
ПРИМЕНЕНИЕ МОДЕЛИРОВАНИЯ ДЛЯ АНАЛИЗА ВОЗМОЖНОСТЕЙ И ОГРАНИЧЕНИЙ МЕТОДА УВЕЛИЧЕНИЯ ОТНОШЕНИЯ СИГНАЛ/ШУМ ЗА СЧЕТ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО ВЫЧИСЛЕНИЯ АВТОКОРРЕЛЯЦИОННОЙ ФУНКЦИИ**В.М. Трояновский (Москва), С.А. Останин (Барнаул), А. А. Запевалина (Москва)****Введение**

В «Журнале радиоэлектроники» за 2012 г. опубликована [1] статья Останина С.А. «Увеличение отношения сигнал/шум методом последовательного вычисления автокорреляционной функции». Автор фактически впервые четко сформулировал и описал метод повышения отношения сигнал/шум (МПОСШ) для обнаружения слабых сигналов на фоне помех за счет многократного рекурсивного вычисления корреляционной функции. Метод привлек внимание научной общественности, появились ссылки на эту работу.

Известны основополагающие исследования отечественных ученых (здесь, в первую очередь, следует упомянуть А.Я. Хинчина, А.Н. Колмогорова, В.С. Пугачева), работавших в области анализа случайных процессов и их приложений в задачах автоматического управления. Корректное применение статистических методов к задачам радиотехники и анализу результатов научных исследований содержат также работы В.И. Тихонова, И.С. Гоноровского, Ю.Г. Сосулина, Б.Р. Левина и др. Вместе с этим, есть целый ряд замечаний, связанных с работами предшественников и иностранных специалистов 60-70-х гг., результаты которых послужили отправной точкой для многих отечественных исследователей, в том числе, для рассматриваемой задачи.

Как указывает В.С. Пугачев [2], работы наших ученых в области развития вероятностных методов теории автоматического управления не были своевременно опубликованы, и первыми работами в этой области, вышедшими в свет, были работы американских ученых.

Предварительные замечания

При использовании реальных данных, полученных при нормальном функционировании объектов исследования, возникает широкий спектр системно-связанных проблем, затрудняющих применение известных методов анализа [3, 4]. Среди них центральным узлом проблем создают стохастичность воздействий, ограниченность интервалов наблюдения и доступность единственной реализации - взамен множества, требуемого для применения классических статистических методов.

Анализ возможностей и статистических свойств тех или иных методов определяют эффективность их инженерных применений.

В методе МПОСШ важнейшую роль играет корреляционная функция. С некоторым удивлением стоит отметить некорректность указания пределов интегрирования (при вычислении оценки корреляционной функции по непрерывной реализации ограниченной длины) у уважаемых зарубежных авторов [5-7], а также в пакете LabVIEW [8]. Вместе с этим, определенные методические и статистические результаты по анализу свойств корреляционных функций получены нами и приведены в [9, 10].

Для метода МПОСШ важна стационарность центрированных сигналов на «хвосте» их автокорреляционной функции (АКФ), оценку которой будем вычислять как

$$R_{xx}(j) = \frac{1}{N - j_1} \sum_{i=1}^{N-j_1} x_i x_{i+j},$$

где $j = 0, 1, \dots, j_1$ – номера ординат корреляционной функции.

Секция 1

Для обеспечения одинаковой статистической точности [10] для всех вычисляемых ординат корреляционной функции мы будем использовать только первую половину реализации для выборки отсчетов $x(i)$, и ограничим максимальный номер для ординат корреляционной функции величиной $j_1 = N/2$.

Анализ других известных подходов выходит за рамки данной работы, поэтому отметим лишь, что для возможности применения преобразования Фурье должен быть соблюден ряд условий, о проблематичности достижения которых достаточно резко высказываются Д. Миддлтон и В.С. Пугачев. Более того, В.С. Пугачев прямо указывает: «Если в нашем распоряжении имеется только одна запись стационарной случайной функции при данных условиях опыта, то определить спектральную плотность без предварительного определения корреляционной функции вычислительным путем практически невозможно» [2, с. 564-565].

Что касается быстрого преобразования Фурье (БПФ), то важнейшее требование в части его применимости – длина реализации должна быть кратна степени двойки $N = 2^k$ - ведет к большим неудобствам и даже чревато потерей драгоценных экспериментальных данных, если они не укладываются в это «прокрустово ложе».

