

## ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ ГРАФЫ В ИМИТАЦИОННОМ МОДЕЛИРОВАНИИ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

Е. В. Петрунина (Пенза)

### Введение

При решении задач структурного моделирования сложных систем широко используется аппарат теории графов. Трудность анализа процессов, происходящих в сложных техногенных системах определяется их изменчивостью во времени, многообразием взаимных связей и отсутствием достаточной количественной информации о динамике изменений. Для решения задач структурного моделирования сложной системы вводятся основные понятия, опирающиеся на теорию гиперграфов

Целью данной работы является разработка метода единого формализованного описания физико-химических процессов, причинно-следственных связей и логических алгоритмов управления сложными техническими системами.

Для реализации поставленной цели предложен единый подход к описанию физико-химических процессов и алгоритмов логического управления при построении моделей сложных техногенных систем. Предложена концептуальная схема процесса моделирования в терминах предлагаемых моделей в виде функциональных графов.

### Структурная модель

В данной работе объектом исследования является многоцелевая заправочно-нейтрализационная станция, обеспечивающая заправку компонентами топлива и сжатыми газами, слив и нейтрализацию двигательных установок широкого класса существующих космических аппаратов и разгонных блоков. Исследование процесса функционирования заправочной системы блочной компоновки осуществлялось путем математического моделирования технологических процессов, их алгоритмизации и имитации.

Анализ основных функций и требований, приводит к выводу о том, что станцию можно рассматривать как асинхронную дискретно-непрерывную динамическую систему с конечным числом состояний, обладающую следующими отличительными свойствами: параллельностью, асинхронностью, недетерминированностью. Использование для формализации описания системы аппарата гиперграфов позволяет разрабатывать адекватные модели в смысле полноты и правильности отображения информации [1].

Для адекватного отображения рассмотренных особенностей станции и существующих моделей предлагается воспользоваться интегрированной моделью в виде функционального гиперграфа [2], в дальнейшем  $F$ -граф или  $FG$

$$F = \{V, R\} \text{ или } FG = \{V, R\},$$

где  $V$  и  $R$  - множества функциональных вершин и функциональных ребер (или гиперребер), соответственно.

Для графа справедливы следующие уравнения

$$V = V_1 \cup V_2 \cup V_3 \cup V_4 \cup V_5 \cup V_6 \cup V_7, \text{ а } R = R_1 \cup R_2 \quad (1.1)$$

$V_1$ - подмножество вершин, интерпретирующих воздействия окружающей среды на отдельные элементы (ОЭ);

$V_2$ - подмножество вершин, интерпретирующих воздействия ОЭ на окружающую среду;

$V_3$ - подмножество вершин, интерпретирующих изменяющиеся физико-химические параметры ОЭ;

$V_4$ - подмножество вершин, интерпретирующих сигналы от датчиков ОЭ в управляющую вычислительную сеть (УВС);

$V_5$ - подмножество вершин, интерпретирующих сигналы от УВС в исполнительные механизмы (ИМ);

$V_6$ - подмножество вершин, интерпретирующих химические вещества, потребляемые системой из окружающей среды;

$V_7$ - подмножество вершин, интерпретирующих химические вещества, выделяемые системой в окружающую среду.

Множество гиперребер  $R$  состоит из следующих подмножеств:

$R_1$ - подмножество гиперребер, интерпретирующих физико-химические процессы в ОЭ;

$R_2$ - подмножество гиперребер, интерпретирующих локальные логические алгоритмы управления функционально самостоятельными подмножествами ОЭ.

При реализации иерархического подхода в моделировании каждое из рассматриваемых подмножеств вершин  $V_i$  и гиперребер  $R_i$  может быть представлено в виде объединения подмножеств вершин более низкого уровня, например:

-  $V_5$  как объединение подмножеств  $V_{5i}$ , интерпретирующих селективно сигналы в устройства сигнализации, в устройства отображения информации коллективного пользования, в электрические и пневматические механизмы;

-  $R_2$  как объединение подмножеств  $R_{2j}$ , интерпретирующих селективно конъюнктивную и дизъюнктивную логики и временные задержки.

Структура  $F$ -графа, реализующего структурную схему одного из блоков системы, представлена, на рис. 1.

