модели неопределенностей систем управления и методы, используемые для их исследования// «Инженерный вестник Дона», 2012, №4. – Режим доступа:

http://ivdon.ru/magazine/archive/ n4p2y2012/1277 (доступ свободный).
4. Серков В.И., Целигоров Н.А. Анализ абсолютной устойчивости многомерных НИАС на основе алгебраической модификации критериев, полученных с использованием билинейного преобразования // Изв. РАН Техническая кибернетика. 1993. №4. С. 21-28.
5. Tseligorov N.A., Mafura G.M., Maluytin S.S. The application of a graphical technique to determine the robust stability of a Nonlinear Impulsive Control System// КОМОД 2015 : труды международной конференции. 1-3 июля 2015 года. – СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2015.
6. Цыпкин Я.З., Попков Ю.С. Теория нелинейных импульсных систем. М.: Наука, 1973, с. 416.
7. Харитонов В.Л. Об асимптотической устойчивости положения равновесия семейства систем линейных дифференциальных уравнений// Дифференциальные уравнения.-1978. - №11. - С.2086-2088.

Сведения об авторах

Целигоров Николай Александрович

Донской государственный технический университет, доцент.

Рабочий адрес: 344000, Ростовская область, г. Ростов-на-Дону, пл. Страна Советов, д. 2.

Ученая степень, звание: д.т.н., доцент

Должность: профессор

Электронная почта: nzelig@rambler.ru

SPIN-код: 9241-3610

Целигорова Елена Николаевна

Донской государственный технический университет, доцент.

Рабочий адрес: 344000, Ростовская область, г. Ростов-на-Дону, пл. Страна Советов, д. 2.

Ученая степень, звание: канд. техн. наук

Должность: доцент

Электронная почта: celelena@yandex.ru

SPIN-код: 586198

Мафура Габриель Мвасару

Донской государственный технический университет, аспирант.

Рабочий адрес: 344000, Ростовская область, г. Ростов-на-Дону, пл. Страна Советов, д. 2.

Ученая степень, звание: без степени

Должность: аспирант

Электронная почта: mafurag@hotmail.com

SPIN-код: 1979-9074

Nikolay Tseligorov

Don State Technical University,

Postal address: 2, Strana Sovetov St., Rostov on Don, 344000, Russia

Elena Tseligorova

Don State Technical University,

Postal address: 2, Strana Sovetov St., Rostov on Don, 344000, Russia

Gabriel Mafura

Don State Technical University,

Postal address: 2, Strana Sovetov St., Rostov on Don, 344000, Russia