Выбор инструментальных средств для накопления статистики

Воспроизводимость экспериментальных результатов является важной проблемой научных исследований. Результат каждого эксперимента можно рассматривать как отдельную случайную величину, частную реализацию искомой функции и т. п.; все они – лишь частные оценки параметров исследуемого процесса. На рис.1 показано, в частности, как искажается оценка корреляционной функции для сигнала в виде «белого шума» и «окрашенного» сигнала.

Специально разработанная практическая методика и программа для накопления и статистического анализа результатов компьютерного эксперимента (см. рис. 2) описана нами в [11]. Методика использовалась, в частности, для верификации теоретические результаты анализа свойств корреляционных функций сигналов в виде «белого шума» и «окрашенного» сигнала [10].

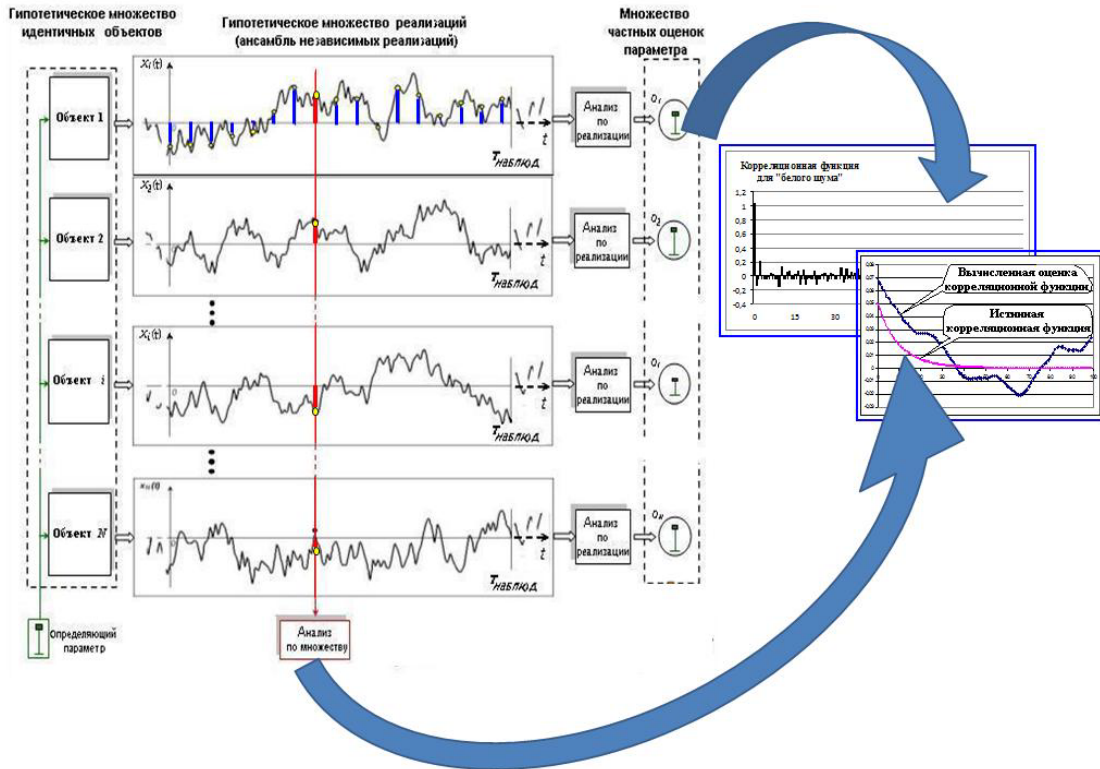


Рис.1. Вид корреляционных функций, вычисляемых по реализации ограниченной длины

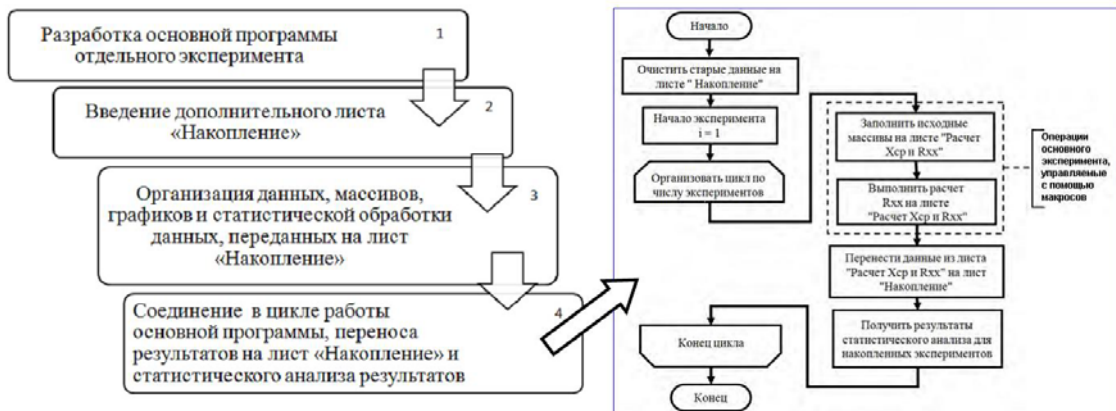


