УДК 004.82

Модели системной динамики на основе нечетких реляционных когнитивных карт

Федулов А. С., Борисов В. В.

Постановка задачи: *нечеткие когнитивные карты предназначены для формализации, анализа и моделирования проблем, слабоструктурированных систем и процессов. Нечеткие реляционные карты предоставляют расширенные возможности для решения этих проблем в условиях неопределенности. Особый интерес представляет использование этих карт для анализа и моделирования системной динамики, что в условиях нечеткого задания параметров и механизма распространения влияний приводит к необходимости решения проблем увеличения неопределенности и выхода нечетких значений концептов за диапазоны базовых множеств.* ***Целью работы*** *является разработка и исследование моделей системной динамики на основе нечетких реляционных когнитивных карт, обеспечивающих сохранение полностью нечеткого представления результатов на всех этапах моделирования при недопущении постоянного возрастания неопределенности и выхода нечетких значений концептов за диапазоны базовых множеств.* ***Используемые методы****: методы теорий нечетких множеств, нечетких отношений, нечетких вычислений и нечеткого когнитивного моделирования.* ***Новизна****: предложенные модели системной динамики на основе нечетких реляционных когнитивных карт характеризуются элементами новизны за счет использования устойчивых к возрастанию неопределенности операций над нечеткими числами и отношениями, что позволяет обеспечить: полностью нечеткое представление значений концептов на всех этапах моделирования динамики; принадлежность результирующих значений и приращений концептов к семейству нечетких чисел; невыход нечетких значений концептов за их носители; естественный характер агрегирования нечетких значений концептов.* ***Результат****: использование предлагаемых моделей позволит повысить достоверность и качество анализа и моделирования проблем, слабоструктурированных систем и процессов в условиях неопределенности.* ***Практическая значимость****: представленные модели системной динамики на основе нечетких реляционных когнитивных карт предлагается использовать в качестве математического обеспечения для разработки программных средств анализа и моделирования проблем, слабоструктурированных систем и процессов.*

Ключевые слова*: нечеткая реляционная когнитивная карта, нечеткие числа и отношения, модель системной динамики, слабоструктурированные системы и процессы.*

Актуальность

Нечеткие когнитивные модели (карты) предназначены для формализации проблем, слабоструктурированных систем и процессов. Они широко используются для анализа и моделирования организационно-технических, социально-экономических и демографических процессов, интеллектуальной поддержки принятия решений, в инвестиционной и инновационной деятельности, в мультиагентных технологиях, в технологиях виртуальных миров и мультимедийных приложений [1-3].

Структура этих моделей представляется в виде нечетких ориентированных графов, вершины (концепты) которых являются системные факторы (параметры, переменные), а дуги – отношения влияния (причинно-следственные отношения) между ними. Существуют различные способы нечеткого описания концептов и отношений влияния, что приводит к разным типам нечетких когнитивных карт [4-7].

В работе [8] предложен тип нечетких реляционных когнитивных карт, предоставляющий расширенные возможности по реализации полностью нечеткого подхода при анализе и моделировании слабо структурированных систем и проблем. При этом особый интерес представляет использование этих карт для анализа и моделирования системной динамики, что в условиях нечеткого задания параметров и механизма распространения влияний приводит к необходимости решения проблем увеличения неопределенности и выхода нечетких значений концептов за диапазоны базовых множеств.

В статье решаются актуальные задачи обоснования модели и моделирования системной динамики на основе нечетких реляционных карт, направленные на решение указанных проблем.

Постановка задачи

Для постановки задачи рассмотрим формализованное описание нечеткой реляционной когнитивной карты (НРКК).

Пусть значения концептов K_i, $i=1, ..., N$ представлены соответствующими нечеткими множествами $\tilde{K}_i$, каждое из которых задано на своем универсальном множестве X_i в виде совокупности упорядоченных пар $\tilde{K}_i = \{(\mu_{\tilde{K}_i}(x_i)/x_i)\}$, где степень $\mu_{\tilde{K}_i}(x_i)$ – степень принадлежности, x_i к нечеткому множеству $\tilde{K}_i$, $\mu_{\tilde{K}_i}(x_i): X_i \to [0,1]$.

Отношения влияния между концептами K_i и K_j $i=1, ..., N$, $j=1, ..., N$, задаются нечеткими бинарными отношениями $\tilde{R}_{ij}$ между соответствующими этим концептам нечеткими множествами $\tilde{K}_i$ и $\tilde{K}_j$, $\tilde{R}_{ij}:(x_i, x_j) \to [0,1]$, $x_i \in X_i$, $x_j \in X_j$. То есть, $\tilde{R}_{ij}$ ставит в соответствие каждой паре элементов $(x_i, x_j) \in X_i \times X_j$ степень принадлежности $\mu_{\tilde{R}_{ij}}(x_i, x_j) \in [0,1]$.

Совокупность же отношений влияния между всеми концептами НРКК задается матрицей нечетких бинарных отношений (МНБО):

$$\tilde{\mathbf{M}} = \begin{Vmatrix} \tilde{R}_{11} & \tilde{R}_{12} & \dots & \tilde{R}_{1N} \\ \tilde{R}_{21} & \tilde{R}_{22} & \dots & \tilde{R}_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \tilde{R}_{N1} & \tilde{R}_{N2} & \dots & \tilde{R}_{NN} \end{Vmatrix}.$$

Причем, каждое нечеткое отношение $\tilde{R}_{ij}$ из МНБО рассматривается как нечеткое отображение нечеткого множества $\tilde{K}_i$ (значения концепта-источника K_i) на нечеткое множество $\tilde{K}_j$ (на значение концепта-приемника влияния K_j) [9].