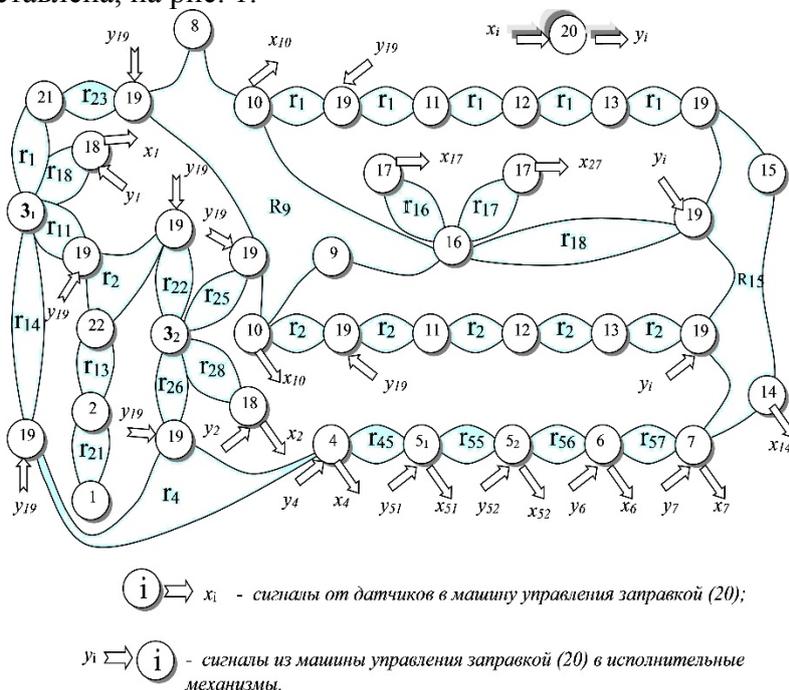


Рис. 1 Функциональный граф схемы насосной заправки

$F$ -граф, как когнитивная форма интегрированного наглядно-образного отражения физико-химических процессов и алгоритмов логического управления может рассматриваться как обобщение сетевых моделей (в частности сетей Петри), так как

имеет эквивалентное представление в форме двудольного графа Кёнига  $K_{n,m} = \{V, R^*\}$ , где  $R^*$  – множество вершин, заменяющее множество гиперребер.

Совокупности базовых моделей ОЭ и совокупности операторов того или иного алгоритмического языка в свою очередь могут быть интерпретированы функциональным гиперграфом  $F_g\{V_g, R_g\}$ , и задача моделирования в терминах гиперграфов может быть сформулирована как проблема частичного гомоморфного вхождения:

$$F\{V, R\} \xrightarrow{\varphi} F_g\{V_g, R_g\}. \quad (1.2)$$

Весь процесс решения этой проблемы включает следующие основные стадии:

- описание структурно-функциональной схемы станции (закljučающаяся в составление табличной формы матрицы инцидентности  $F$ -графа);
- функциональное и логическое проектирование, в ходе которого определяются функционально самостоятельные блоки матрицы и выбираются реализующие модули физико-химических процессов и алгоритмов логического управления из программного фонда;
- логическое моделирование, решающее задачи проверки согласованности модели и возможности сведения  $F_g$ -графа к вычисляемому  $S$ -графу;
- моделирование случайных процессов в  $S$ -графе с учетом внешних воздействий и внутренних факторов ОЭ;
- тестирование  $S$ -графа и расчет параметров и характеристик системы.

Формулировка общей задачи моделирования в терминах предлагаемых моделей как проблемы функционального гомоморфного вхождения гиперграфов позволяет построить концептуальную схему информационной технологии, использующей накопленный опыт предыдущих разработок.

Общая проблема гомоморфного отображения гиперграфов может быть сведена к решению четырёх основных задач:

1. Переход к графам Кёнига  $K_1$  и  $K_2$ , эквивалентным отображаемым гиперграфам.
2. Выполнение операции декартова произведения или композиции над исходными графами  $K_1$  и  $K_2$  или дополнениями к исходным графам Кёнига (формирование графа отображения  $G^*\{K_1, K_2\}$  или определение области возможных решений).
3. Определение минимальных (или тупиковых) опор графа отображения  $G^*$ .
4. Интерпретация минимальных опор как результата искомого гомоморфного отображения.

Один из вариантов процедур построения графа отображения может быть выполнен по следующему алгоритму:

1. Множество вершин графа  $G^*$  определяется как декартово произведение множеств вершин исходных графов.
2. Для графа  $K_1$  определяется дополнение  $\bar{K}_1$ .
3. Проверяется условие парной инцидентности вершин графов  $K_2$  и  $K_1$  и при выполнении этого условия формируется соответствующее ребро графа.
4. Для графа  $K_2$  определяется дополнение  $\bar{K}_2$ .
5. Проверяется условие парной инцидентности вершин графов  $K_1$  и  $\bar{K}_2$  и при выполнении этого условия формируется соответствующее ребро графа.