Рис.2. Стратегия накопления и статистического анализа результатов компьютерного эксперимента и ее реализация

Влияние длины реализации на устойчивость МПОСШ

Эффективность статистических методов всегда связана с объемом доступных данных. Мы повторили эксперимент [1] для сигнала $x(t)$, представляющего собой аддитивную смесь полезного периодического детерминированного сигнала $s(t)$ и шума $n(t)$, являющегося центрированным стационарным процессом

$$x(t) = s_0 \cos(\omega t) + n(t).$$

При моделировании на компьютере период полезного сигнала был выбран из условия $T=50$ отсчетов, помеха в виде нормально распределенного шума была сгенерирована по методике [4], уровень помехи выбран как $s_0 = 1,5 \cdot 10^{-4}$.

Секция 1

При длине 100 000 отсчетов удается выделить полезный сигнал практически без помех уже при пяти итерациях (рис. 3).

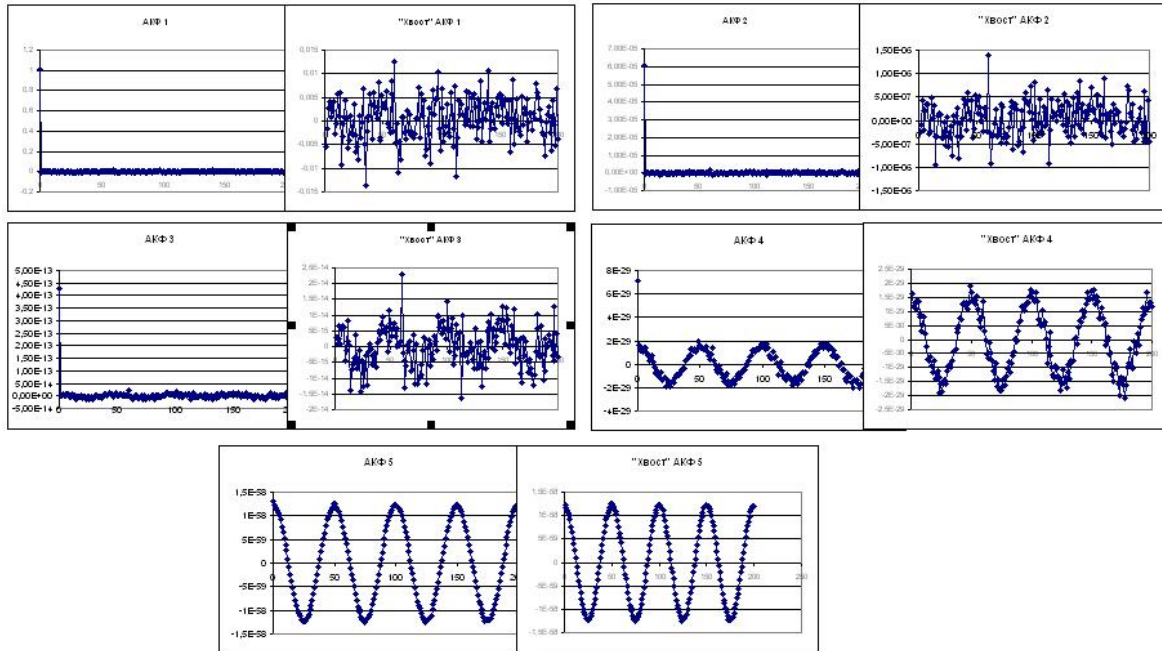


Рис. 3. Результаты выделения полезного сигнала при длине реализации $N = 100000$.