При рассмотрении НРКК в виде модели системной динамики в ней могут быть выделены, во-первых, концепты, на которые подается внешнее воздействие, во-вторых, концепты, состояние которых оценивается в процессе моделирования модели, в-третьих, внутренние концепты. В общем случае внешние воздействия и могут применяться ко всем концептам НРКК.

Одна из основных проблем нечетких моделей динамики заключается в том, что в процессе нечетких итерационных вычислений имеется тенденция к увеличению неопределенности результатов, что затрудняет, а иногда и делает невозможным их интерпретацию. Сопутствующая проблема – выход нечетких значений концептов за пределы заданного диапазона базовых множеств.

В работе [8] предложена модель динамики НРКК, основанная на промежуточной (поэтапной) дефаззификации (приведении к четкости) значений концептов. Однако дефаззификация, позволяющая «свернуть» неопределенность в одноточечное нечеткое множество, приводит к потере информации.

Поэтому постановка задачи заключается разработке моделей динамики на основе нечетких реляционных когнитивных карт, обеспечивающих сохранение полностью нечеткого представления результатов на всех этапах моделирования системной динамики при условиях недопущения постоянного возрастания неопределенности и выхода нечетких значений концептов за диапазоны базовых множеств.

Модели системной динамики на основе когнитивных карт

Модель динамики когнитивной карты определяет механизм распространения влияний между ее концептами во времени. В практике когнитивного моделирования обычно используют синхронные модели динамики в дискретном времени, представленном в безразмерной шкале значений. Обычно используются простые модели инерционности передачи влияния между концептами, аналогичные транспортным задержкам. Задержка распространения влияния принимается одинаковой для всей когнитивной карты и определяется интервалом времени между двумя моментами дискретного времени. При непосредственном влиянии концептов друг на друга за один такт системного времени происходит передача этого влияния по дуге графа когнитивной карты – от концепта-источника к концепту-приемнику – и агрегирование отдельных влияний от концептов-источников на концепте-приемнике.

Основные разновидности динамических моделей, предложенные Ф. Робертсом в [10], для когнитивных карт могут быть интерпретированы таким образом:

$$K_j(t+1) = \sum_{i=1}^{n} w_{ij}\, K_i(t),$$

$$\Delta K_j(t+1) = \sum_{i=1}^{n} w_{ij}\, \Delta K_i(t),$$

$$\Delta K_j(t+1) = \sum_{i=1}^{n} w_{ij}\, K_i(t),$$

где w_{ij} – вес влияния концепта i-го на j-й концепт, $w_{ij} \in [-1, 1]$; n – число концептов, непосредственно влияющих на концепт j-й концепт; $K_i(t)$ и $\Delta K_i(t)$ – значение и приращение значения i-го концепта в момент времени t; $K_j(t+1)$ и $\Delta K_j(t+1)$ – значение и приращение значения j-го концепта в момент времени $(t+1)$.

Для этих моделей динамики существует проблема выхода значений концептов за границы базового множества. Эта проблема решается по-разному.

Например, в работе [4] для этого используется нелинейная функция f, ограничивающая результат в диапазоне [0, 1] или [–1, 1]:

$$\tilde{K}_j(t+1) = f\left(\sum_{i=1}^{n} w_{ij}\, \tilde{K}_i(t)\right).$$

Для диапазона значений концептов [0, 1] в качестве функции f наиболее часто используется сигмоидальная функция:

$$f(x) = \frac{1}{1+e^{-\lambda x}},\ \lambda > 0.$$

Получение результирующего нечеткого значения при этом осуществляется на основе принципа нечеткого обобщения Л. Заде.

Однако введенная таким образом в модель нелинейность усложняет анализ системной динамики и устойчивость.

В работе [5] передачу влияний между смежными концептами когнитивной карты предлагается осуществлять на основе операций s- и t-норм:

$$K_j(t+1) = \mathop{\mathrm{S}}_{i=1}^{n}\left(w_{ij}\, \mathrm{T}\, K_i(t)\right),$$

где S – s-норма; T – t-норма.

Существуют различные модели динамики нечетких когнитивных карт, в том числе, предложенные авторами данной статьи. Например, в работах [1, 8] предложена и исследована модель динамики для нечеткой реляционной когнитивной карты:

$$\tilde{K}_j(t+1) = \tilde{K}_j(t) \oplus \left(\mathop{\oplus}_{i=1}^{n}\left((\tilde{K}_i(t) - \tilde{K}_i(t-1)) \bullet \tilde{R}_{ij}\right)\right), \quad (1)$$

$\tilde{K}_j(t+1)$, $\tilde{K}_j(t)$, $\tilde{K}_i(t)$, $\tilde{K}_i(t-1)$ – нечеткие значения концептов в соответствующие моменты времени, $\tilde{R}_{ij}$ – нечеткое отношение между концептами, «$\bullet$» – операция нечеткой композиции, «$\mathop{\oplus}_{i=1}^{N}$» – операция агрегирования отдельных нечетких влияний, «–» – операция приращения нечетких значений концептов, «$\oplus$» – операция нечеткого агрегирования совокупных влияний и предыдущего значения выходного концепта.

Выражение (1) представляет собой модель динамики для описываемой НРКК дискретной системы с обратными связями. Обратные связи являются «двухуровневыми»: во-первых, значение концепта в момент времени (t+1) зависит от его же значения в момент t, что приводит к итерационным вычислениям при моделировании; во-вторых, могут иметь место обратные связи, связанные с распространением влияния по НРКК.

В данной модели динамики НРКК в качестве операции агрегирования используется промежуточная дефаззификация (приведение к четкости) и операции сложения или вычитания нечетких значений с последующим ограничением результата. В работе [8] был решен вопрос об ограниченности диапазона значений концептов НРКК, однако не решена задача сохранения их нечеткого представления на всех этапах моделирования системной динамики.

