НЕЧЕТКОЕ МОДЕЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ

М. В. Бураков, М.С. Брунов (Санкт-Петербург)

Введение

Термин «модельное нечеткое управление (*Model-Based Fuzzy Control*)» используется, чтобы подчеркнуть отличие подобных систем от нечетких систем, опирающихся на эвристические знания о процессе управления. Основа этого направления была заложена работой [1], в которой было предложено правые части нечетких правил описывать как линейные функции входных переменных. Иначе говоря, рассматривается множество линейных моделей, каждая из которых соответствует нечеткой локальной области фазового пространства объекта. Положение этих локальных нечетких областей априори задано, так что можно вычислять соответствие текущего положения объекта различным областям, изменяя «вес» выхода соответствующих моделей. Общий выходной сигнал модели оказывается «смесью» выходных сигналов локальных моделей. Располагая множеством линейных моделей, можно синтезировать регулятор для каждой модели, а затем рассмотреть нелинейный закон управления, в котором выходные сигналы локальных регуляторов «смешиваются» аналогично выходам линейных моделей.

Такой подход дает возможность использования методов синтеза линейных систем при управлении нелинейными объектами ([2] и другие). Разработка системы управления включает в себя три этапа: разбиение нечеткого фазового пространства объекта, идентификация локальных моделей, синтез локальных регуляторов. В настоящей работе рассмотрены некоторые аспекты этой проблемы и вынесены рекомендации, подтвержденные результатами моделирования.

Описание дискретной *TS* -модели. Рассмотрим общее описание динамического объекта в виде:

$$\dot{X}(t) = f(X(t), U(t)), \quad X(t=0) = X_0.$$

Где f – неизвестная нелинейная функция; $X \in R^{\mathrm{n}}$ – вектор состояния системы; $U \in R^{\mathrm{m}}$ – вектор входа системы; X_0 – начальные условия.

Поведение системы задано конечным набором данных. Требуется построить такое описание системы f, которое наиболее соответствует этому набору.

Будем считать, что полная нелинейная модель может быть представлена в виде конечного набора линеаризованных моделей, каждая из которых соответствует i-й точке пространства состояния:

$$\dot{X}_i(t) = f_i(X(t), U(t)) = A_i X + B_i U,$$

$$A_i = \frac{\partial f_i(X_i, U_i)}{\partial X_i}, \qquad B_i = \frac{\partial f_i(X_i, U_i)}{\partial U_i}.$$

где A и B – матрицы динамики и входа линейной системы.

Дискретная нечеткая T-S модель предполагает разбиение пространства состояний системы на N областей, так что в каждой i–й области используется нечеткое продукционное правило вида:

$$R^i: \quad \text{Если} \quad (x_1 = T_1^i)\,\&\,(x_2 = T_2^i)\,\&\ldots\&\,(x_n = T_n^i),$$

$$\text{то} \quad \begin{cases} X(k+1) = A_i X(k) + B_i U(k), \\ Y_i(k) = \mathrm{C_i} X(k), \end{cases}$$

где i – номер правила, $X \in R^n$ – вектор состояния системы, x_i – его отдельные компоненты,

A_i – матрица динамики системы для i-го подпространства, T_i – нечеткое множество (терм), описывающее ограничения на соответствующую компоненту состояния.

Выход нечеткой системы из N правил в каждый момент времени рассчитывается по формуле:

$$Y(k) = \frac{\sum_{i=1}^{N} w_i(X(k))Y_i(k)}{\sum_{i=1}^{N} w_i(X(k))} = \sum_{i=1}^{N} \alpha_i Y_i(k),$$

$$w_i(X(k)) = \prod_{j=1}^{n} \mu_{ij}(x_j(k)), \quad \alpha_i = \frac{w_i(X(k))}{\sum_{i=1}^{N} w_i(X(k))},$$

где α_i – вес выхода i-й модели, $\mu_{ij}(x_j)$ – степень принадлежности j-й компоненты вектора состояния соответствующему терму i-го правила.