При длине 80 000 отсчетов при том же уровне помехи пятикратная процедура не приводит к желаемому эффекту, а при шестом проходе на результирующей кривой АКФ появляется паразитная дополнительная гармоника (см. рис. 4).

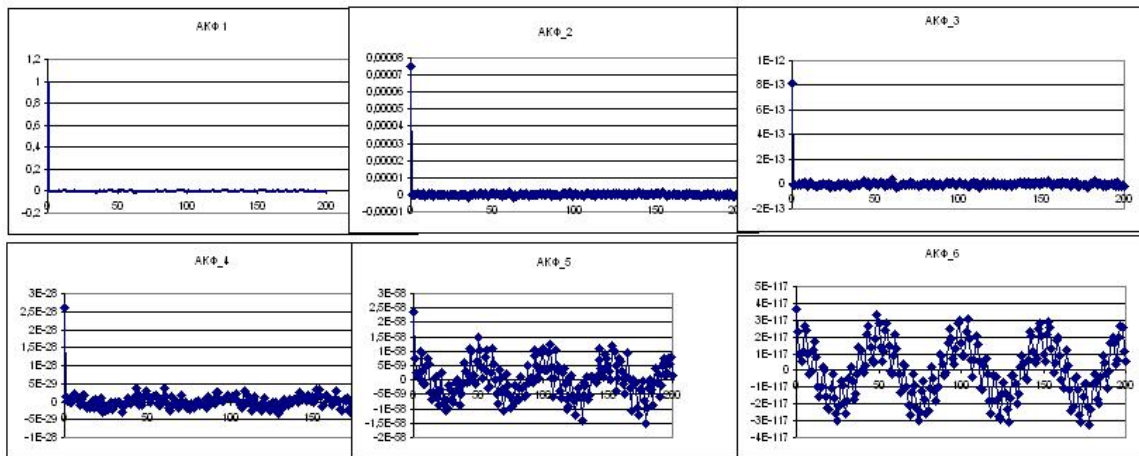


Рис. 4. Результаты выделения полезного сигнала при длине реализации $N = 80000$.

При длине 50 000 отсчетов и том же уровне помехи, пятикратная и шестикратная процедура не приводят к желаемому эффекту, а при шестом проходе вместо желаемой АКФ появляются паразитные гармоники (см. рис 5).

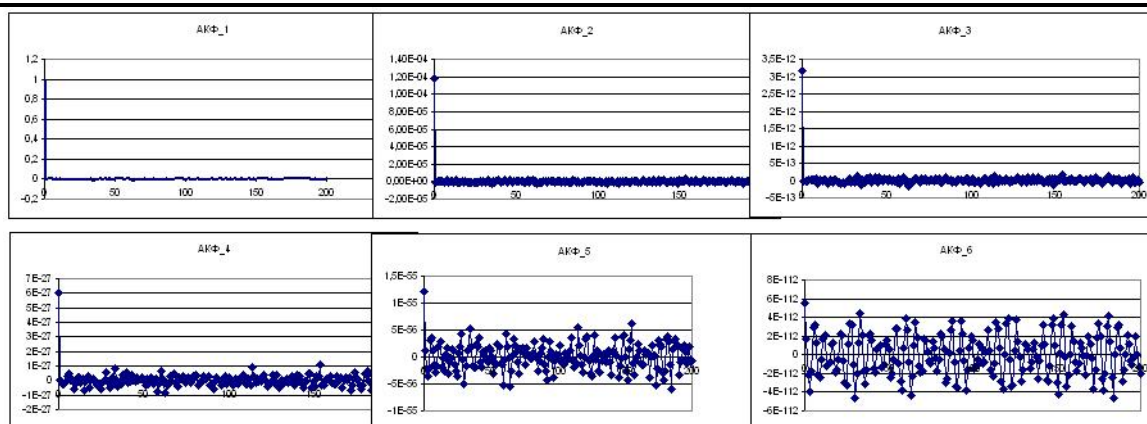


Рис. 5. Результаты выделения полезного сигнала при длине реализации $N = 50000$.