Модели системной динамики на основе нечетких реляционных когнитивных карт с использованием устойчивых к возрастанию неопределенности операций над нечеткими числами и отношениями

Пусть значения концептов и их приращения представлены в НРКК нечеткими числами на всех этапах моделирования.

Примечание. Под нечетким числом понимается нечеткое множество с выпуклой функцией принадлежности и конечным носителем.

Осуществим выбор операций над нечеткими числами и отношениями для моделей динамики НРКК с учетом следующих особенностей:

- сохранение полностью нечеткого представления значений концептов на всех этапах моделирования системной динамики;
- обеспечение принадлежности результирующих значений и приращений концептов к семейству нечетких чисел;
- обеспечение невыхода нечетких значений концептов за их носители;
- обеспечение естественного характера агрегирования.

На рис. 1 показан пример нечеткой реляционной когнитивной карты.

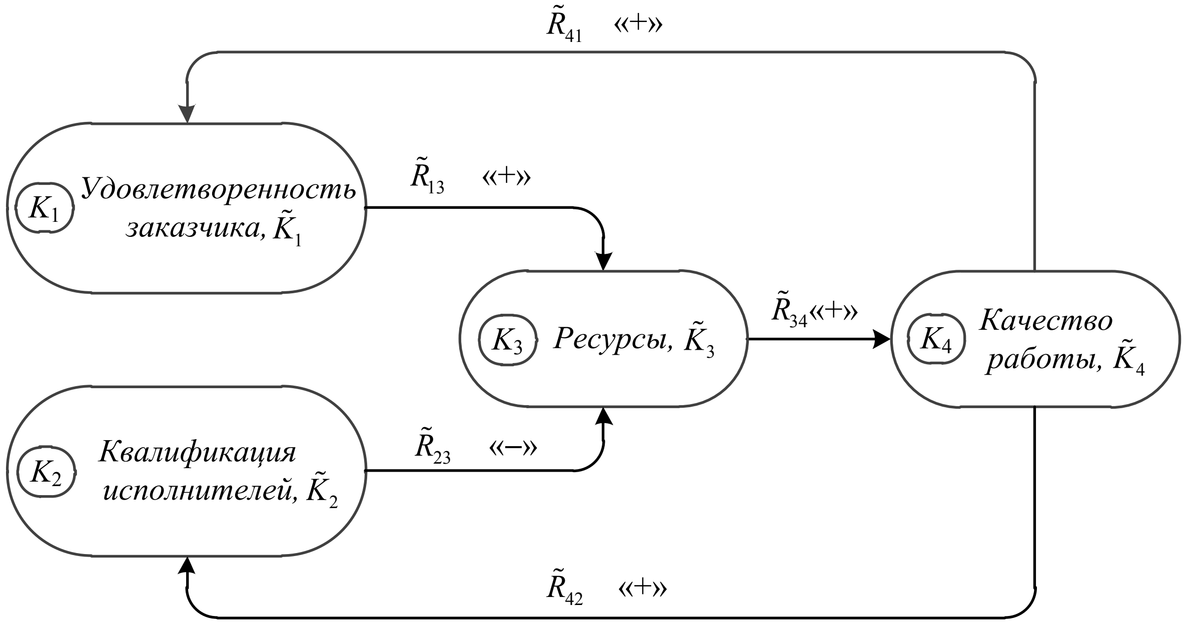

Рис. 1. Пример структуры нечеткой реляционной когнитивной карты

Для реализации моделей динамики НРКК требуется, с учетом указанных выше особенностей, обосновать, во-первых, операцию передачи влияния (нечеткого значения) от концепта-источника к концепту-приемнику, во-вторых, операцию агрегирования нечетких значений концептов.

Вопросы передачи влияния в НРКК рассмотрим на примере концептов K_3 и K_4. Для передачи влияния от концепта K_3 на концепт K_4 по соответствующей дуге используем операцию нечеткой композиции между нечетким значением $\tilde{K}_3$ концепта-источника K_3 (в виде нечеткого числа) и нечеткого отношения $\tilde{R}_{34}$. Результат композиции $\tilde{K}_4 = \tilde{K}_3 \bullet \tilde{R}_{34}$ представляет собой нечеткое множество с функцией принадлежности:

$$\mu_{\tilde{K}_4}(x_4) = \bigvee_{x_3 \in X_3} \mu_{\tilde{K}_3}(x_3) \wedge \mu_{\tilde{R}_{34}}(x_3, x_4), \quad x_3 \in X_3, x_4 \in X_4. \tag{2}$$

В случае если нечеткое отображение нечеткого числа $\tilde{K}_3$, реализуемое нечетким отношением $\tilde{R}_{34}$, является выпуклым, результатом этой операции будет также нечеткое число $\tilde{K}_4$ [11].

Примечание. Выпуклость нечеткого отображения – достаточно сильное условие. Поиск более слабых ограничений, накладываемых на нечеткие отношения, требует дополнительных исследований.

Рассмотрим теперь вопросы агрегирования нечетких значений концептов. Использование в качестве операции агрегирования нечетких влияний операций нечеткого сложения/вычитания над нечеткими числами выглядит наиболее естественным. Однако в этом случае носитель результирующего нечеткого числа, в общем случае, не ограничен. Это обуславливает необходимость проектирования специальной операции агрегирования, удовлетворяющей этому требованию.