После решения задачи параметрической идентификации для каждой локальной области методом модального управления рассчитывается свой регулятор, вырабатывающий сигнал:

$$U_i(k) = -K_i X(k)$$

где K_i – вектор коэффициентов обратной связи по состоянию.

Проблемы структурной идентификации. Рассмотрим задачу идентификации системы, заданной последовательностью координат, соответствующих нелинейной системе:

$$\begin{cases} x_1(k) = F_1(x_1(k-1), x_2(k-1)); \\ x_2(k) = F_2(x_1(k-1), x_2(k-1)). \end{cases}$$

где F_1 и F_2 – неизвестные нелинейные функции.

В начале исследования было использовано регулярное разбиение фазовой плоскости, так что каждая координата системы описывалась с помощью множества, состоящего из трех термов. Использовались гауссовы функции принадлежности. Подобный подход использован, например, в [3]. Таким образом, в нечеткой модели было 9 правил, каждое из которых содержало неизвестные матрицы, подлежащие определению с помощью МНК.

В результате параметрической идентификации была получена нечеткая модель, которая достаточно хорошо описывала процесс при небольших отклонениях от начальных условий. Однако, как показало дальнейшее моделирование, при несколько больших изменениях начальных условий модель оказывалась совершенно неадекватной объекту. Соответственно, на ее основании невозможно было построить работоспособный регулятор. Поэтому, использованный подход к структурной идентификации, основанный на регулярном разбиении пространства состояний на нечеткие подобласти едва ли можно рекомендовать для применения на практике.

Алгоритм структурной идентификации. В ходе дальнейших исследований был разработан алгоритм структурной идентификации, основанный на сравнении процесса с линейной аппроксимирующей функцией *L*, которая строится независимо по каждой из координат:

$$\begin{cases} \tilde{x}_1(k) = L_1(x_1(k-1), x_2(k-1)); \\ \tilde{x}_2(k) = L_2(x_1(k-1), x_2(k-1)). \end{cases}$$

При сохранении адекватности линейной модели процессу будут выполняться условия:

$$\begin{cases} \tilde{x}_1(k) \approx x_1(k); \\ \tilde{x}_2(k) \approx x_2(k). \end{cases}$$

Может быть введен порог ошибки ε, превышение которого означает конец линейного участка:

$$\left|\ x_i(k) - \tilde{x}_i(k)\ \right| < \varepsilon \qquad (1)$$

Центры термов, описывающих локальную область фазового пространства при структурной идентификации, должны располагаться примерно в центре линейного участка траектории. Количество линейных участков (и термов) заранее неизвестно, оно увеличивается на единицу, как только условие (1) перестает выполняться для текущего линейного участка.

В результате моделирования одного из объектов с подобной структурой, рассмотренный алгоритм дал оценку N = 3, что соответствует количеству линейных участков траектории системы. Соответственно, нечеткая модель должна содержать всего три правила.

После определения центров термов возникла задача определения ширины гауссовых функций, соответствующих каждому терму. Для решения этой задачи был использован генетический алгоритм ([4].

Выводы

Основная проблема при использовании нечетких моделей *Takagi-Sugeno* заключается в определении количества функций принадлежности, разделяющих входное пространство, или количества правил.

Предложенный алгоритм для структурной идентификации, основанный на сравнении процесса с линейной аппроксимирующей функцией, позволяет создавать нечеткие модели, обеспечивающие хорошее качество решения задачи идентификации нелинейной системы и управления ею.

Рассмотренный подход может быть полезен при разработке систем управления широким классом нелинейных динамических объектов.

Литература

1. *Takagi T., Sugeno M.* Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control // IEEE Trans. Systems Man Cybernet. 1985. Vol.15. № 116. pp. 116–132.
2. *Buckley J.J.* Sugeno-type controller are universal controllers // Fuzzy Sets and Sys-

tems. 1993. № 53. pp. 299–303.
3. *Eksin I., Erol O.K.* A Fuzzy Identification Method for Nonlinear Systems // Turkey Journal of Electrical Engineering. 2000. vol. 8. № 2, pp. 125 -135.
4. *Бураков М.В.* Генетический алгоритм: теория и практика // СПб.: ГУАП. 2008. 164с.