

## ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ФОРМОЙ ПЛАЗМЫ В ТОКАМАКЕ МЕТОДОМ ВЫРАВНИВАНИЯ ПОЛОИДАЛЬНЫХ МАГНИТНЫХ ПОТОКОВ НА СЕПАРАТРИСЕ

Прохоров А. А., Митришкин Ю.В. (Москва)

### Введение

Для управления положением и током плазмы токамака используются системы, основанные на линейных моделях, которые получаются посредством линеаризации плазмо-физических кодов. Но для управления формой плазмы в реальном времени необходимы алгоритмы восстановления равновесия. На их основе можно было бы получить линейные модели плазмы, синтезировать по ним регуляторы и применить их в контуре обратной связи совместно с алгоритмом восстановления равновесия, который также выдает смещение границы плазмы относительно заданного положения равновесия в пространстве.

Как первый шаг на этом пути для действующего токамака Глобус-М в [1] предложена разработка системы управления полоидальным магнитным потоком без плазмы внутри вакуумной камеры.

В данной работе приведены результаты разработки алгоритма восстановления равновесия методом подвижных филаментов, а также результаты включения данного алгоритма в контур обратной связи, который функционирует по методу управления полоидальными потоками для формирования требуемой границы плазмы. Синтез регуляторов проводился методом  $H_\infty$  оптимизации, а работоспособность системы управления проверялась в среде имитационного моделирования MATLAB/Simulink.

### Восстановление равновесия плазмы методом подвижных филаментов

Для описания физических процессов в токамаке обычно используется цилиндрическая система координат  $(r, \varphi, z)$  в предположении, что любая физическая величина не зависит от угла  $\varphi$  при аксиальной симметрии токамака. Для описания электромагнитных явлений в камере токамака вводится функция полоидального потока как полоидального потока на один радиан, проходящего через круг, на границе которого лежит точка P:  $\psi(P) = \frac{1}{2\pi} \int_{S(P)} \vec{B} d\vec{S}$ .

Основной идеей метода филаментов (англ. filament – нить, волосок, волокно) является аппроксимация распределенного тока плазмы суммой токов от точечных источников (бесконечно тонких кольцевых витков, лежащих в горизонтальной плоскости) [2]:

$$J_\varphi(\mathbf{r}) = \sum_{m=1}^M I_m \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_m),$$

где  $J_\varphi(\mathbf{r})$  – тороидальная плотность тока плазмы,  $\mathbf{r}$  – радиус-вектор на плоскости  $(r, z)$ ,  $I_m$  – ток в  $m$ -ом филаменте,  $\mathbf{r}_m$  – координата  $m$ -го филамента,  $M$  – число филаментов,  $\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_m)$  – дельта-функция.

В результате такой замены распределение полоидального потока от плазмы на плоскости  $(r, z)$ , может быть найдено как сумма распределений полоидального потока от точечных источников:

$$\Psi_{pl}(\mathbf{r}) = \sum_{m=1}^M I_m G(\mathbf{r}_m, \mathbf{r}),$$

где  $\Psi_{pl}(\mathbf{r})$  – распределение полоидального потока от плазмы,  $I_m$  – ток в  $m$ -ом филаменте,  $G(\mathbf{r}_m, \mathbf{r})$  – функция Грина [3], явный вид которой имеет вид:

$$G(\mathbf{r}_m, \mathbf{r}) = \mu_0 \sqrt{r_m r} \left[ (1 - k^2/2)K(k^2) - E(k^2) \right] / \pi k,$$

где  $\mu_0$  – магнитная постоянная,  $K$ ,  $E$  – эллиптические интегралы первого и второго рода,  $k^2 = 4r_m r / ((r_m + r)^2 + (z_m - z)^2)$ .