В работе [12] предложена операция агрегирования нечетких чисел, устойчивая к возрастанию неопределенности. Рассмотрим вопросы использования этой операции агрегирования нечетких значений концептов на примере совместного воздействия концептов K_1 и K_2 на концепт K_3:

$$\tilde{K}_3 = \tilde{K}_1 \oplus \tilde{K}_2,$$

с функцией принадлежности

$$\mu_{\tilde{K}_3}(x_3) = \max\left(\mu_{\tilde{K}_1}\left(\frac{x_3 - m_{\tilde{K}_2}}{1 - x_3 \cdot m_{\tilde{K}_2}}\right), \mu_{\tilde{K}_2}\left(\frac{x_3 - m_{\tilde{K}_1}}{1 - x_3 \cdot m_{\tilde{K}_1}}\right)\right), \quad \forall x_3 \in X_3, \tag{3}$$

где $m_{\tilde{K}_1}$, $m_{\tilde{K}_2}$ – модальные значения нечетких чисел $\tilde{K}_1$ и $\tilde{K}_2$, соответственно.

В статье [13] доказано, что эта операция агрегирования нечетких чисел помимо устойчивости к возрастанию неопределенности, гарантирует ограниченность носителя результата, а также имеет характер агрегирования, качественно подобный операциям сложения/вычитания нечетких чисел.

Таким образом, использование операций (2) и (3) для моделей динамики НРКК позволяет реализовать свойство устойчивости к возрастанию неопределенности, сохраняя при этом свойство замкнутости нечетких значений концептов относительно семейства нечетких чисел.

Пример моделирования динамики на основе нечеткой реляционной когнитивной карты

На показанной на рис. 1 НРКК имеется два контура с обратной связью:

– во-первых, с положительной обратной связью

$$K_1 \xrightarrow{\tilde{R}_{13}\ \text{"+"}} K_3 \xrightarrow{\tilde{R}_{34}\ \text{"+"}} K_4 \xrightarrow{\tilde{R}_{41}\ \text{"+"}} K_1,$$

– во-вторых, с отрицательной обратной связью

$$K_2 \xrightarrow{\tilde{R}_{23}\ \text{"–"}} K_3 \xrightarrow{\tilde{R}_{34}\ \text{"+"}} K_4 \xrightarrow{\tilde{R}_{42}\ \text{"+"}} K_2,$$

В контуре с положительной обратной связью при распространении влияния (с использованием описанных в предыдущем разделе операций) для каждой из пар смежных концептов увеличение нечеткого значения концепта-источника приводит к увеличению нечеткого значения концепта-приемника. И наоборот, уменьшение нечеткого значения концепта-источника ведет к уменьшению нечеткого значения концепта-приемника.

Во втором же контуре за счет отрицательного отношения влияния $\tilde{R}_{23}$ между концептами K_2 и K_3, увеличение нечеткого значения концепта-источника приводит к уменьшению нечеткого значения концепта-приемника, и, наоборот.

Моделирование может проводиться из некоторой начальной ситуации, определяемой начальными нечеткими значениями концептов без влияния на модель извне. Этот случай соответствует саморазвитию начальной ситуации. Если же нечеткие значения отдельных входных концептов подвержены внешним изменениям (или эти концепты соотнесены с этими воздействиями), то моделируемая система является управляемой. Моделирование может закончиться либо по достижению заданного момента дискретного времени, либо по достижении некоторой устойчивой или неустойчивой ситуации.

Проиллюстрируем обеспечение декларированных свойств при реализации системной динамики на основе НРКК с использованием предложенных операций для передачи влияния между концептами и агрегирования нечетких значений концептов.

Зададим нечеткие отношения влияния между концептами K_i и K_j в аналитическом виде:

$$\tilde{R}_{ij} = \exp(-(x_j + a_{ij} x_i)^2 / \sigma^2),$$

где a_{ij} – параметр, определяющий наклон ядра нечеткого отношения $\tilde{R}_{ij}$ относительно осей базовых множеств.

Примем для всех нечетких отношений $\sigma^2 = 0,001$. Пусть $a_{13} = -0,7$, $a_{23} = 0,6$, $a_{34} = -0,4$ $a_{41} = -0,5$ $a_{42} = -0,6$ На рис. 2 представлен пример отношения $\tilde{R}_{42}$.

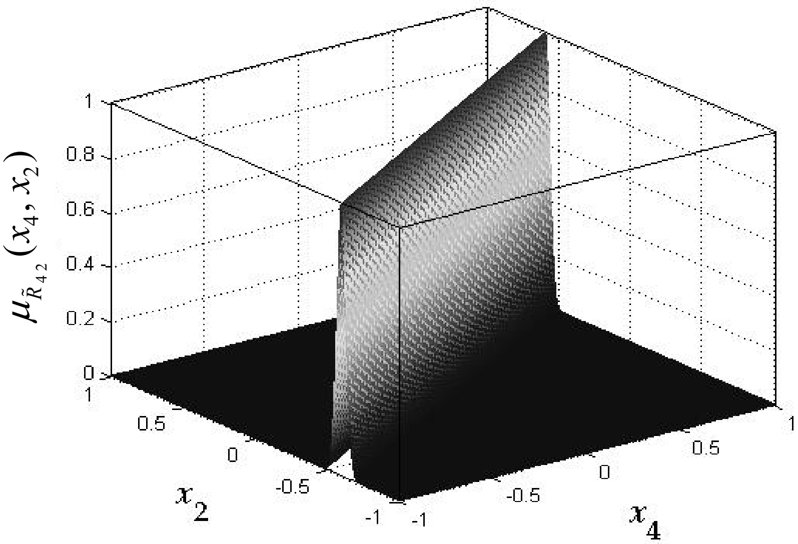

Рис. 2. Пример нечеткого отношения $\tilde{R}_{42}$ между концептами K_4 и K_2

Для иллюстрации динамического поведения НРКК рассмотрим случай импульсного входного сигнала, однократно изменяющего значения концептов в начальный момент времени.