Статистические разбросы результатов работы МПОСШ

Поскольку помеха является случайным процессом, результаты работы МПОСШ также имеют статистические флуктуации. Для их выявления было проведено моделирование с использованием методики и программы [11]. Для расчетов по 8 реализациям результаты приведены на рис. 6.

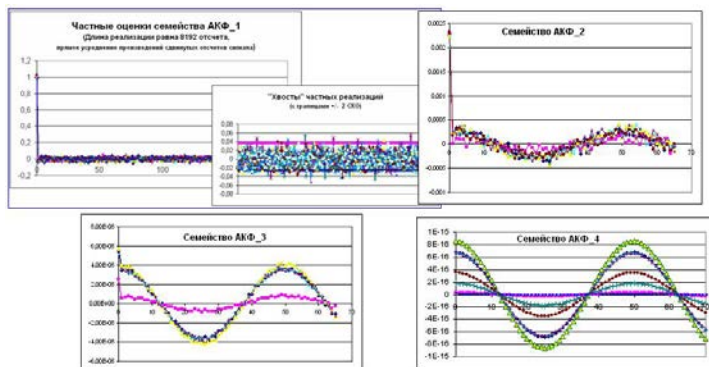


Рис. 6. Результаты расчетов АКФ и накопления результатов на четырех итерациях.

Полученные результаты свидетельствуют о весьма значительном разбросе в амплитудах выделяемого полезного сигнала, причем этот разброс существенно возрастает с увеличением числа требуемых итераций.

Выводы

1. Использование многократного рекурсивного вычисления корреляционной функции позволяет существенно повысить отношение сигнал/шум при обнаружении слабых сигналов на фоне помех.
2. Проведенные исследования показали:
 - величина итогового соотношения сигнал / шум имеет статистический разброс, и он зависит от исходного соотношения сигнал / шум и необходимого числа итераций;
 - метод имеет ограничения, связанные с соотношением исходного соотношения сигнал / шум и длиной реализации;
 - метод позволяет обнаруживать наличие периодических сигналов, скрытых в смеси с большими помехами.

Литература

1. Останин С.А. Увеличение отношения сигнал шум методом последовательного вычисления автокорреляционной функции // Журнал радиоэлектроники. – 2012. - №5.
2. Пугачев В.С. Теория случайных функций и ее применение к задачам автоматического управления. Изд. 2-ое, перераб. и допол. — М.: Физматлит, 1960. — 883 с.
3. Bakhtadze N.N., Lototsky V.A. The identification technique with associative search based learning / Proceedings of the IX International Conference "System Identification and Control Problems" SICPRO '12. Moscow, 2012. – P.16-27.
4. Трояновский В.М. Информационно-управляющие системы и прикладная теория случайных процессов: Учебное пособие. – М.: Гелиос АРВ, 2004. – 304 с.
5. Макс Ж. Методы и техника обработки сигналов при физических измерениях. – М.: Мир, 1983 – Т.1,2.
6. Бендат Дж., Пирсол А. Измерение и анализ случайных процессов //Перевод с англ. - М.: Мир – 1974г. – 464с.
7. Айфичер Э.С., Джервис Б.У. Цифровая обработка сигналов: практический подход. 2-е изд. - М.: Вильямс, 2008. - 992 с.
8. Блюм П. LabVIEW: стиль программирования - М.: ДМК Пресс, 2007.- 400с.
9. Трояновский В.М. Анализ стационарности и эргодичности в дискретно-непрерывных стохастических системах как методическая основа построения процедур идентификации / Труды VIII международной конференции «Идентификация систем и задачи управления» (SICPRO `09). М.:ИПУ РАН, ISBN 978-5-91450-024-2, 2009.
10. Aung Phyo Winn, Serdyuk O.A., Troyanovskiy V.M. Transformation of the structure and parameters of a shaping filter into confidence intervals for correlation function estimate // Preprints of the 2013 IFAC Conference on Manufacturing Modelling, Management, and Control, Saint Petersburg, Russia, June 19-21, 2013 - P.P. 1860-1865.
11. Ян Лин Аунг, Тин Чжо, Aung Phyo Winn, Трояновский В.М. Методика и программа для накопления и статистического анализа результатов компьютерного эксперимента. Компьютерные исследования и моделирование 2013, т. 5, № 4, с. 589-595.