Аналогично выписываются распределения полоидального потока, создаваемые катушками управления и пассивными структурами – элементами вакуумной камеры:

$$\Psi_{coils}(\mathbf{r}) = \sum_{l=1}^L I_l G(\mathbf{r}_l, \mathbf{r}), \quad \Psi_w(\mathbf{r}) = \sum_{v=1}^V I_v G(\mathbf{r}_v, \mathbf{r}),$$

где  $I_l$ ,  $I_v$  – токи в катушках и элементах камеры,  $L$  – число катушек,  $V$  – число элементов вакуумной камеры.

В итоге суммарное распределение полоидального потока на плоскости  $(r, z)$  включает в себя три суммы:

$$\Psi(\mathbf{r}) = \sum_{m=1}^M I_m G(\mathbf{r}_m, \mathbf{r}) + \sum_{l=1}^L I_l G(\mathbf{r}_l, \mathbf{r}) + \sum_{v=1}^V I_v G(\mathbf{r}_v, \mathbf{r}).$$

Метод филаментов подразумевает определение расположений филаментов и токов, протекающих в них, таким образом, чтобы норма отклонения созданного филаментами магнитного сигнала (магнитная индукция или магнитный поток) и значения тока в филаментах от измеренных величин была минимальной.

На действующей установке Глобус-М во время сценария измеряются значения магнитного потока в 21-й точке расположения магнитных петель, закрепленных по периметру вакуумной камеры. Также во время плазменного разряда определяются ток плазмы и ток плазмы в сумме с током по вакуумной камере с помощью поясов Роговского.

Исходя из перечисленных данных, составляется функционал:

$$F = \sum_{i=1}^N c_i [\Psi(\mathbf{r}_i) - \Psi_i]^2 + p_1 \left( \sum_{m=1}^M I_m - I_{pl} \right)^2 + p_2 \left( \sum_{m=1}^M I_m + \sum_{v=1}^V I_v - I_{pl+vw} \right)^2 \rightarrow \min_{\delta I_m, \delta I_v, \delta \mathbf{r}_m}, \quad (1)$$

который необходимо минимизировать по значениям координат филаментов, токов, протекающих в них, а также токов в элементах вакуумной камеры, т.к. при произвольном разбиении камеры на кольцевые элементы, токи, протекающие в этих элементах, неизвестны. В функционале  $F$  величины  $c_i$ ,  $p_1$ ,  $p_2$  – нормирующие коэффициенты,  $N=21$  – число магнитных петель,  $\Psi_i$  – измеренное значение потока  $i$ -ой магнитной петлей,  $I_{pl}$ ,  $I_{pl+vw}$  – измеренные значения тока плазмы и тока плазмы в сумме с током по вакуумной камере. Все измеряемые величины зависят от времени и в эксперименте регистрируются с некоторым дискретным шагом, поэтому равновесие плазмы восстанавливается для какого-то выбранного момента времени, т.к. для каждого момента времени будет иметься свое восстановленное равновесие.

Для упрощения процедуры минимизации токи и функция Грина линейризуются:

$$I_m = I_m^0 + \delta I_m, \quad I_v = I_v^0 + \delta I_v, \quad G(\mathbf{r}_m, \mathbf{r}) = G(\mathbf{r}_m^0, \mathbf{r}) + \left. \frac{\partial G(\mathbf{r}_m, \mathbf{r})}{\partial \mathbf{r}_m} \right|_{\mathbf{r}_m^0} \delta \mathbf{r}_m, \quad (2)$$

где  $I_m^0$ ,  $I_v^0$  – начальные значения токов в филаментах и элементах камеры, определяемые как соответствующий полный ток, делённый на количество элементов,  $\mathbf{r}_m^0$  – начальные положения филаментов. Минимизация функционала теперь проводится по отклонениям токов  $\delta I_m$  и  $\delta I_v$  и отклонениям координат  $\delta \mathbf{r}_m$ .

При использовании (2) формулу (1) при отбрасывании величин второго порядка малости можно привести к виду:

$$F = \|kx - p\|^2 \rightarrow \min_x,$$

где  $x = (\delta I_m, \delta I_v, \delta r_m)^T$ ,  $k \in \mathbb{R}^{(N+2) \times (3M+L)}$ ,  $p \in \mathbb{R}^{(N+2)}$ .