Пусть в начальный момент времени значения концептов равны «нулю», т.е. степени принадлежности нечетких значений концептов:

$$\mu_{\tilde{K}_i}(x_i) = \begin{cases} 1, \text{ если } x_i = 0, \\ 0, \text{ иначе,} \end{cases} \quad x_i \in [-1, 1].$$

Входные воздействия зададим функциями принадлежности вида:

$$\mu_{\Delta\tilde{K}_i}(x_i) = \exp(-(x_i - b_i)^2 / \sigma^2),$$

где b_i – среднее значение, σ – параметр функции принадлежности, влияющий на «степень размытости» нечеткого числа.

Примем для всех функций принадлежности $\sigma_i^2 = 0,001$. Пусть нечеткие значения входных воздействий для соответствующих концептов НРКК на рис. 1, имеют следующий вид:

$$\mu_{\Delta\tilde{K}_1}(x_1) = \exp(-(x_1 - 0,8)^2 / 0,001), \quad \mu_{\Delta\tilde{K}_3}(x_3) = \exp(-(x_3 + 0,2)^2 / 0,001),$$

$$\mu_{\Delta\tilde{K}_2}(x_2) = \exp(-(x_2 - 0,2)^2 / 0,001), \quad \mu_{\Delta\tilde{K}_4}(x_4) = \exp(-(x_4 + 0,7)^2 / 0,001).$$

Определим нечеткие значения концептов в результате потактового моделирования на основе модели динамики (1) с использованием операций (2) и (3).

На рис. 3 показаны нечеткие значения концепта K_1, полученные на 64 эпохах имитационного моделирования.

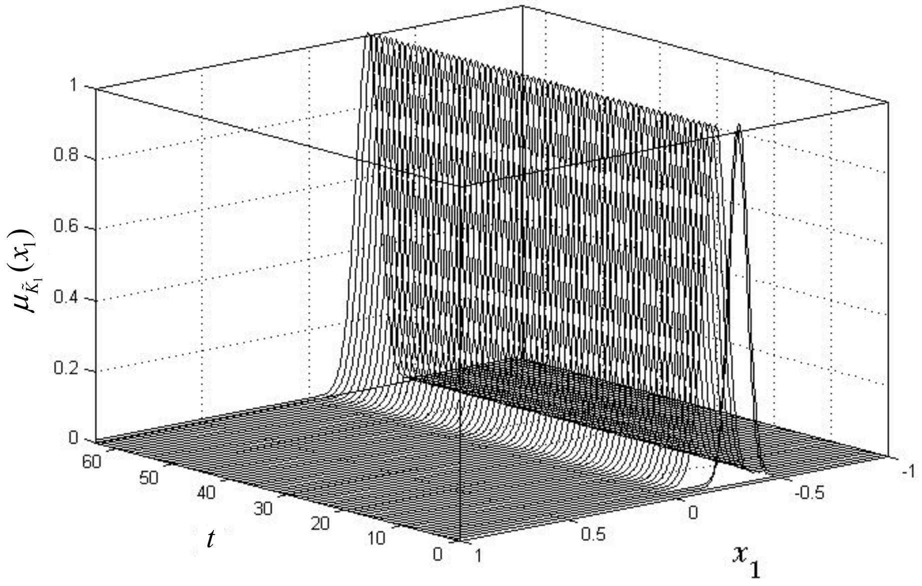

Рис. 3. Нечеткие значения концепта K_1 на 64 эпохах моделирования

Из рис. 3 видно, что происходит стабилизация (сходимость) нечетких значений концепта. Аналогичное поведение демонстрируют другие концепты.

Рассмотрим теперь моделирование с другой формой нечетких отношений между концептами. Пусть, например, нечеткое отношение $\tilde{R}_{23}$ имеет вид (см. рис. 4):

$$\tilde{R}_{ij} = \exp(-(x^3{}_j + a_{ij}x_i)^2 / \sigma^2).$$

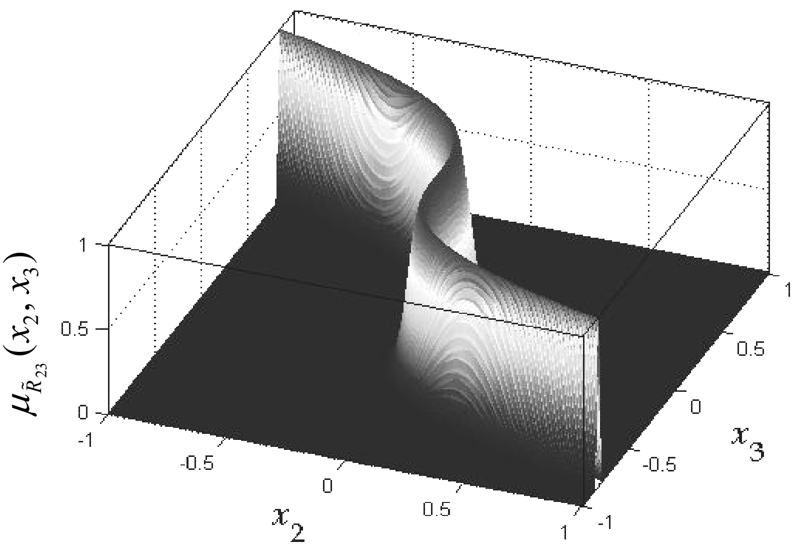

Рис. 4. Вид нечеткого отношения $\tilde{R}_{23}$

При сохранении прежних параметров по результатам 64 эпох имитационного моделирования нечеткие значения концепта K_1 примут вид, представленный на рис. 5.