Практический интерес представляют исходные графы  $K_i$  с числом вершин  $n$  не менее  $10^2$ , поэтому временная сложность  $O(t)$  алгоритма определения минимальных опор графа не должна превышать значения  $n^2$ . Существуют два относительно

независимые направления уменьшения  $O(t)$ , связанные с уменьшением числа вершин  $n$  и числа рёбер  $m$  графа  $G^*$ :

- число вершин  $n$  уменьшается введением ограничений на результат решения задачи и применением *подходящей* операции над исходными графами (декартово произведение или композиция);
- число рёбер  $m$  уменьшается введением инвариантных характеристик (степень вершины, степень вершин окружения, и т.п.) и применением *подходящей* операции.

Для рассматриваемого процесса решения проблемы отображения получены априорные оценки сложности решения [3].

### Метод декомпозиции

В качестве оптимизирующего преобразования, позволяющего снизить вычислительную сложность процесса моделирования, предлагается использовать декомпозицию матрицы инцидентности графа. Для декомпозиции матрицы инцидентности  $F$ -графа на функционально самостоятельные и многократно используемые компоненты предлагается использовать модифицированные методы решения таких задач теории графов, как декомпозиция на минимально связанные подграфы, декомпозиция на изоморфные подграфы, декомпозиция на планарные подграфы и поиск циклов в подграфах. Большинство задач данного класса относится к NP-сложным.

Структурная декомпозиция графов обладает наглядностью и доказуемой достоверностью, так как использует обширный теоретический аппарат. Весь процесс декомпозиции в этом случае выполняется в следующей последовательности:

- поиск структурных компонентов (изоморфных и полных подграфов, опор, деревьев, циклов и т.п.);
- оценка числа возможных структурных компонентов (или вариантов решения);
- оценка характеристик размерности структурных компонентов (числа вершин, рёбер, числовых функций и т.п.);
- оценка точности решения, получаемого тем или иным методом;
- оценка временных и интеллектуальных затрат (быстродействие и объём необходимой памяти).

Значительная часть возникающих практических декомпозиционных задач может быть сведена к задаче определения опор (или паросочетаний) графа. Это, прежде всего, задачи изоморфизма и изоморфного вхождения, определения полных подграфов, поиска гамильтоновых и эйлеровых циклов, раскраски графов и поиска системы различных представителей.

Для решения задач декомпозиции матрицы инцидентности функционального графа предлагается использовать модифицированный метод характеристик и гипотез [3]. Общий алгоритм, реализующий данный метод, формулируется следующим образом.

1. Определяются начальные характеристики вершин графа (это могут быть степени вершин, число вершин в некоторой окрестности рассматриваемой вершины, выполняемая функция и т.п.).

2. В соответствии с выбранными критериями осуществляется объединение вершин в подмножества, обладающие экстремальными свойствами (минимальными или максимальными значениями критериальной функции).

3. Высказывается гипотеза о том, что наиболее вероятное направление поиска решения заключается в объединении *экстремальных* подмножеств.

4. Осуществляется проверка гипотезы и в случае её подтверждения выполняется объединение соответствующих подмножеств вершин.

5. Вычисляется критериальная функция для сформированных подмножеств.

6. Процедуры 3,4,5 выполняются до тех пор, пока не будет найдено искомое решение или достигнуто ограничение на глубину поиска.

Согласно рассмотренным ранее положениям теории графов предлагаемый алгоритм поиска решения является одной из конструктивных реализаций общего метода поиска опор графа.

Предложенные методы структурно-функционального моделирования сложных систем практически реализованы в системе имитационного моделирования *Selena-5.02*.

### Выводы

В докладе рассматривается метод структурного моделирования сложных систем в форме функционального графа, позволяющий получать структурные модели, представляющие собой единое описание физико-химических процессов и явлений в отдельных элементах и логических алгоритмов управления всей системой, что гарантирует комплексную оценку функционирования системы. Моделирующая мощность функциональных графов может быть использована при организации вычислительных процессов, связанных с информационным взаимодействием в системе имитационного моделирования. Разработанная общая процедура декомпозиции матрицы инцидентности функционального графа обеспечивает конструктивное решение NP-сложных задач.

Материалы доклада подготовлены на основе результатов теоретических исследований и практического внедрения методов имитационного моделирования технологических процессов заправки ракетно-космических комплексов.

### Литература

1. **Овчинников В. А.** Графы в задачах анализа и синтеза структур сложных систем. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана. 2014. 424с.
2. **Смогунов В.В., Степанов М.И., Соловьева (Петрунина) Е. В.** и др. Динамика гетерогенных структур в 3 т. Т1. Эволюция ракетно-космических гетерогенных структур. Под ред. Смогунова В.В. Пенза.: Изд-во Пенз. гос. Ун-та, 2001. 311 с.
3. **Петрунина Е.В., Селенко Б.П., Кошев А.Н.** Модели процессов логического управления для обеспечения экологической надежности сложных техногенных комплексов // *Measuring and computing devices in technological processes, International scientific-technical magazine, Khmelnsky, №1, 2002. С.170-174.*