Нормальное псевдорешение системы  $kx=p$  находится посредством сингулярного разложения. Результат решения системы представлен на рис. 1. Корректность восстановления равновесия была подтверждена на плазмо-физическом коде DINA (разработка ГНЦ РФ ТРИНИТИ) [4]. На рис. 2 представлено сравнение границ плазмы, полученных с помощью метода филаментов и с помощью кода DINA.

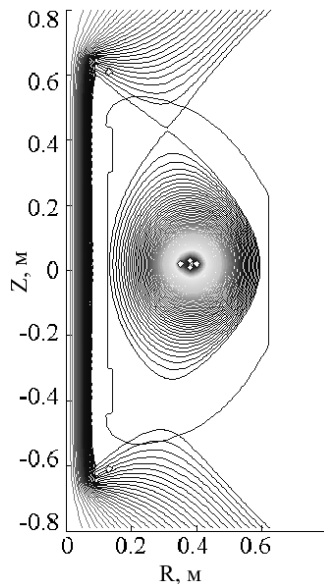


Рис. 1. Граница плазмы для разряда №31648 ( $t=0,19$ )

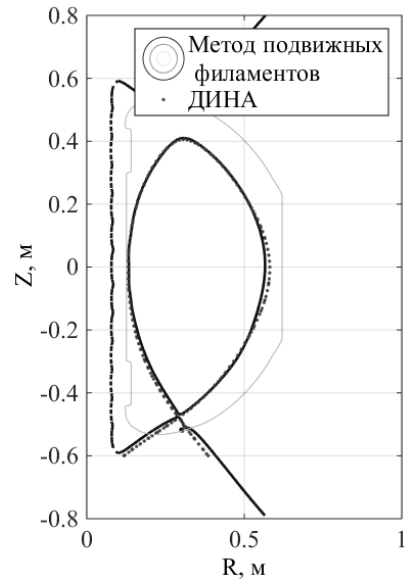


Рис. 2. Сравнение сепаратрис, полученных методом филаментов и кодом DINA на модельном разряде

### Система управления полоидальным магнитным потоком на сепаратрисе плазмы

По аналогии с методикой получения линейных моделей [5] были получены линейные динамические модели с учетом плазмы и вакуумной камеры следующего вида:

$$\dot{x} = Ax + Bu, y = Cx,$$

где  $A \in \mathbb{R}^{(L+V) \times (L+V)}$ ,  $L, V$  – число катушек и элементов вакуумной камеры,  $B \in \mathbb{R}^{(L+V) \times L}$ ,  $x \in \mathbb{R}^{(L+V) \times 1}$  – вектор-столбец, состоящий из приращений токов в катушках и элементах камеры,  $u \in \mathbb{R}^{L \times 1}$  – вектор-столбец, состоящий из приращений напряжений в управляющих катушках. Вектор выхода  $y \in \mathbb{R}^{(2+1+L+21) \times 1}$  включает в себя сдвиги плазмы по вертикали и горизонтали, приращение полного тока плазмы и приращения тока в  $L$  управляющих катушках, а также 21 значение приращений полоидального тока в местах расположения магнитных петель. В соответствии с этим, матрица  $C$  имеет размерность  $(2+1+L+21) \times (L+V)$ .