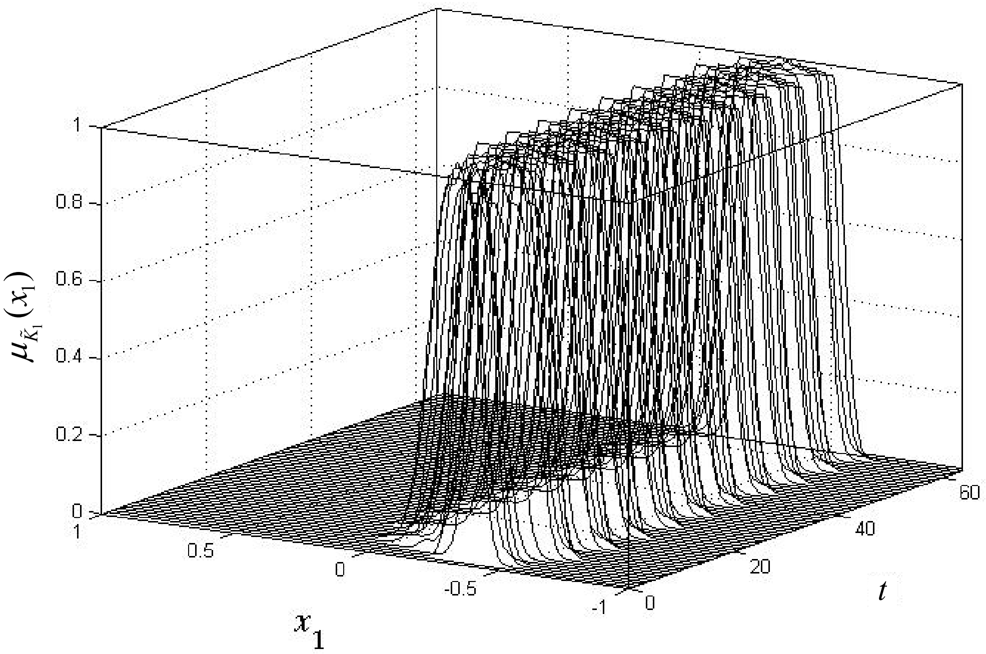

Рис. 5. Нечеткие значения концепта K_1 на 64 эпохах моделирования

Из рис. 5 видно, что в ограниченной области наблюдается колебательный процесс, поведение НРКК нестабильно.

Пусть теперь нечеткое отношение $\tilde{R}_{13}$ имеет вид, показанный на рис. 6.

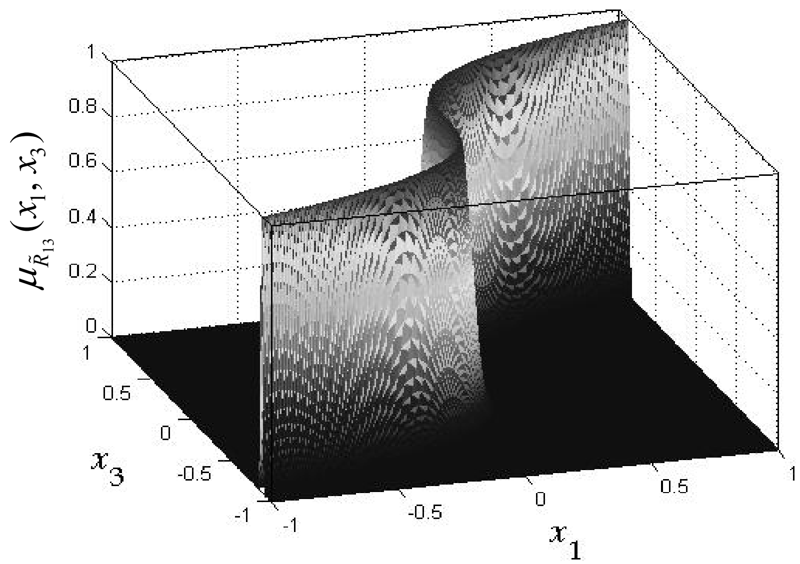

Рис. 6. Вид нечеткого отношения $\tilde{R}_{13}$

При сохранении прежних параметров по результатам 64 эпох имитационного моделирования нечеткие значения концепта K_1 примут вид, представленный на рис. 7.

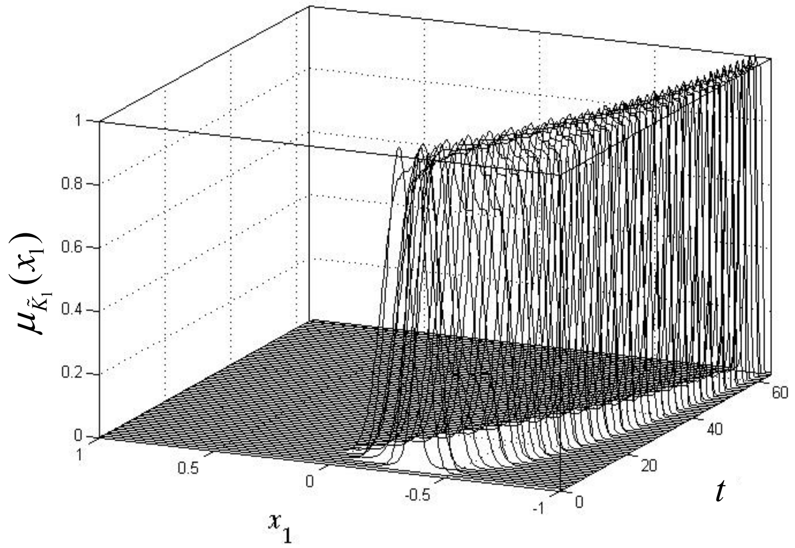

Рис. 7. Нечеткие значения концепта K_1 на 64 эпохах моделирования

Из рис. 7 видно, что нечеткие значения концепта K_1 стремятся к насыщению.