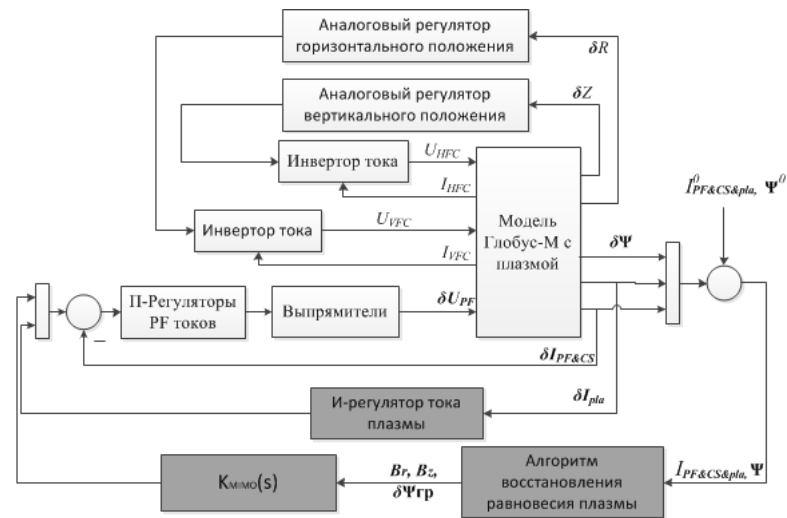


Рис. 3. Блок-схема системы управления полоидальными потоками для диверторной фазы разряда

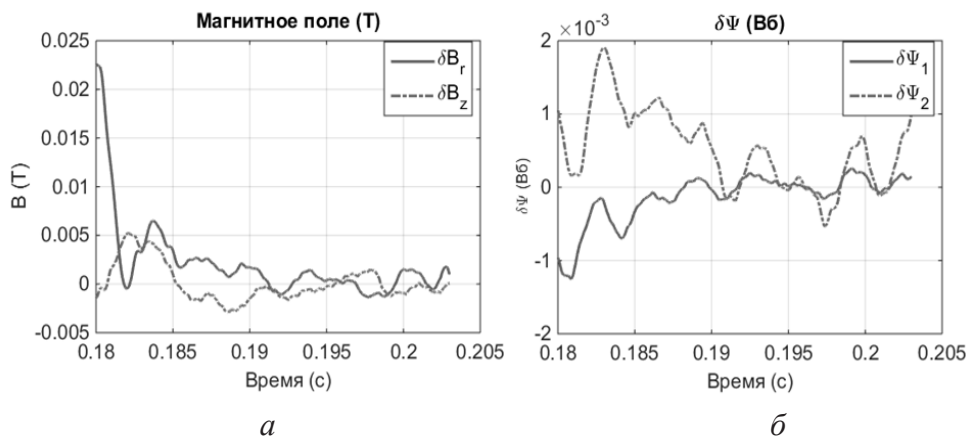


Рис. 4. Результат работы системы управления: а – отклонение компонент магнитного поля в X точке от нуля; б – разность полоидального потока в X-точке от полоидального потока в точках желаемого расположения границы плазмы.

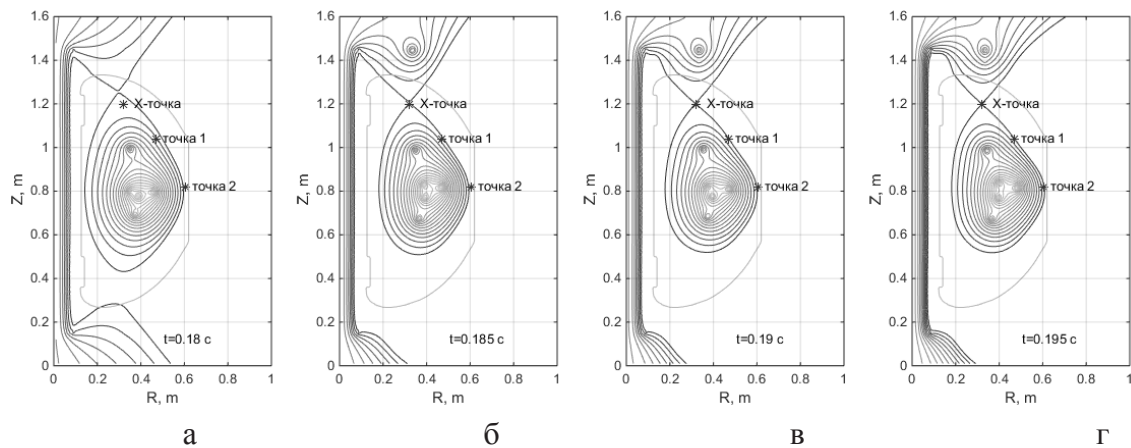


Рис. 5. Эволюция границы плазмы: а – 0.18 с; б – 0.185 с; в – 0.19 с; г – 0.195 с и желаемое расположение границы плазмы