Таким образом, результаты моделирования системной динамики на основе нечетких реляционных карт с использованием предложенных операций для передачи нечеткого влияния по нечеткой реляционной когнитивной карте и агрегирования нечетких значений концептов позволили обеспечить:

– полностью нечеткое представление значений концептов на всех этапах моделирования системной динамики;
– принадлежность результирующих значений и приращений концептов к семейству нечетких чисел;
– невыход нечетких значений концептов за их носители;
– естественный характер агрегирования нечетких значений концептов.

Предложенный набор операций может быть использован для всех описанных моделей динамики на основе нечетких реляционных когнитивных карт.

Выводы

Предложены модели системной динамики на основе нечетких реляционных когнитивных карт, использующие устойчивые к возрастанию неопределенности операции над нечеткими числами и отношениями. Это позволяет в процессе моделирования системной динамики решить задачи передачи нечетких влияний по модели и агрегирования нечетких значений концептов с учетом следующих особенностей: сохранение полностью нечеткого представления значений концептов на всех этапах моделирования системной динамики; обеспечение принадлежности результирующих значений и приращений концептов к семейству нечетких чисел; обеспечение невыхода нечетких значений концептов за их носители; обеспечение естественного характера агрегирования.

Использование предлагаемых моделей системной динамики на основе нечетких реляционных когнитивных позволит повысить достоверность и качество анализа и моделирования проблем, слабоструктурированных систем и процессов в условиях неопределенности.

Представленные модели в дальнейшем предлагается использовать в качестве математического обеспечения для разработки программных средств анализа и моделирования проблем, слабоструктурированных систем и процессов.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 15-41-03259-р_центр_а.

Литература

1. Борисов В. В., Круглов В. В., Федулов А. С. Нечеткие модели и сети. 2-е изд. М.: Горячая линия–Телеком, 2012. 284 с.
2. Захарова А. С., Глызин А. А. Нечеткое когнитивное моделирование слабоформализуемых систем и процессов // Фундаментальные исследования. 2014. № 9. С. 511-515.
3. Какатунова Т. В., Палюх Б. В. Нечеткая когнитивная карта как инструмент моделирования инновационной деятельности на региональном уровне // Программные продукты и системы. 2012. № 4. С. 128-132.
4. Kosko B. Fuzzy Cognitive Maps // International Journal of Man-Machine Studies. 1986. Vol. 24. Pp. 65-75.
5. Силов В. Б. Принятие стратегических решений в нечеткой обстановке. М.: ИНПРО-РЕС, 1995. 228 с.
6. Borisov V. V., Fedulov A. S. Generalized rule-based fuzzy cognitive maps: structure and dynamics model // Lecture Notes in Computer Science. 2004. Vol. 3316. Pp. 918-922.
7. Carvalho J. P. Rule based fuzzy cognitive maps in humanities, social sciences and economics // Soft Computing in Humanities and Social Sciences. Vol. 273 of the series Studies in Fuzziness and Soft Computing. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2012. Pp. 289-300.
8. Федулов А. С. Нечеткие реляционные когнитивные карты // Известия РАН. Теория и системы управления. 2005. № 1. С. 120-133.
9. Борисов В. В., Федулов А. С., Зернов М. М. Основы теории нечетких отношений. Серия «Основы нечеткой математики». Книга 3. Учебное пособие для вузов. М.: Горячая линия–Телеком, 2014. 86 с.
10. Робертс Ф.С. Дискретные модели с приложениями к социальным, биологическим и экологическим задачам. М.: Наука, 1986. 497 с.

11. Алтунин А. Е., Семухин М. В. Модели и алгоритмы принятия решений в нечетких условиях. Тюмень: Изд-во ТГУ, 2000. 352 с.

12. Федулов А. С. Устойчивая операция аккумулирования нечетких чисел// Нейрокомпьютеры: разработка, применение. 2007. № 1. С. 37-46.

13. Федулов А. С. Использование операций композиции и объединения нечетких множеств и отношений для анализа нечетких реляционных когнитивных карт // Математическая морфология. Электронный математический и медико-биологический журнал [Эл. ресурс]. 2013. Т. 12. №. 3. URL: http://www.smolensk.ru/user/sgma/MMORPH/N-39-html/fedulov/fedulov.htm (дата доступа 10.12.2015).

References

1. Borisov V. V, Kruglov V. V., Fedulov A. S. *Fuzzy models and nets*. Moscow, Goryachaya liniya – Telekom Publ., 2012. 284 p. (in Russian).

2. Zakharova A. S., Glyzin A. A. Fuzzy cognitive modeling of poorly formalized systems and processes. *Fundamentalnyie issledovaniya*, 2014, no. 9, pp. 511-515 (in Russian).

3. Kakatunova T. V., Paluh B. V. Fuzzy cognitive map as a tool for the simulation of innovative activity at the regional level. *Programmnyie produktyi i sistemyi*, 2012, no. 4, pp. 128-132 (in Russian).

4. Kosko B. Fuzzy Cognitive Maps. *International Journal of Man-Machine Studies*, 1986, vol. 24, pp. 65-75.

5. Silov V. B. *Strategic decision making in fuzzy environment*. Moscow, INPRO-RES, 1995. 228 p. (in Russian).

6. Borisov V. V., Fedulov A. S. Generalized rule-based fuzzy cognitive maps: structure and dynamics model. *Lecture Notes in Computer Science*, 2004, vol. 3316, pp. 918-922.

7. Carvalho J. P. Rule based fuzzy cognitive maps in humanities, social sciences and economics. *Soft Computing in Humanities and Social Sciences. Vol. 273 of the series Studies in Fuzziness and Soft Computing. Springer-Verlag Berlin Heidelberg*, 2012, pp. 289-300.