На действующей установке Глобус-М уже имеется разработанная и внедренная система стабилизации положения плазмы токамака Глобус-М. Для целей управления положением плазмы зарезервированы катушки HFC (Horizontal Field Coils), VFC (Vertical Field Coils). Разрабатываемые блоки выделены на рис. 3 серым цветом. В первую очередь это И-регулятор тока плазмы, который необходим для поддержания тока плазмы на определенном уровне во время квазистационарной стадии разряда в токамаке. Данный регулятор получает измеряемые данные о токе плазмы и через отрицательную обратную связь подключается к каскаду многофазного тиристорного выпрямителя напряжения катушки CS (Central Solenoid), так как именно эта катушка фактически управляет током плазмы по трансформаторному принципу.

Для управления формой плазмы предлагается следующий алгоритм. По выходным данным с линейной модели (значения полоидального потока в 21-ой точке расположения магнитных петель, ток плазмы, ток по вакуумной камере, ток в катушках) алгоритм восстановления рассчитывает  $r$ -,  $z$ -компоненты магнитного поля в месте желаемого расположения X-точки, а также разность в полоидальном потоке между X-точкой и точками желаемого расположения границы плазмы. Задачей многомерного регулятора  $K_{\text{ММО}}(s)$  является сведение данных величин к нулю, поскольку известно, что магнитное поле в X-точке для любого разряда равно нулю, а граница плазмы определяется линией равного уровня полоидального потока. Данный регулятор синтезирован методом  $H_{\infty}$  оптимизации (loop shaping) [6], и обеспечивает запас робастной устойчивости  $\varepsilon=0.485$ . Результат моделирования приведен на рис. 4, 5.

### Выводы

Впервые для токамака Глобус-М (Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе, г. С-Петербург) выполнено моделирование системы управления формой и током плазмы с включённым в обратную связь алгоритмом восстановления равновесия плазмы. Следует отметить, что разработанный алгоритм восстановления равновесия методом подвижных филаментов показал достаточно хорошее совпадение с плазмо-физическим кодом DINA. Данная система управления демонстрирует работоспособность принципа «isoflux control» [7] для токамака Глобус-М, при котором граница плазмы управляется при помощи манипулирования магнитными сигналами (потоками и полями) на сепаратрисе плазмы.

### Литература

1. Прохоров А.А., Митришкин Ю.В., Патров М.И., Гусев В.К. Каскадная многомерная система управления полоидальными магнитными потоками в токамаке, Проблемы управления, № 2, 2014, с. 56 – 65.
2. Зотов И., Персиянов И., Сычугов Д. Контроль границы плазмы в токамаке в режиме реального времени // Вопросы атомной науки и техники серия Термоядерный синтез. — 2004. — № 4. — С. 44–54.
3. M. Ariola, A. Pironti, Magnetic Control of Tokamak Plasmas, Springer, 2008.
4. Y.V. Mitrishkin, P.S. Korenev, N.M. Kartsev, M.I., and Patrov. “Plasma shape control with a linear model for Globus-M tokamak”. 41<sup>st</sup> Conference on Plasma Physics, Berlin, Germany, June 23-27, 2014. P4.054.
5. Лукаш В.Э., Докука В.Н., Хайрутдинов Р.Р. Программно-вычислительный комплекс ДИНА в системе MATLAB для решения задач управления плазмой токамака. ВАНТ, серия: Термоядерный синтез, вып. 1, 2004, с. 40-49.

6. McFarlane D. and Glover K., Robust Controller Design Using Normalized Coprime Factor Plant Description. Lecture Notes in Control and Information Sciences, no 138, 1989. Springer-Verlag.
7. F. Hoffman and S.C. Jardin, Plasma shape and position control in highly elongated tokamaks, Nuclear Fusion, vol. 30, no. 10, pp. 2013-2022, 1990.