8. Fedulov A. S. Fuzzy relational cognitive maps. *Izvestiya RAN. Teoriya i sistemyi upravleniya*, 2005, no. 1, pp. 120-133 (in Russian).

9. Borisov V. V., Fedulov A. S., Zernov M. M. *Fundamentals of the theory of fuzzy relations. Series “The foundations of fuzzy mathematics”*. Book 3. Moscow, Goryachaya liniya – Telekom Publ., 2014, 86 p. (in Russian).

10. Roberts F. S. Discrete mathematical models with applications to social, biological and environmental problems. *Prentice-Hall, Englewood Cliffs*, 1976. 560 p.

11. Altunin A. E., Semukhin M. V. *Models and algorithms of decision making in fuzzy environment*. Tyumen: TGU Publ., 2000, 352 p. (in Russian).

12. Fedulov A. S. Sustained operation accumulation of fuzzy numbers. *Neyrokompyuteryi: razrabotka, primenenie*, 2007, no. 1, pp. 37-46 (in Russian).

13. Fedulov A. S. Using the operations of composition and combine fuzzy sets and relations for the analysis of fuzzy relational cognitive maps. *Matematicheskaya*

morfologiya. Elektronnyiy matematicheskiy i mediko-biologicheskiy zhurnal, 2013, vol. 12, no. 3, Available at: http://www.smolensk.ru/user/sgma/MMORPH/N-39-html/fedulov/fedulov (accessed 10 December 2015) (in Russian).

Статья поступила 12 декабря 2015 г.

Информация об авторах

Федулов Александр Сергеевич – доктор технических наук, профессор. Заведующий кафедрой вычислительной техники. «Национальный исследовательский университет «Московский энергетический институт», филиал г. Смоленск. Области научных интересов: нечеткий когнитивный анализ и моделирование сложных систем и процессов; цифровая обработка сигналов; интеллектуальная поддержка принятия решений. Тел.: +7 4812 65 14 61. E-mail: fedulov_a@mail.ru

Борисов Вадим Владимирович – доктор технических наук, профессор. Профессор кафедры вычислительной техники – Национальный исследовательский университет «Московский энергетический институт», филиал г. Смоленск. Старший научный сотрудник научно-исследовательского центра – Военная академия Войсковой противовоздушной обороны Вооруженных сил Российской Федерациим им. А.М. Василевского. Области научных интересов: нечеткий и нейро-нечеткий анализ, моделирование сложных систем и процессов; интеллектуальная поддержка принятия решений; ассоциативные системы хранения и обработки информации. Тел.: +7 4812 65 14 61. E-mail: vadim.v.borisov@mail.ru.

Адрес: 214013, Россия, г. Смоленск, Энергетический проезд, д. 1.

Models of System Dynamics Based on Fuzzy Relational Cognitive Maps

A. S. Fedulov, V. V. Borisov

Purpose. *Fuzzy cognitive maps are intended for the formalization, analysis and modeling problems, semi-structured systems and processes. Fuzzy relational cognitive maps provide expanded opportunities for solving these problems under uncertainty. Of particular interest is the use of these maps for analysis and modeling of system dynamics. This leads to the need to address the challenges of increasing uncertainty and intersection of fuzzy values of their basic sets. The purpose of this work is the development and study of models of system dynamics based on fuzzy relational cognitive maps, which ensure the preservation of fully fuzzy representation of the results at all stages of modeling, while avoiding the constantly increasing uncertainty and intersection of fuzzy values of their basic sets.* ***Methods.*** *Methods of theories of fuzzy sets, fuzzy relations, fuzzy computing and fuzzy cognitive modeling.* ***Novelty.*** *The proposed models of system dynamics based on fuzzy relational cognitive maps are characterized by elements of novelty through the use of resistant to the growing uncertainty of operations on fuzzy numbers and relations. All of this provides: first, a fully fuzzy representation of the values of concepts at all stages of modeling; second, the membership values and increments of the concepts in the family of fuzzy numbers; third, intersection of fuzzy values of their basic sets; fourth, the natural aggregation of the fuzzy values of the concepts.* ***Results****. The validity of the analysis and the quality modeling of problems of semi-structured systems and processes under uncertainty will increase when using the proposed models.* ***Practical relevance****. The presented models of system dynamics based on fuzzy relational cognitive maps will be used to design software for analysis and modeling problems, semi-structured systems and processes.*

Key words: fuzzy relational cognitive map, fuzzy numbers and relations, model of system dynamics, semi-structured systems and processes.

Research is supported by the grant of the Russian Foundation for Basic Research, project No. 15-41-03259-r_centre_a.

Information about Authors

Fedulov Alexander Sergeevich – Dr. Tech. Sc., Professor. Head of the Dept of Computer Engineering. The branch of National Research University "Moscow Power Engineering Institute" in Smolensk. Fields of research: fuzzy cognitive analysis and modeling of complex systems and processes; digital signal processing; intellectual decision-making. Tel.: +7 4812 65 14 61. E-mail: fedulov_a@mail.ru.

Borisov Vadim Vladimirovich – Dr. Tech. Sc., Professor. Professor of the Dept of Computer Engineering, The branch of National Research University "Moscow Power Engineering Institute" in Smolensk. Senior researcher, Military Academy of Army Air Defence A.M. Vasilevsky. Fields of research: fuzzy and fuzzy neural models and networks, intellectual decision-making support, associative memory, associative systems of storage and processing of the information and knowledge. Tel.: +7 4812 65 14 61.
E-mail: vadim.v.borisov@mail.ru.

Address: Russia, 214013, Smolensk, Energeticheskiy proezd, 1.